

**OPTIMASI PERMASALAHAN *VEHICLE ROUTING PROBLEM* (VRP)  
DENGAN KENDALA KAPASITAS MENGGUNAKAN  
ALGORITMA GENETIKA**

**Skripsi**

**Oleh**

**DANU TIRTA GUNX RUPAWAN  
NPM. 2117031075**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG**

**2026**

## ABSTRACT

### OPTIMIZATION OF VEHICLE ROUTING PROBLEM (VRP) WITH CAPACITY CONSTRAINTS USING GENETIC ALGORITHM

By

**Danu Tirta Gunx Rupawan**

This study investigates the optimization of the *Vehicle Routing Problem* (VRP) with capacity constraints using a Genetic Algorithm (GA). The case study data were obtained from a distribution company in Bandar Lampung serving 20 customers with varying demands measured in kilograms and motorcycle engine capacity (cc). All distribution routes are assumed to be feasible for land transportation, including routes crossing water areas via connecting routes such as bridges or ferry crossings. The problem is formulated using *Integer Linear Programming* (ILP) with the objective of minimizing total travel time, driver rest time, and penalties for capacity violations. The Genetic Algorithm implementation includes population initialization, selection, *crossover*, mutation, and fitness evaluation. The results show that the Genetic Algorithm produces efficient distribution routes with a fleet allocation of three Colt Diesel vehicles (2000 kg), one Double Diesel vehicle (5000 kg), and two towing vehicles. The best solution yields a total travel time of 16 days 22 hours 4 minutes with routes: Colt Diesel 1: depot–9–13–15–14–12–5–7–8–depot, Colt Diesel 2: depot–6–4–2–3–1–10–depot, Double Diesel: depot–20–depot, and Towing 1: depot–17–19–16–18–depot, while Towing 2 and Colt Diesel 3 are not operated because all demands have been optimally satisfied.

**Keywords:** Vehicle Routing Problem, Capacity, Genetic Algorithm, Route Optimization.

## ABSTRAK

### OPTIMASI PERMASALAHAN *VEHICLE ROUTING PROBLEM* (VRP) DENGAN KENDALA KAPASITAS MENGGUNAKAN ALGORITMA GENETIKA

Oleh

**Danu Tirta Gunx Rupawan**

Penelitian ini membahas optimasi *Vehicle Routing Problem* (VRP) dengan kendala kapasitas menggunakan Algoritma Genetika (AG). Data penelitian berasal dari perusahaan distribusi di Kota Bandar Lampung dengan 20 pelanggan yang memiliki permintaan bervariasi dalam satuan kilogram dan kendaraan bermotor (cc). Seluruh rute distribusi diasumsikan feasible bagi kendaraan darat, termasuk rute yang melintasi wilayah perairan melalui jalur penghubung seperti jembatan atau penyeberangan. Permasalahan dimodelkan menggunakan *Integer Linear Programming* (ILP) dengan fungsi tujuan meminimalkan total waktu perjalanan, waktu istirahat pengemudi, serta penalti pelanggaran kapasitas. Implementasi Algoritma Genetika meliputi inisialisasi populasi, seleksi, *crossover*, mutasi, dan evaluasi *fitness*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa AG menghasilkan rute distribusi yang efisien dengan alokasi armada tiga unit Colt Diesel (2000 kg), satu unit Double Diesel (5000 kg), dan dua unit towing. Solusi terbaik memberikan total waktu perjalanan 16 hari 22 jam 4 menit dengan rute Colt Diesel 1: depot–9–13–15–14–12–5–7–8–depot, Colt Diesel 2: depot–6–4–2–3–1–10–depot, Double Diesel: depot–20–depot, serta Towing 1: depot–17–19–16–18–depot, sementara Towing 2 dan Colt Diesel 3 tidak dioperasikan karena seluruh permintaan telah terpenuhi.

