

**PEMODELAN MATEMATIKA GELOMBANG LAUT MENGGUNAKAN
METODE BEDA HINGGA SEBAGAI POTENSI PEMBANGKIT LISTRIK
TENAGA LAUT**

Skripsi

Oleh

**ZAHRA SYIFAA NINGTYAS
NPM. 2117031033**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING OF OCEAN WAVES USING THE FINITE DIFFERENCE METHOD FOR OCEAN WAVE ENERGY POTENTIAL

By

Zahra Syifaa Ningtyas

This study aims to model ocean wave height and analyze the potential of ocean wave energy along the coastline from Kerbang Village to Padang Negeri Village as the western and eastern boundaries in the Pesisir Barat Regency, Lampung Province. The data used are secondary daily ocean wave data obtained from the ERA5 dataset, including significant wave height, significant wave period, and water depth. Wave height modeling was conducted using the finite difference method with a central difference scheme to estimate wave heights at nine points between the two boundary locations, where the resulting system of simultaneous equations was solved manually and validated using Python programming. The results show that the wave height gradually increases from 1,9825 m to 2,0175 m, while the Python-based computation produces very close values ranging from 1,988 m to 2,016 m. These wave height values were then used as input parameters to estimate ocean wave energy potential, which exhibits a linear increase from 22.814,56 W/m to 23.781,71 W/m. Overall, the results indicate that the study area has high and relatively stable ocean wave energy potential, making it suitable for development as an Ocean Wave Power Plant.

Keywords: Finite difference method, sea waves, wave energy potential.

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA GELOMBANG LAUT MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA SEBAGAI POTENSI PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA LAUT

Oleh

Zahra Syifaa Ningtyas

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan tinggi gelombang laut dan menganalisis potensi energi listrik gelombang laut sepanjang garis pantai Desa Kerbang hingga Desa Padang Negeri sebagai batas Barat dan batas Timur di wilayah Pesisir Barat Provinsi Lampung. Data yang digunakan merupakan data sekunder gelombang laut harian dari dataset ERA5 yang meliputi tinggi gelombang signifikan, periode gelombang signifikan, dan kedalaman laut. Pemodelan dilakukan menggunakan metode beda hingga dengan skema *central difference* untuk menghitung tinggi gelombang pada sembilan titik di antara kedua batas lokasi, dengan sistem persamaan simultan yang diselesaikan secara manual dan divalidasi menggunakan pemrograman Python. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa tinggi gelombang laut meningkat bertahap dari 1,9825 m hingga 2,0175 m, sedangkan hasil pemrograman Python memberikan nilai yang sangat berdekatan, yaitu antara 1,988 m hingga 2,016 m. Nilai tinggi gelombang tersebut digunakan sebagai parameter input dalam perhitungan potensi energi listrik gelombang laut, yang menunjukkan peningkatan linier dari 22.814,56 W/m hingga 23.781,71 W/m, sehingga wilayah penelitian memiliki potensi energi gelombang laut yang tinggi dan relatif stabil untuk dikembangkan sebagai lokasi Pembangkit Listrik Tenaga Gelombang Laut.

Kata-kata kunci: Metode beda hingga, gelombang laut, potensi energi gelombang laut.

**PEMODELAN MATEMATIKA GELOMBANG LAUT MENGGUNAKAN
METODE BEDA HINGGA SEBAGAI POTENSI PEMBANGKIT LISTRIK
TENAGA LAUT**

ZAHRA SYIFAA NINGTYAS

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

Judul Skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA GELOMBANG LAUT MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA SEBAGAI POTENSI PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA LAUT**

Nama Mahasiswa : **Zahra Syifaa Ningtyas**

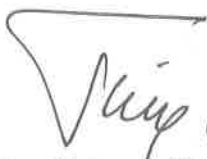
Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031033**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing


Drs. Triyono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 196207041988031002


Dra. Dorrah Azis, M.si.
NIP 196101281988112001

2. Ketua Jurusan Matematika


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

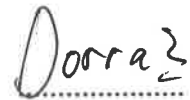
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Triyono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



Sekretaris : **Dra. Dorrah Azis, M.si.**



Penguji

Bukan Pembimbing : **Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.

NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **10 Februari 2026**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Zahra Syifaa Ningtyas**
Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031033**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **Pemodelan Matematika Gelombang Laut
Menggunakan Metode Beda Hingga Sebagai
Potensi Pembangkit Listrik Tenaga Laut**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 10 Februari 2026

Penulis,



Zahra Syifaa Ningtyas

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Zahra Syifaa Ningtyas, lahir di Bandar Lampung pada tanggal 05 Januari 2004. Sebagai anak kedua dari dua bersaudara, penulis merupakan putri dari Suparji dan Tuti Rahayu, serta bertempat tinggal di Desa Candimas, Kecamatan Natar, Kabupaten Lampung Selatan.

Pendidikan dasar ditempuh di SD Negeri 2 Candimas dan diselesaikan pada tahun 2016. Jenjang pendidikan berikutnya dilanjutkan di SMP Negeri 1 Natar hingga lulus pada tahun 2019, kemudian menempuh pendidikan menengah atas di SMA Negeri 1 Natar dan menyelesaikannya pada tahun 2022.

Pada tahun 2022, diterima sebagai mahasiswa Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA). Selama masa studi, aktif berpartisipasi dalam berbagai kegiatan kepanitiaan dan kemahasiswaan, antara lain MIPA Expo, DINAMIKA, MUSWIL, serta kegiatan akademik dan nonakademik lainnya.

Sebagai bagian dari pengabdian kepada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada bulan Januari hingga awal Februari 2025 di Desa Cangu, Kecamatan Kalianda, Kabupaten Lampung Selatan. kemudian dilanjutkan dengan Kerja Praktik (KP) pada pertengahan tahun yang sama di Stasiun Klimatologi Lampung sebagai bagian dari rangkaian kegiatan akademik selama masa perkuliahan.

