

ABSTRACT

ANALYSIS HOMODERIVATION ON RING

By

Desi Widiarti

Homoderivations on rings constitute a concept that combines the Leibniz rule with the multiplicative property of ring homomorphisms. This study aims to investigate the properties of homoderivations on rings, accompanied by rigorous proofs and supporting examples. The results show that the sum of two homoderivations on a ring is again a homoderivation, provided that the two homoderivations are orthogonal to each other. Moreover, the direct sum of homoderivations on corresponding rings also yields a homoderivation. Furthermore, it is shown that the product of a homoderivation with a constant k in a general ring does not necessarily preserve the homoderivation property. In addition, Inner homoderivations are valid when λ is a central element of the ring R . This study reveals algebraic structures formed by the set of homoderivations, that is semigroup and a \mathbb{Z} -module. Finally, it is shown that every homoderivation is a derivation, but the converse does not hold, and this relationship is established when one of three specific conditions is satisfied.

Keywords: group, ring, homomorphism, derivation, homoderivation.

ABSTRAK

ANALISIS HOMODERIVASI PADA RING

Oleh

Desi Widiarti

Homoderivasi pada ring merupakan konsep yang menggabungkan aturan Leibniz dengan sifat perkalian pada homomorfisma ring. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji sifat-sifat homoderivasi pada ring yang disertai dengan pembuktian dan contoh-contoh pendukung. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penjumlahan dua pemetaan homoderivasi pada suatu ring tetap merupakan homoderivasi, dengan syarat kedua homoderivasi tersebut saling ortogonal. Selain itu, penjumlahan langsung (*direct sum*) dari pemetaan-pemetaan homoderivasi pada ring-ring yang bersesuaian juga menghasilkan suatu homoderivasi. Selanjutnya, ditunjukkan bahwa hasil kali suatu konstanta k dengan pemetaan homoderivasi pada ring umum belum tentu mempertahankan sifat homoderivasi. Selain itu, homoderivasi *inner* terbukti berlaku ketika λ merupakan elemen *center* dari ring R . Penelitian ini mengungkap struktur aljabar yang terbentuk oleh himpunan homoderivasi, yaitu semigrup dan \mathbb{Z} -modul. Terakhir, ditunjukkan bahwa setiap homoderivasi merupakan derivasi, tetapi tidak berlaku sebaliknya, dan hubungan tersebut tercapai apabila salah satu dari tiga kondisi tertentu terpenuhi. **Kata-kata kunci:** grup, ring, homomorfisma,

derivasi, homoderivasi.