**Kata-kata kunci:** Vehicle Routing Problem, Capacitated VRP, Algoritma Genetika, Optimasi Rute, Logistik.

**OPTIMASI PERMASALAHAN *VEHICLE ROUTING PROBLEM* (VRP)  
DENGAN KENDALA KAPASITAS MENGGUNAKAN  
ALGORITMA GENETIKA**

**DANU TIRTA GUNX RUPAWAN**

**Skripsi**

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar  
**SARJANA MATEMATIKA**

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG**

**2026**

Judul Skripsi : **PENELITIAN OPTIMASI PERMASALAHAN *VEHICLE ROUTING PROBLEM* (VRP) DENGAN KENDALA KAPASITAS MENGGUNAKAN ALGORITMA GENETIKA**

Nama Mahasiswa : **Danu Tirta Gunx Rupawan**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031075**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



1. Komisi Pembimbing

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'AN'.

**Dr. Notiragayu, S.Si.,M.Si.**  
NIP 197311092000122001

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'Aang'.

**Dr. Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si.**  
NIP 197403162005011001

2. Ketua Jurusan Matematika

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'Aang'.

**Dr. Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si.**  
NIP. 197403162005011001

## MENGESAHKAN

### 1. tim penguji

Ketua : **Dr. Notiragayu, S.Si.,M.Si.**

*Notiragayu*

Sekretaris : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si.**

*Aang Nuryaman*

Penguji

Bukan Pembimbing : **Prof. Dra. Wamiliana, MA.,Ph.D.**

*Wamiliana*

### 2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.**

NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **13 Januari 2026**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Danu Tirta Gunx Rupawan**  
Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031075**  
Jurusan : **Matematika**  
Judul Skripsi : **PENELITIAN Optimasi Permasalahan *Vehicle Routing Problem* (VRP) dengan Kendala Kapasitas Menggunakan Algoritma Genetika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung,  
Penulis,



Danu Tirta Gunx Rupawan  
NPM. 2117031075

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis memiliki nama lengkap Danu Tirta Gunx Rupawan yang lahir di Paya Kum-  
buh pada tanggal 06 Januari 2003.

## **KATA INSPIRASI**

*“Tidak ada proses yang mudah, namun setiap langkah yang dijalani dengan sungguh-sungguh akan selalu memiliki makna dan nilai di kemudian hari.”*

## **PERSEMBAHAN**

Dengan mengucapkan Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

### **Ayah dan Ibuku Tercinta**

Terimakasih kepada orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

### **Dosen Pembimbing dan Pembahas**

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

### **Sahabat-sahabatku**

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

### **Almamater Tercinta**

Universitas Lampung

## SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Optimasi Permasalahan *Vehicle Routing Problem* (VRP) dengan Kendala Kapasitas Menggunakan Algoritma Genetika" dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Dr. Notiragayu, S.Si.,M.Si. selaku Pembimbing 1 yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Dr.Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Prof. Dra. Wamiliana, MA.,Ph.D. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Ibu Siti Laelathul Casanah, S.Pd.,M.Si. selaku dosen pembimbing akademik.
6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung,

Danu Tirta Gunx Rupawan

## DAFTAR ISI

|                                                                |             |
|----------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>DAFTAR ISI</b>                                              | <b>xiii</b> |
| <b>DAFTAR TABEL</b>                                            | <b>xiv</b>  |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b>                                           | <b>xv</b>   |
| <b>I PENDAHULUAN</b>                                           | <b>1</b>    |
| 1.1 Latar Belakang Masalah                                     | 1           |
| 1.1.1 Tujuan Penelitian                                        | 3           |
| 1.1.2 Manfaat Penelitian                                       | 3           |
| <b>II TINJAUAN PUSTAKA</b>                                     | <b>4</b>    |
| 2.1 Graf                                                       | 4           |
| 2.2 <i>Vehicle Routing Problem</i> (VRP)                       | 5           |
| 2.2.1 Capacitated VRP (CVRP)                                   | 9           |
| 2.2.2 Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)        | 12          |
| 2.2.3 Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD) | 16          |
| 2.3 Algoritma Genetika                                         | 18          |
| 2.3.1 Metode Penyelesaian Algoritma Genetika                   | 19          |
| 2.4 Jenis-Jenis Metode dalam Algoritma Genetika                | 20          |
| 2.4.1 Seleksi                                                  | 20          |
| 2.4.1.1 <i>Roulette Wheel Selection</i>                        | 20          |
| 2.4.1.2 <i>Tournament Selection</i>                            | 20          |
| 2.4.1.3 <i>Rank-Based Selection</i>                            | 20          |
| 2.4.2 Crossover                                                | 21          |
| 2.4.2.1 <i>One-Point Crossover</i>                             | 21          |
| 2.4.2.2 <i>Two-Point Crossover</i>                             | 21          |
| 2.4.2.3 <i>Uniform Crossover</i>                               | 21          |
| 2.4.2.4 <i>Arithmetic Crossover</i>                            | 21          |
| 2.4.2.5 <i>Crossover Permutasi</i>                             | 22          |
| 2.4.3 Mutasi                                                   | 23          |
| 2.4.3.1 <i>Bit Flip Mutation</i>                               | 23          |
| 2.4.3.2 <i>Gaussian Mutation</i>                               | 23          |