KATA INSPIRASI

“Ketika kita mendapatkan kesedihan, maka dekatilah Allah, karena bisa jadi dengan kesedihan dan permasalahan tersebut Allah ingin kita mendekat kepada-Nya. Kemudian berdoalah kepada-Nya, dan insyaallah Allah akan menganugerahkan kemenangan, sebagaimana Rasulullah dimenangkan dalam hijrahnya.”

— Ustadz Felix Siauw

“Berharaplah yang terbaik, berharaplah setinggi mungkin, meskipun menurut kita itu mustahil. Mustahil bagi kita, tetapi tidak bagi Allah. Apa pun yang kita inginkan, baik urusan dunia maupun akhirat, kata mustahil itu hanya berlaku bagi manusia karena kita lemah dan memiliki keterbatasan. Namun, bagi Allah tidak ada yang mustahil. Inilah hakikat dari merasa lemah, ketika kita menyadari bahwa saat kita tidak mampu, masih ada Allah Yang Maha Mampu, sehingga kita tidak mudah menyerah.”

— Ustadz Hanan Attaki

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Ayah dan Ibuku Tercinta

Terimakasih kepada orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Pemodelan Matematika Gelombang Laut Potensi Sebagai Pembangkit Listrik Menggunakan Metode Beda Hingga" dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Drs. Triyono, M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik dan Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Ayah, Ibu, dan mbak yang senantiasa memberikan do'a, dan motivasi kepada penulis.
7. Attalah Justitio Khadavi yang senantiasa hadir dengan memberikan dukungan, bantuan, dan semangat dalam proses penyelesaian skripsi
8. Teman-teman seperjuangan yang telah kebersamai dengan kebersamaan, bantuan, dan semangat selama masa studi hingga terselesaikannya tugas akhir.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 10 Februari 2026

Zahra Syifaa Ningtyas

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR	xiv
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Manfaat Penelitian	2
II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Pemodelan Matematika	4
2.2 Persamaan Diferensial Biasa	5
2.3 Persamaan Diferensial Biasa Pada Metode Beda Hingga	6
2.4 Metode Beda Hingga	9
2.5 Eliminasi Gauss Jordan	12
2.6 Gelombang Laut	13
2.7 Energi Gelombang Laut	14
III METODE PENELITIAN	16
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	16
3.2 Metode Penelitian	16
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	18
4.1 Data Penelitian	18
4.2 Perhitungan Nilai Tinggi Gelombang Laut pada Setiap Titik Menggunakan Metode Beda Hingga Secara Manual	20
4.3 Nilai Tinggi Gelombang Laut Dengan Eliminasi Gauss Jhordan	30
4.4 Potensi Listrik Energi Gelombang Laut	32
V KESIMPULAN DAN SARAN	37
5.1 Kesimpulan	37
5.2 Saran	38
DAFTAR PUSTAKA	39

DAFTAR TABEL

4.1	Lokasi Penelitian	19
4.2	Data Gelombang Laut di Desa Karbang dan Desa Padang Negeri Tahun 2025	19
4.3	Tinggi Gelombang Laut pada Setiap Titik Penelitian	22
4.4	Nilai tinggi gelombang laut dan laju kecepatan gelombang laut pada titik $T_1 - T_9$	27
4.5	Perbandingan hasil perhitungan tinggi gelombang laut menggunakan Python dan perhitungan manual	31
4.6	Periode gelombang laut pada setiap titik	33
4.7	Potensi Energi Listrik Gelombang Laut pada Setiap Titik	36

DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik Beda Hingga Skema Maju	6
2.2	Grafik Beda Hingga Skema Mundur	7
2.3	Grafik Beda Hingga Skema Tengah	7
2.4	Metode beda hingga skema maju	8
2.5	Metode beda hingga skema mundur	9
2.6	Metode beda hingga skema tengah	9
2.7	Beda hingga pada bidang empat titik	10
2.8	Beda hingga pada bidang sembilan titik	10
2.9	Garis horizontal	11
2.10	Garis horizontal	12
3.1	Diagram Tahapan Penelitian	17
4.1	Letak koordinat lokasi penelitian Desa Karbang dan Desa Padang Negri	18
4.2	Sebaran 9 titik pada garis horizontal	20
4.3	Kode pemograman Python untuk penyelesaian sistem persamaan simultan	30
4.4	Hasil <i>output</i> pemograman python	31

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Indonesia memiliki potensi energi gelombang laut yang sangat besar sehingga dapat dikembangkan sebagai salah satu sumber energi alternatif di masa depan. Energi ini tidak hanya melimpah, tetapi juga bersih, aman, dan berkelanjutan (Ariefianto dkk, 2021). Gelombang laut merupakan salah satu bentuk energi terbarukan yang potensial di Indonesia. Energi laut dengan intensitas gelombang tinggi dapat dimanfaatkan sebagai energi mekanik dari pergerakan ombak yang kemudian dikonversi menjadi energi listrik. Oleh karena itu, energi gelombang laut berpeluang besar menjadi alternatif solusi dalam mengatasi krisis energi melalui pengembangan pembangkit listrik tenaga gelombang laut (LIPI, 2020). Penelitian (Rizal & Ningsih, 2020) menunjukkan bahwa perairan di sekitar Pulau Enggano, berdekatan dengan Provinsi Lampung, memiliki potensi daya gelombang laut yang tinggi. (Cornett, 2009) juga menjelaskan bahwa wilayah perairan barat Pulau Sumatera yang berbatasan langsung dengan Samudra Hindia memiliki potensi gelombang besar dengan perkiraan daya mencapai 30 – 40 kW/m. Berdasarkan berbagai temuan tersebut, kawasan pesisir barat Pulau Sumatera, khususnya perairan barat Provinsi Lampung, dinilai sangat potensial karena tinggi gelombangnya dapat mencapai 2 sampai 4 meter (Nurisman & Tarigan, 2021).

Untuk menganalisis dan memperkirakan potensi energi gelombang laut secara kuantitatif, diperlukan suatu pemodelan matematis yang mampu menggambarkan perambatan gelombang laut terhadap ruang dan waktu. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan adalah metode numerik, yaitu Metode Beda Hingga. Metode ini dipilih karena mampu menyelesaikan persamaan diferensial parsial yang kompleks dengan cara mendiskretisasi ruang dan waktu menjadi bentuk yang lebih sederhana sehingga mudah dihitung secara komputasi. Selain itu, metode beda hingga dapat memodelkan perubahan dinamis pada sistem gelombang laut, seperti variasi tinggi gelombang, dengan tingkat ketelitian yang cukup baik (Robbaniyyah dkk, 2024).

Penelitian terdahulu telah mengkaji penerapan metode beda hingga dengan gelombang laut diantara lain, (Arifin, 2021) mensimulasikan dampak keberadaan penghalang pada gelombang tsunami menggunakan persamaan air dangkal dan menunjukkan bahwa metode beda hingga mampu merepresentasikan perubahan tinggi gelombang secara akurat akibat adanya hambatan. (Chasamah dkk, 2021) mengembangkan model persamaan gelombang dua dimensi dengan skema eksplisit *Centered Time Centered Space* (CTCS), dan hasil analisis menunjukkan bahwa metode tersebut bersifat stabil serta konvergen. Selanjutnya, (Robbaniyyah dkk, 2024) menerapkan metode beda hingga pada persamaan gelombang satu dimensi dan memperoleh tingkat akurasi yang baik berdasarkan hasil simulasi numerik. Berdasarkan kajian-kajian tersebut, dapat diketahui bahwa penelitian mengenai pemodelan matematika gelombang laut menggunakan metode beda hingga masih jarang dilakukan. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk mengkajilebih lanjut penerapan metode beda hingga dalam pemodelan gelombang laut serta menganalisis potensi energi gelombang laut yang dapat dimanfaatkan sebagai sumber energi terbarukan.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Memodelkan tinggi gelombang laut menggunakan metode beda hingga sehingga dapat diperoleh nilai tinggi gelombang laut pada lokasi lain. Hasil pemodelan ini selanjutnya digunakan sebagai dasar dalam menghitung potensi listrik tenaga laut.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu:

1. Diharapkan hasil kajian ini dapat dijadikan sebagai referensi atau dasar bagi penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan pemodelan numerik gelombang laut dan kajian energi terbarukan berbasis gelombang laut.
2. Diharapkan dapat memberikan gambaran mengenai penerapan metode numerik khususnya pada skema beda hingga dan eliminasi gauss jordan dalam menyelesaikan model matematika gelombang laut.

3. Penelitian ini dapat memberikan informasi mengenai besarnya potensi energi gelombang laut yang dapat dimanfaatkan sebagai sumber energi alternatif melalui pembangkit listrik tenaga gelombang laut.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan suatu pendekatan yang digunakan untuk merepresentasikan fenomena atau sistem kompleks ke dalam bentuk model matematis. Dengan kata lain, pemodelan matematika bertujuan menggambarkan suatu permasalahan nyata melalui sistem persamaan yang dapat menjelaskan hubungan antar variabel dan parameter di dalam fenomena yang sedang diamati. Model yang diformulasikan diharapkan mampu memberikan penjelasan terhadap situasi kompleks secara lebih sederhana (Ndii, 2022).

Model matematika terdiri atas variabel, parameter, dan fungsi yang saling berkaitan dan digunakan untuk menggambarkan hubungan di antara keduanya. Dalam proses pembuatannya, diperlukan pemilihan aspek-aspek penting yang relevan dengan fenomena yang dikaji, serta penyederhanaan terhadap hal-hal yang kurang berpengaruh agar model tetap efektif tanpa mengurangi esensi permasalahan. Oleh karena itu, bentuk suatu model sangat bergantung pada karakteristik fenomena yang ingin direpresentasikan (Ndii, 2022). Secara umum, model matematika dapat dibedakan menjadi dua jenis utama. Pertama, model fenomena, yaitu model yang dibangun berdasarkan data hasil pengamatan empiris untuk menemukan pola atau hubungan antardata tanpa bergantung langsung pada teori dasar. Kedua, model mekanistik, yang disusun berdasarkan prinsip atau hukum dasar yang menjelaskan mekanisme terjadinya suatu proses, dan umumnya diformulasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial yang menunjukkan interaksi antar variabel dalam sistem (Ndii, 2022). Dengan demikian, model matematika dapat dipahami sebagai representasi suatu fenomena nyata dalam bentuk ekspresi matematis, baik berupa persamaan tunggal, sistem persamaan, fungsi, maupun relasi lainnya. Tujuan utamanya adalah menjelaskan perilaku fenomena tersebut secara kualitatif maupun kuantitatif. Secara keseluruhan, pemodelan matematika merupakan proses perancangan rumusan matematis yang dapat menggambarkan, menjelaskan, dan

memecahkan permasalahan nyata sehingga hasilnya dapat digeneralisasikan untuk memahami berbagai peristiwa alam maupun sistem kompleks (Cahyono & Edi, 2013).

2.2 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan fungsi yang tidak diketahui beserta satu atau lebih turunannya, dengan satu atau lebih peubah yang tidak diketahui. Jika fungsi yang tidak diketahui bergantung hanya pada satu peubah bebas, maka persamaan diferensial tersebut disebut persamaan diferensial biasa. Orde sebuah persamaan diferensial ditentukan oleh turunan tertinggi yang muncul dalam persamaan tersebut (IKIP Siliwangi, 2018). Persamaan diferensial biasa secara umum dapat dinyatakan dalam bentuk (Nababan, 2021),

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0$$

Pada persamaan tersebut, F merupakan suatu fungsi riil yang diketahui, sedangkan $\frac{d^ny}{dx^n}$ menyatakan turunan ke- n dari variabel y terhadap variabel x . Persamaan diferensial orde pertama adalah persamaan diferensial yang hanya melibatkan turunan pertama dari suatu fungsi. Jenis persamaan ini umumnya lebih sederhana sehingga proses pencarian solusinya relatif lebih cepat karena tidak melibatkan turunan dengan orde yang lebih tinggi (Male & Lumbantoruan, 2021). Secara umum, persamaan diferensial orde satu dapat dituliskan dalam bentuk

$$\frac{dy}{dx} = F(x, y)$$

Sementara itu, persamaan diferensial orde dua merupakan persamaan diferensial yang memiliki turunan tertinggi berupa turunan kedua. Berdasarkan bentuk dan karakteristiknya, persamaan diferensial orde dua dapat diklasifikasikan ke dalam empat tipe (Male & Lumbantoruan, 2021), yaitu:

1. Tipe 1

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f(x)$$

2. Tipe 2

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f\left(x, \frac{dy}{dx}\right)$$

3. Tipe 3

$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + c y = 0$$

4. Tipe 4

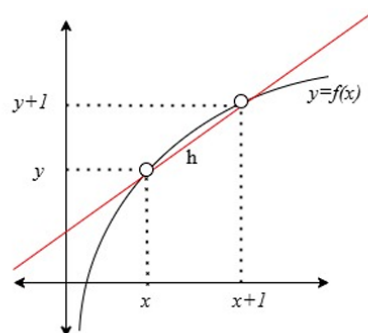
$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + c y = 0$$

2.3 Persamaan Diferensial Biasa Pada Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu pendekatan numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Pada metode ini, langkah awal penyelesaian dilakukan dengan membagi variabel bebas ke dalam sejumlah titik diskret yang dikenal sebagai grid. Selanjutnya, turunan-turunan yang terdapat dalam persamaan diferensial digantikan dengan bentuk aproksimasi beda hingga, yang diturunkan dari pengembangan deret Taylor, sehingga persamaan diferensial dapat diubah menjadi sistem persamaan (Darajat, 2021). Dalam metode beda hingga, terdapat tiga bentuk pendekatan, yaitu hampiran beda maju (*forward difference*), hampiran beda mundur (*backward difference*), serta hampiran beda tengah (*central difference*) (Bukhari dkk, 2023).

1. Beda Maju

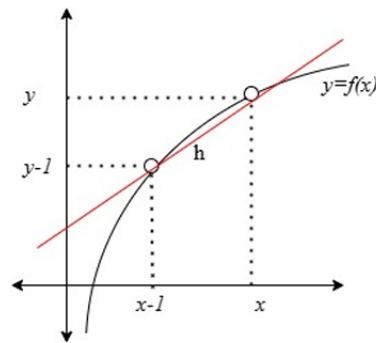
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2.3.1)$$



Gambar 2.1 Grafik Beda Hingga Skema Maju

2. Beda mundur

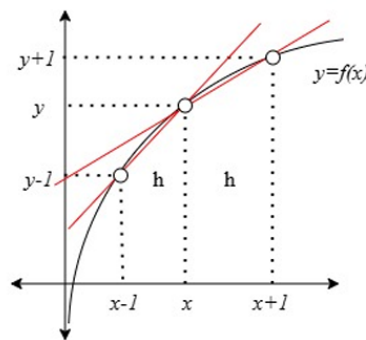
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (2.3.2)$$



Gambar 2.2 Grafik Beda Hingga Skema Mundur

3. Beda Tengah

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (2.3.3)$$



Gambar 2.3 Grafik Beda Hingga Skema Tengah

Dan turunan parsial orde dua

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2} \quad (2.3.4)$$

Berdasarkan definisi tersebut, turunan parsial dapat dijabarkan melalui tiga jenis pendekatan, yaitu:

1. Beda maju

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h} \quad (2.3.5)$$

Dan

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h} \quad (2.3.6)$$

2. Beda mundur

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h, y) - f(x, y)}{h} \quad (2.3.7)$$

Dan

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y-h) - f(x, y)}{h} \quad (2.3.8)$$

3. Beda tengah

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x-h, y)}{h} \quad (2.3.9)$$

Dan

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y-h)}{h} \quad (2.3.10)$$

Selanjutnya, turunan parsial orde dua dapat didefinisikan sebagai berikut (Strauss, 2008):

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) + f(x-h, y) - 2f(x, y)}{h^2} \quad (2.3.11)$$

Dan

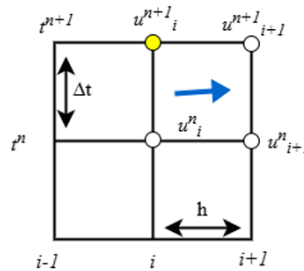
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) + f(x, y-h) - 2f(x, y)}{h^2} \quad (2.3.12)$$

Secara prinsip, metode beda hingga bekerja dengan mendiskritisasi turunan dalam persamaan diferensial menggunakan deret Taylor. Dari sudut pandang fisik, deret Taylor menunjukkan bahwa nilai suatu besaran pada posisi dan waktu tertentu dapat diperoleh dari nilai besaran yang berada sangat dekat dengan titik tersebut, baik dalam ruang maupun waktu (Sitompul & Siahaan, 2002). Dari hasil pengembangan deret Taylor tersebut, diperoleh tiga jenis skema beda hingga yang umum digunakan, yaitu skema maju, skema mundur, dan skema tengah (Powers, 2006).

1. Skema maju

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h} \quad (2.3.13)$$

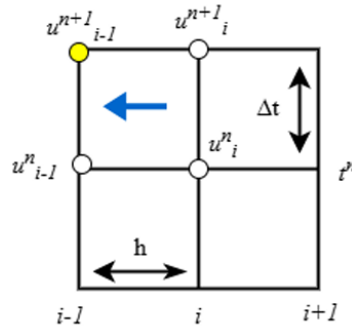
Pada skema maju, nilai pada titik ke i dikaitkan dengan nilai pada titik berikutnya, yaitu titik ke $(i + 1)$ yang terletak di depannya.



Gambar 2.4 Metode beda hingga skema maju

2. Skema mundur

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i) - u(x_{i-h})}{h} \quad (2.3.14)$$

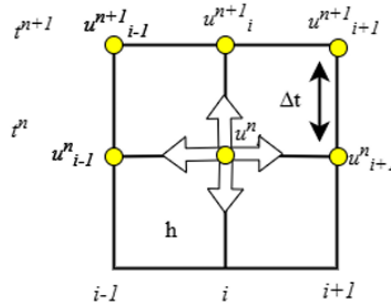


Gambar 2.5 Metode beda hingga skema mundur

Pada skema mundur, nilai pada titik ke i dihubungkan dengan titik sebelumnya, yaitu titik ke $(i - 1)$ yang terletak di belakangnya.