|                                                                                                |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.4.3.3. <i>Swap Mutation</i> . . . . .                                                        | 23        |
| <b>III METODE PENELITIAN</b> . . . . .                                                         | <b>24</b> |
| 3.1 Waktu dan Tempat Penelitian . . . . .                                                      | 24        |
| 3.2 Metode Penelitian . . . . .                                                                | 24        |
| 3.2.1 Identifikasi Masalah . . . . .                                                           | 24        |
| 3.2.2 Studi Literatur . . . . .                                                                | 25        |
| 3.2.3 Pengumpulan Data . . . . .                                                               | 25        |
| 3.2.4 Pemodelan Masalah . . . . .                                                              | 26        |
| 3.2.5 Implementasi Algoritma Genetika . . . . .                                                | 27        |
| 3.2.6 Evaluasi Performa Algoritma . . . . .                                                    | 28        |
| 3.2.7 Analisis Hasil . . . . .                                                                 | 28        |
| 3.3 Alur Penelitian . . . . .                                                                  | 29        |
| <b>IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .                                                       | <b>30</b> |
| 4.1 Regulasi Waktu Istirahat Pengemudi Berdasarkan UU No. 22 Tahun 2009 . . . . .              | 30        |
| 4.2 Model Matematika dan Asumsi . . . . .                                                      | 31        |
| 4.2.1 Data Jarak Antar Lokasi . . . . .                                                        | 31        |
| 4.2.2 Indeks dan Variabel . . . . .                                                            | 31        |
| 4.2.3 Parameter . . . . .                                                                      | 32        |
| 4.2.4 Fungsi Tujuan . . . . .                                                                  | 32        |
| 4.2.5 Kendala . . . . .                                                                        | 33        |
| 4.2.6 Analisis Rute ke Customer 20 . . . . .                                                   | 37        |
| 4.2.7 Optimasi Rute Pengiriman untuk Customer 16-19 dengan Dua Kendaraan Towing . . . . .      | 38        |
| 4.2.7.1. Data Waktu Perjalanan (dalam menit) . . . . .                                         | 39        |
| 4.2.7.2. Rute Optimal . . . . .                                                                | 42        |
| 4.2.8 Penerapan Algoritma Genetika (GA) untuk Pengiriman Colt diesel (Customer 1–15) . . . . . | 42        |
| 4.2.8.1. Populasi Awal (Generasi 0) . . . . .                                                  | 43        |
| 4.2.8.2. Generasi 1: Crossover dan Mutasi . . . . .                                            | 43        |
| 4.2.8.3. Generasi 2: Evolusi Lanjutan . . . . .                                                | 45        |
| 4.2.9 Aplikasi GA Menggunakan Bahasa Pemrograman Python . . . . .                              | 46        |
| 4.2.10 Visualisasi Rute Optimal untuk 3 Kendaraan Colt diesel . . . . .                        | 52        |
| <b>V KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .                                                        | <b>55</b> |
| 5.1 Kesimpulan . . . . .                                                                       | 55        |
| 5.2 Saran . . . . .                                                                            | 57        |

|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| <b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b> | <b>58</b> |
|---------------------------------|-----------|