3. Skema tengah

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_{i+h}) - u(x_{i-h})}{2h} \quad (2.3.15)$$



Gambar 2.6 Metode beda hingga skema tengah

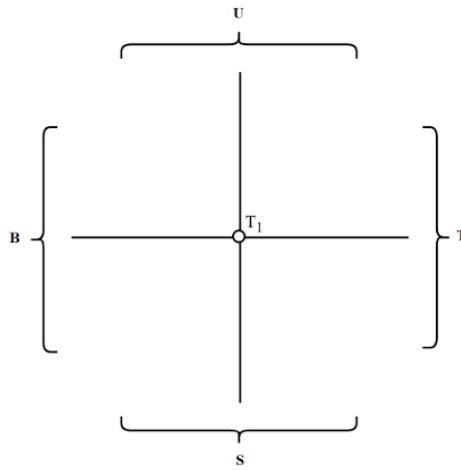
Pada skema tengah nilai pada titik ke i dihubungkan dengan dua titik sekitarnya, yaitu titik di depan $(i + 1)$ dan titik di belakang $(i - 1)$.

2.4 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu teknik numerik yang banyak digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan teknis maupun matematis yang

berkaitan dengan fenomena fisis. Secara umum, metode ini tergolong mudah diterapkan, terutama pada permasalahan dengan bentuk geometri yang teratur seperti interval pada satu dimensi, bidang persegi pada dua dimensi, serta ruang kubik pada tiga dimensi (Raming dkk, 2022). Metode beda hingga memiliki peranan penting dalam bidang analisis numerik, terutama untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial. Konsep dasarnya adalah menggantikan turunan dalam persamaan diferensial dengan bentuk pendekatan diskret melalui selisih hingga.

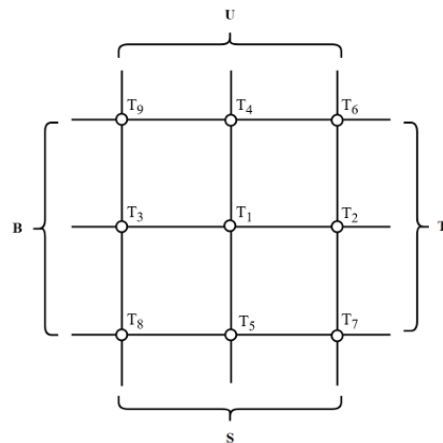
- Nilai fungsi di titik T_1



Gambar 2.7 Beda hingga pada bidang empat titik

$$B + T + S + U - 4T_1 = 0$$

- Nilai fungsi titik di $T_1, T_2, T_3, \dots, T_9$

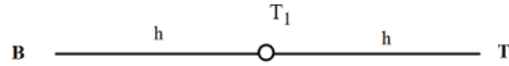


Gambar 2.8 Beda hingga pada bidang sembilan titik

$$\begin{aligned}
T_1 : B + T + S + U - 4T_1 &= 0 \\
T_2 : T_1 + T + S + U - 4T_2 &= 0 \\
T_3 : B + T_1 + S + U - 4T_3 &= 0 \\
T_4 : B + T + T_1 + U - 4T_4 &= 0 \\
T_5 : B + T + S + T_1 - 4T_5 &= 0 \\
T_6 : T_4 + T + T_2 + U - 4T_6 &= 0 \\
T_7 : T_5 + T + S + T_2 - 4T_7 &= 0 \\
T_8 : B + T_5 + S + T_3 - 4T_8 &= 0 \\
T_9 : B + T_4 + T_3 + U - 4T_9 &= 0
\end{aligned}$$

Metode beda hingga dapat digambarkan ke dalam grafik sederhana:

1. Garis Horizontal



Gambar 2.9 Garis horizontal

- Nilai T_1 : $\frac{B + T}{2}$
- Laju T_1 : $\delta T_1 = \frac{B - T}{2}$
- Nilai fungsi titik di $T_1, T_2, T_3, \dots, T_9$

$$\begin{aligned}
T_1 : B - 2T_1 + T_2 &= 0, \\
T_2 : T_1 - 2T_2 + T_3 &= 0, \\
T_3 : T_2 - 2T_3 + T_4 &= 0, \\
T_4 : T_3 - 2T_4 + T_5 &= 0, \\
T_5 : T_4 - 2T_5 + T_6 &= 0, \\
T_6 : T_5 - 2T_6 + T_7 &= 0, \\
T_7 : T_6 - 2T_7 + T_8 &= 0, \\
T_8 : T_7 - 2T_8 + T_9 &= 0, \\
T_9 : T_8 - 2T_9 + T &= 0.
\end{aligned}$$

2. Garis Vertikal



Gambar 2.10 Garis horizontal

- Nilai T_1 : $T_1 = \frac{U+S}{2}$
- Laju T_1 : $\delta T_1 = \frac{U-S}{2}$

2.5 Eliminasi Gauss Jordan

Suatu model matematika dapat diformulasikan secara numerik dalam bentuk Sistem Persamaan Linier (SPL). Persamaan tersebut sering kali bersifat kompleks dan dapat terdiri atas lebih dari dua persamaan. Sebagai contoh, penyelesaian model matematika dapat dilakukan menggunakan sistem persamaan linier dengan m persamaan dan n variabel bebas (Anam & Arnas, 2019).

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (2.5.16)$$

Pada sistem tersebut, nilai a dan b merupakan skalar, dengan a berperan sebagai koefisien dan b sebagai konstanta, sedangkan $x_1, x_2, \dots, x_n$ merupakan variabel yang dicari. Untuk menyelesaikan sistem persamaan linier, terdapat beberapa metode numerik, salah satunya yaitu Metode Eliminasi Gauss Jordan (Anam & Arnas, 2019).