## DAFTAR TABEL

|     |                                                                                |    |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1 | Data Pelanggan . . . . .                                                       | 26 |
| 4.1 | Total Waktu Perjalanan untuk Semua Kombinasi Rute dengan 1 kendaraan . . . . . | 41 |
| 4.2 | Populasi Generasi 0 . . . . .                                                  | 43 |
| 4.3 | Populasi Generasi 1 . . . . .                                                  | 45 |
| 4.4 | Populasi Generasi 2 . . . . .                                                  | 46 |

## DAFTAR GAMBAR

|      |                                                                                                                                      |    |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1  | Ilustrasi masalah dasar dan interkoneksi dalam kelas <i>Vehicle Routing Problem</i> (VRP) yang diadaptasi dari Toth dan Vigo (2002). | 12 |
| 4.1  | Tampilan kode Python pada aplikasi GA                                                                                                | 46 |
| 4.2  | Proses inisialisasi populasi dalam Python                                                                                            | 47 |
| 4.3  | Proses seleksi berbasis <i>fitness</i>                                                                                               | 47 |
| 4.4  | Implementasi <i>Crossover</i> pada Python                                                                                            | 47 |
| 4.5  | Implementasi mutasi                                                                                                                  | 48 |
| 4.6  | Evaluasi <i>fitness</i> solusi                                                                                                       | 48 |
| 4.7  | Pengaturan parameter GA pada Python                                                                                                  | 49 |
| 4.8  | Perhitungan rute dan pembobotan jarak                                                                                                | 49 |
| 4.9  | Proses iterasi dan update generasi                                                                                                   | 50 |
| 4.10 | Visualisasi hasil GA                                                                                                                 | 50 |
| 4.11 | Output rute optimal                                                                                                                  | 51 |
| 4.12 | Detail kode hasil optimasi                                                                                                           | 51 |
| 4.13 | Akhir proses dan konfirmasi eksekusi                                                                                                 | 51 |
| 4.14 | Grafik <i>Best Fitness</i> per Generasi (Konvergensi GA setelah 100 generasi).                                                       | 52 |
| 4.15 | Visualisasi Rute Optimal Distribusi Antar Pulau                                                                                      | 53 |
| 4.16 | Visualisasi Detail Rute pada Wilayah Jawa dan Sekitarnya                                                                             | 54 |

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang Masalah**

*Vehicle Routing Problem* (VRP) merupakan salah satu masalah optimasi yang paling banyak dipelajari dalam bidang logistik dan transportasi. Masalah ini pertama kali diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959 sebagai upaya untuk mengoptimalkan rute pengiriman bensin menggunakan truk tanker. Sejak itu, VRP telah berkembang menjadi salah satu masalah yang paling relevan dalam dunia nyata, terutama dalam distribusi barang, pengiriman paket, dan layanan logistik lainnya. VRP berkaitan dengan penentuan rute optimal untuk sekumpulan kendaraan yang harus melayani sejumlah pelanggan dengan berbagai kendala, seperti kapasitas kendaraan, waktu layanan, dan jarak tempuh (Ibrahim dkk, 2021).

Salah satu varian VRP yang paling umum adalah *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), di mana kendaraan memiliki batasan kapasitas muatan yang harus dipatuhi (Kurnia dkk, 2018). Kendala kapasitas ini menjadi faktor kritis dalam distribusi barang, karena kelebihan muatan dapat menyebabkan ketidakefisienan operasional, sementara kapasitas yang tidak terpakai secara optimal dapat meningkatkan biaya logistik. Misalnya, dalam industri pengiriman barang, ketidakseimbangan antara muatan kendaraan dan kapasitas yang tersedia dapat menyebabkan pengiriman yang tidak efisien, seperti kelebihan muatan atau pengiriman yang tidak tepat waktu (Jasim dan Fourati, 2024).

Dalam konteks industri logistik, efisiensi rute distribusi menjadi faktor kritis yang memengaruhi biaya operasional dan kepuasan pelanggan. Perusahaan pengiriman barang sering menghadapi tantangan dalam mengoptimalkan rute kendaraan mereka karena kompleksitas masalah dan banyaknya variabel yang harus dipertimbangkan, terutama terkait kendala kapasitas. Menurut Toth dan Vigo (2014), kendala kapasitas sering kali diabaikan dalam penelitian VRP, padahal dalam praktiknya, hal ini menjadi salah satu faktor utama yang memengaruhi efisiensi distribusi. Selain itu, ketidakmampuan untuk memenuhi kendala kapasitas dapat menyebabkan

biaya tambahan, seperti denda karena kelebihan muatan atau biaya tambahan untuk menggunakan kendaraan ekstra (Golden dkk, 2008).

Penelitian ini menjadi penting karena beberapa alasan. Pertama, kendala kapasitas merupakan masalah nyata yang sering dihadapi oleh perusahaan logistik, terutama ketika kendaraan memiliki batasan muatan yang ketat. Kedua, efisiensi logistik memiliki dampak langsung terhadap biaya operasional perusahaan. Dengan mengoptimalkan rute distribusi sambil mempertimbangkan kapasitas kendaraan, perusahaan dapat mengurangi biaya bahan bakar, waktu perjalanan, dan penggunaan sumber daya lainnya. Ketiga, perkembangan teknologi dan algoritma optimasi, seperti Algoritma Genetika, menawarkan solusi yang lebih baik untuk masalah VRP dibandingkan metode tradisional (Mageswari, 2024). Algoritma Genetika telah terbukti efektif dalam menyelesaikan masalah optimasi yang kompleks karena kemampuannya dalam mengeksplorasi ruang solusi yang luas dan menemukan solusi yang mendekati optimal (Ibrahim dkk, 2021).

Meskipun banyak penelitian telah dilakukan untuk menyelesaikan VRP, masih terdapat beberapa celah (gap) yang perlu diatasi, terutama terkait kendala kapasitas. Pertama, sebagian besar penelitian sebelumnya fokus pada masalah VRP tanpa mempertimbangkan kendala kapasitas secara mendalam atau hanya menganggapnya sebagai faktor sekunder (Kurnia dkk, 2018). Padahal, dalam praktiknya, kendala kapasitas sering menjadi faktor utama yang memengaruhi efisiensi distribusi. Kedua, beberapa penelitian menggunakan metode yang kompleks dan sulit diimplementasikan dalam skala besar, sehingga kurang praktis untuk aplikasi industri (Jasim dan Fourati, 2024). Ketiga, meskipun Algoritma Genetika telah digunakan dalam beberapa penelitian, masih diperlukan pengembangan lebih lanjut untuk meningkatkan efisiensi dan akurasi solusi, terutama dalam konteks CVRP (Mageswari, 2024).

Penelitian ini akan difokuskan pada permasalahan kapasitas sebagai pembeda utama. Dengan mempertimbangkan kendala kapasitas secara eksplisit, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model optimasi yang lebih realistis dan aplikatif. Pendekatan ini diharapkan dapat menghasilkan solusi yang tidak hanya meminimalkan jarak tempuh, tetapi juga memastikan bahwa kapasitas kendaraan digunakan secara optimal tanpa melampaui batas yang ditetapkan.

### **1.1.1 Tujuan Penelitian**

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model optimasi VRP dengan fokus pada kendala kapasitas menggunakan Algoritma Genetika. Tujuannya adalah:

1. Merancang model matematis untuk VRP dengan kendala kapasitas sebagai faktor utama.
2. Mengimplementasikan Algoritma Genetika untuk menyelesaikan masalah tersebut dengan mempertimbangkan batasan kapasitas kendaraan.

### **1.1.2 Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi baik secara teoritis maupun praktis. Secara teoritis, penelitian ini akan memperkaya literatur tentang optimasi VRP dengan fokus pada kendala kapasitas dan penggunaan Algoritma Genetika. Secara praktis, hasil penelitian ini dapat diimplementasikan oleh perusahaan logistik untuk meningkatkan efisiensi operasional mereka, mengurangi biaya distribusi, dan memastikan penggunaan kapasitas kendaraan yang optimal.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Graf

Menurut Deo (2016), graf didefinisikan sebagai pasangan terurut  $G = (V, E)$ , di mana  $V$  merupakan himpunan titik (*vertex*) yang tidak kosong dan berhingga, sedangkan  $E$  merupakan himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan pasangan titik dalam  $V$ . Graf dapat digunakan untuk memodelkan berbagai masalah dalam kehidupan nyata, termasuk masalah transportasi, jaringan komunikasi, dan optimasi rute.