Metode ini merupakan pengembangan dari Metode Eliminasi Gauss biasa, di mana proses penyelesaiannya dilakukan melalui operasi matriks. Secara umum, hubungan antar komponen dapat dituliskan dalam bentuk perkalian matriks berikut

(Nasmirayanti dkk, 2022).

$$[A][x] = [B] \quad (2.5.17)$$

Dimana

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (2.5.18)$$

dengan $[A]$ sebagai matriks berukuran $m \times n$, $[x]$ sebagai matriks berukuran $n \times 1$, dan $[B]$ sebagai matriks kolom. Matriks $[A]$ dan $[B]$ diketahui, sedangkan $[x]$ merupakan variabel yang ingin ditentukan nilainya. Penyelesaian sistem persamaan linier menggunakan Metode Eliminasi Gauss–Jordan secara manual memerlukan waktu yang relatif lama dan kurang efisien, terutama pada sistem dengan banyak persamaan dan variabel. Untuk mengatasi hal tersebut, metode ini dapat diterapkan dengan bantuan perangkat lunak komputasi numerik, sehingga proses perhitungan menjadi lebih cepat dan hasilnya lebih akurat (Nasmirayanti dkk, 2022). Salah satu perangkat lunak yang sering dimanfaatkan dalam komputasi numerik adalah MATLAB, yang berfungsi sebagai bahasa pemrograman untuk melakukan analisis matematis dan perhitungan numerik secara lebih praktis dan akurat.

2.6 Gelombang Laut

Gelombang laut merupakan gerakan naik-turun permukaan air laut dengan arah pergerakan tegak lurus terhadap permukaan laut yang membentuk pola menyerupai gelombang sinus. Terjadinya gelombang laut disebabkan oleh adanya gaya pembangkit yang bekerja pada massa air laut (Kurniawan dkk, 2011).

Pembentukan gelombang laut dipengaruhi oleh berbagai faktor. Secara umum, gelombang di laut muncul akibat hembusan angin di permukaan laut, meskipun terdapat faktor lain yang juga dapat menimbulkan gelombang seperti aktivitas seismik di dasar laut (gempa bumi), letusan gunung api bawah laut, pergerakan kapal, serta gaya gravitasi dari benda langit seperti bulan dan matahari. Di antara berbagai penyebab tersebut, gelombang yang dihasilkan oleh angin merupakan jenis yang paling sering terjadi di lautan karena frekuensi kejadiannya paling tinggi dibandingkan jenis lainnya (Tindaon dkk, 2023). Berdasarkan gaya pembangkitnya, gelombang laut dapat diklasifikasikan menjadi tiga jenis utama, yaitu:

1. Gelombang angin, yaitu gelombang yang terbentuk akibat tiupan angin di permukaan laut dan merupakan jenis yang paling sering dijumpai karena memiliki frekuensi kejadian tinggi.
2. Gelombang pasang surut, yaitu gelombang yang timbul akibat gaya gravitasi antara bumi, bulan, dan matahari. Fenomena ini bersifat periodik dan terjadi secara teratur mengikuti peredaran benda-benda langit.
3. Gelombang tsunami, yaitu gelombang besar yang disebabkan oleh aktivitas seismik seperti gempa bumi tektonik atau letusan gunung api di dasar laut. Gelombang ini memiliki energi sangat besar dengan ketinggian yang dapat mencapai lebih dari 10 meter (Kurniawan dkk, 2011).

Selain itu, gelombang laut memiliki karakteristik fisis yang meliputi tinggi gelombang signifikan (H), panjang gelombang (L), periode gelombang (T), serta kecepatan rambat gelombang (c). Secara umum, fenomena ini menggambarkan gerakan periodik permukaan laut yang naik dan turun secara berulang (Hanafi dkk, 2025).

2.7 Energi Gelombang Laut

Energi gelombang laut merupakan bentuk energi yang ditransfer melalui perambatan gelombang di permukaan laut. Gelombang ini terbentuk akibat hembusan angin di atas permukaan laut yang menyebabkan pergerakan massa air. Selama proses perambatan tersebut, terjadi perpindahan energi dari angin ke air laut sehingga menimbulkan gerakan osilasi pada permukaan air. Perbedaan tekanan antara bagian atas dan bawah permukaan air menghasilkan tegangan geser yang memicu terbentuknya gelombang laut (Warpindyasmoro dkk, 2024).

Tinggi gelombang yang dihasilkan dipengaruhi oleh beberapa faktor, antara lain kecepatan dan lamanya angin bertiup, jarak antara area pembangkitan angin dengan permukaan laut, serta kedalaman dan bentuk topografi dasar laut. Besarnya energi yang merambat melalui gelombang laut menuju suatu lokasi tertentu digambarkan oleh fluks energi gelombang, yang menunjukkan jumlah energi yang dapat mencapai daerah tersebut. Secara matematis, fluks energi total dapat dinyatakan sebagai integral dari spektrum energi gelombang (Warpindyasmoro dkk, 2024). Persamaan

daya gelombang laut dinyatakan sebagai berikut:

$$P = \rho g \int_0^{2\pi} \int_0^\infty c_g(\sigma) E(\sigma, \theta) d\sigma d\theta \quad (2.7.19)$$

dengan:

- ρ = kerapatan massa air laut.
- g = percepatan gravitasi.
- E = kerapatan energi gelombang yang didistribusikan melalui frekuensi intrinsik σ_s dan arah propagasi $d\theta$.
- c_g = kecepatan gelombang.

Namun, karena distribusi energi terhadap frekuensi dan arah sulit diperoleh secara praktis, maka digunakan pendekatan yang disederhanakan. Dengan asumsi bahwa kondisi laut dalam (*deep water*, dengan $kd \gg 1$), kecepatan grup gelombang dapat dihitung menggunakan persamaan $C_g = \frac{g}{4\pi f}$. Berdasarkan asumsi tersebut, potensi daya gelombang laut per satuan panjang gelombang dinyatakan dengan persamaan (Warpindyasmoro dkk, 2024):

$$P = \frac{(\rho g)^2 H_s^2 T_s}{64\pi} \quad (2.7.20)$$

Dimana:

- P = daya gelombang per satuan lebar gelombang (W/m).
- ρ = massa jenis air laut.
- H_s = ketinggian gelombang signifikan.
- T_s = periode gelombang.
- g = percepatan gravitasi.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

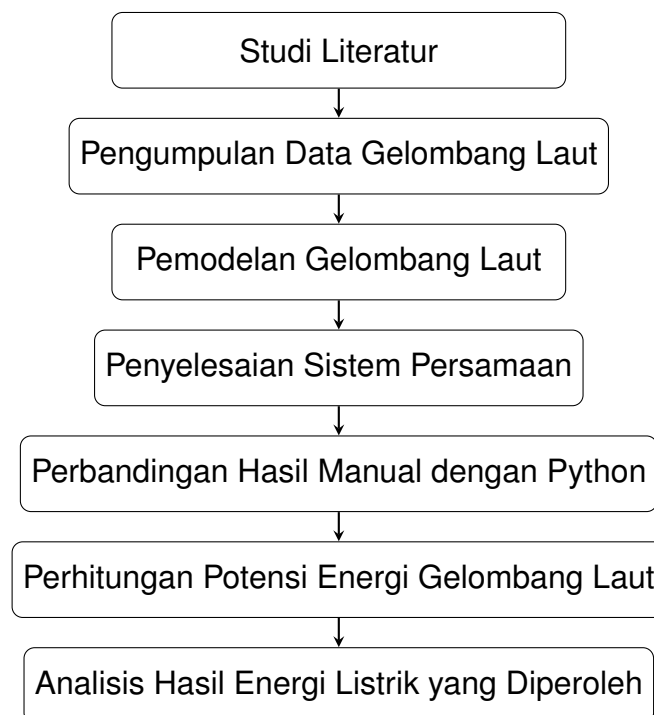
Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang beralamatkan di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Langkah - langkah yang diterapkan dalam penelitian ini meliputi:

1. Studi literatur dilakukan dengan mengumpulkan 25 sumber yang terdiri dari buku dan jurnal ilmiah.
2. Pengumpulan data gelombang laut dilakukan dengan mengambil data tinggi dan periode gelombang pada rentang wilayah dari bagian Barat Desa Karbang hingga Pantai Desa Padang Negri. Pemilihan lokasi ini didasarkan pada literatur Nurisman & Tarigan (2021) yang menyatakan bahwa pesisir Barat Pulau Sumatera, khususnya perairan di bagian Barat Provinsi Lampung, memiliki potensi gelombang yang cukup besar karena langsung berhadapan dengan Samudra Hindia.
3. Pemodelan gelombang laut dilakukan dengan metode beda hingga, yaitu dengan membagi domain menjadi beberapa titik dan menyatakan perubahan ketinggian gelombang pada setiap titik tersebut dalam bentuk sistem persamaan linear.
4. Menyiapkan kode pemrograman python untuk perhitungan.

5. Penyelesaian Sistem Persamaan. sistem persamaan linear yang diperoleh dari metode beda hingga diselesaikan menggunakan pendekatan beda hingga dan metode eliminasi gauss jordan baik secara manual maupun dengan bantuan python.
6. Hasil penyelesaian sistem persamaan metode beda hingga gauss jordan dibandingkan dengan perhitungan manual menunjukkan sejauh mana akurasi metode yang digunakan.
7. Perhitungan Potensi Energi Gelombang Laut. Berdasarkan nilai tinggi gelombang dan periode gelombang yang telah diperoleh, dilakukan perhitungan energi gelombang menggunakan rumus energi gelombang laut.
8. Seberapa besar hasil potensi energi listrik yang didapatkan.



Gambar 3.1 Diagram Tahapan Penelitian

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Implementasi metode beda hingga dalam memodelkan tinggi gelombang laut dari titik batas Barat (B) hingga batas Timur (T) diperoleh tinggi gelombang pada perhitungan manual pada setiap titik, Desa Walur (T_1) = 1,9825 m, Pantai Batu Sasundai (T_2) = 1,985 m, Pantai Batu Tihang (T_3) = 1,990 m, Pantai Segarak (T_4) = 1,995 m, Desa Pulau Pisang (T_5) = 2,000 m, Desa Kerbang (T_6) = 2,005 m, Desa Krui (T_7) = 2,010 m, Pantai Mayah (T_8) = 2,015 m, dan Desa Wainapal (T_9) = 2,0175 m. Hasil *output* pemograman python tinggi gelombang laut pada setiap titik, Pantai Batu Sasundai (T_2) = 1,988 m, Pantai Batu Tihang (T_3) = 1,992 m, Pantai Segarak (T_4) = 1,996 m, Desa Pulau Pisang (T_5) = 2,000 m, Desa Kerbang (T_6) = 2,004 m, Desa Krui (T_7) = 2,008 m, Pantai Mayah (T_8) = 2,012 m, dan Desa Wainapal (T_9) = 2,016 m.
2. Pemodelan tinggi gelombang laut digunakan sebagai parameter input dalam mengestimasi hasil perhitungan potensi energi listrik gelombang laut pada setiap titik, Desa Walur $T_1 = 22.814,56$ W/m, Pantai Batu Sasundai $T_2 = 22.934,16$ W/m, Pantai Batu Tihang $T_3 = 23.054,12$ W/m, Pantai Segarak $T_4 = 23.174,45$ W/m, Desa Pulau Pisang $T_5 = 23.295,14$ W/m, Desa Kerbang $T_6 = 23.416,21$ W/m, Desa Krui $T_7 = 23.537,66$ W/m, Pantai Mayah $T_8 = 23.659,50$ W/m, dan Desa Wainapal $T_9 = 23.781,71$ W/m.

5.2 Saran

Penelitian ini membuka peluang pengembangan lebih lanjut melalui beberapa saran yang diajukan untuk penelitian selanjutnya.

1. Penelitian ini memodelkan satu dimensi. Untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan ke arah model dua dimensi agar fenomena bagaimana gelombang membelok (refraksi) mengikuti bentuk dasar laut atau menyebar (difraksi) saat melewati rintangan, sehingga dapat dipetakan secara meluas tidak hanya secara linear sehingga dapat diketahui dimana letak titik energi paling besar.
2. Penelitian berikutnya perlu melakukan analisis berdasarkan variasi musim untuk melihat perbedaan energi di musim yang berbeda dan stabilitas potensi daya listrik sepanjang tahun sehingga lokasi potensi listrik tenaga gelombang laut dapat lebih optimal.

DAFTAR PUSTAKA

- Anam, K. & Arnas, Y. 2019. Penerapan Metode Eliminasi Gauss–Jordan pada Rangkaian Listrik Menggunakan Scilab. *Jurnal Ilmiah Aviasi Langit Biru*, 12(2): 37–44.
- Ariefianto, R. M., Hadiwidodo, Y. S., & Rahmawati, S. 2021. Modelling of Unidirectional Oscillating Buoy Wave Energy Converter Based on Direct Mechanical Drive System under Irregular Wave. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 698(1), 1–12.
- Arifin, A. Z. 2021. Simulasi dampak penghalang pada gelombang tsunami menggunakan persamaan air dangkal dengan metode beda hingga. *Jambura Journal of Mathematics*, 3(2), 93–102.
- Bukhari, F., Nurdianti, S., Julianto, M. T., Najib, M. K., & Valentdio, R. H. 2023. Implementasi penyelesaian persamaan Burgers dengan metode beda hingga dalam bahasa pemrograman Julia. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, IPB, 1–8.
- Cahyono & Edi. 2013. Pemodelan Matematika. *Graha ilmu, Yogyakarta*.
- Chasamah, A. N., Jamhuri, M., & Alisah, E. 2021. Solusi Numerik Persamaan Gelombang Dua Dimensi dengan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit CTCS. *Jurnal Riset Mahasiswa Matematika, UIN Malang*. 1(1).
- Cornett, A. 2009. A Global Wave Energy Resource Assessment. *Sea Technology*, 50(4), 59–64.
- Darajat, P. P. 2021. Simulasi numerik metode beda hingga non-uniform grid dalam menyelesaikan masalah nilai batas persamaan diferensial biasa. *F. SAINTTEK Unira Malang*, 4(2), 309–316.
- Hanafi, R., Pranowo, W. S., & Prasita, V. D. 2025. Karakter tinggi gelombang signifikan di perairan Selat Sunda berdasarkan data model global periode tahun 2024 (Significant wave height characteristics in the Sunda Strait waters based on global model data for the year 2024). *Jurnal Hidropilar*, 11(1), 1–8.

- IKIP Siliwangi. 2018 *Persamaan Diferensial*.
- Kurniawan, R., Habibie, M. N., & Suratno. 2011. Variasi Bulanan Gelombang Laut di Indonesia (Monthly Ocean Waves Variation Over Indonesia). *Pusat Penelitian dan Pengembangan BMKG, Jakarta*.
- Lembaga Ilmu Pengetahuan Indonesia (LIPI). 2020. Kajian Potensi Energi Gelombang Laut di Indonesia. *Jakarta: LIPI Press*.
- Male, H., & Lumbantoruan, J. H. 2021. Students' Perceptions and Attitudes Towards Statistics. *56 Proceedings of the 2nd Annual Conference on Blended Learning, Educational*.
- Nababan, S. 2021. Persamaan Diferensial Orde Satu. *Universitas Terbuka*.
- Nasmirayanti, R., Imani, R., Arman, U.D., dan Sari, A. 2022. Analisa Linier Eliminasi Gauss–Jordan untuk Analisis Struktur Rangka Batang Segitiga Sederhana. *Rang Teknik Journal*, 5(1): 156–159.
- Ndii, M. Z. 2022. Pemodelan Matematika: Konsep dan Aplikasi. *Deepublish, Yogyakarta*.
- Nurisman, N., & Tarigan, T. A. br. 2021. Kajian Awal Perencanaan Bangunan Pelindung Pantai Labuhan Jukung, Krui, Kabupaten Pesisir Barat, Provinsi Lampung. *Maspari Journal*, 13(1), 25–40.
- Powers, D. L. 2006. Boundary Value Problem and Partial Differential Equation 5th Edition. *Elsevier inc. New York*.
- Raming, I., Putra, A. R. R., Wulandari, Kaindi, Y. P., Saderisa, & Tulzahrah, S. 2022. Penerapan Metode Beda Hingga pada Model Matematika Aliran Banjir dari Persamaan Saint Venant. *Basis: Jurnal Riset dan Inovasi Matematika dan Sains, Universitas Mulawarman*. 1(1), 128–138.
- Rizal, A., & Ningsih, N. S. 2020. Karakteristik dan Potensi Energi Gelombang Laut di Perairan Sekitar Pulau Enggano Provinsi Bengkulu. *Jurnal Kelautan Tropis*, 23(2), 145–152.
- Robbaniyyah, N. A., Muliayanti, A. S., Malasso, D. A., & Pajri, D. H. 2024. Simulasi dan akurasi numerik persamaan gelombang satu dimensi menggunakan aproksimasi metode beda hingga. *Semeton Mathematics Journal*, 1(1), 9–14.

- Sitompul, H. A., & Siahaan E. W. B. 2002. Akurasi Solusi Numaerik pada Persamaan Gelombang berdimensi-satu. . *Jurnal Penelitian Fisikawan*, 5(1). 54-63.
- Strauss, W. A. 2008. Partial Differential Equations:AN Introduction. *Second Edition*. Danvers: John Wiley and Sons.
- Tindaon, G. P., Angmalisang, P. A., Rampengan, R. M., Aror, R. D., Djamaluddin, R., Manengkey, H. W. K., & Ngangi, E. L. A. 2022. Karakteristik arah dan tinggi gelombang signifikan di Laut Sulawesi (Waves direction and significant wave height characteristic in The Celebes Sea). *Jurnal Pesisir dan Laut Tropis*, 10(3), 356–367.
- Warpindyasmoro, H. S., Kantonno, E. R., & Limanto, J. 2024. Potensi energi gelombang laut di Laut Sawu, Nusa Tenggara Timur. *Jurnal Teknik Elektro*, 17(1), 51–54.