Graf dapat diklasifikasikan menjadi beberapa jenis, seperti graf terhubung (*connected graph*), graf berbobot (*weighted graph*), dan graf berarah (*directed graph*). Graf terhubung adalah graf di mana setiap pasangan titik terhubung oleh lintasan (lintasan (*path*) pada suatu graf merupakan urutan titik yang saling berhubungan oleh sisi-sisi graf), sedangkan graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya memiliki nilai atau bobot tertentu. Graf berarah adalah graf yang sisinya memiliki arah, yang berarti sisi  $(u, v)$  berbeda dengan sisi  $(v, u)$  (West, 2001)

*Vehicle Routing Problem* (VRP) adalah masalah optimasi yang bertujuan untuk menentukan rute optimal bagi kendaraan untuk melayani sejumlah pelanggan dengan kendala tertentu, seperti kapasitas kendaraan, waktu layanan, dan batasan waktu. VRP dapat dimodelkan menggunakan graf, di mana titik-titik pada graf merepresentasikan lokasi pelanggan dan depot, sedangkan sisi-sisi pada graf merepresentasikan jarak atau waktu tempuh antara lokasi-lokasi tersebut (Toth dan Vigo, 2014).

Graf yang digunakan dalam VRP biasanya adalah graf berbobot, di mana bobot pada sisi merepresentasikan jarak atau biaya perjalanan antara dua titik. Tujuan dari VRP adalah menentukan rute yang meminimalkan total jarak atau biaya perjalanan, sambil memenuhi semua kendala yang diberikan. Beberapa variasi dari VRP termasuk *Capacitated VRP* (CVRP), VRP dengan *Time Windows* (VRPTW),

dan *Dynamic VRP* (DVRP) (Laporte, 1992).

Dalam VRP, graf  $G = (V, E)$  digunakan untuk memodelkan jaringan transportasi, di mana himpunan titik  $V$  merepresentasikan lokasi pelanggan dan depot, sedangkan himpunan sisi  $E$  merepresentasikan jalur atau rute yang menghubungkan lokasi-lokasi tersebut. Setiap sisi pada graf biasanya memiliki bobot yang merepresentasikan jarak, waktu tempuh, atau biaya perjalanan antara dua titik (Laporte, 1992).

Graf yang digunakan dalam VRP umumnya adalah graf berbobot (*weighted graph*) karena bobot pada sisi graf memainkan peran penting dalam menentukan rute optimal. Selain itu, graf yang digunakan dapat berupa graf berarah (*directed graph*) jika arah perjalanan antara dua titik memiliki pengaruh signifikan, seperti dalam kasus rute satu arah atau perbedaan biaya perjalanan tergantung pada arah (Desrochers dkk, 1992).

Keterhubungan graf (*graph connectivity*) merupakan konsep penting dalam VRP karena menentukan apakah suatu rute dapat dibentuk untuk melayani semua pelanggan. Graf terhubung (*connected graph*) adalah graf di mana setiap pasangan titik terhubung oleh setidaknya satu lintasan. Dalam VRP, keterhubungan graf memastikan bahwa setiap pelanggan dapat dijangkau dari depot, baik secara langsung maupun melalui titik-titik lain (Christofides, 1976).

## 2.2 *Vehicle Routing Problem* (VRP)

*Vehicle Routing Problem* (VRP) merupakan salah satu masalah optimasi yang paling banyak diteliti dalam bidang riset operasi dan matematika terapan. Masalah ini pertama kali diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959 melalui studi mereka yang berjudul "*The Truck Dispatching Problem*". Dalam penelitian tersebut, mereka menggambarkan VRP sebagai perluasan dari *Travelling Salesman Problem* (TSP), di mana tujuan utamanya adalah menentukan rute optimal untuk sekumpulan kendaraan yang harus melayani sejumlah lokasi dengan berbagai kendala, seperti kapasitas kendaraan dan batasan waktu. Sejak saat itu, VRP telah menarik perhatian banyak peneliti karena relevansinya yang tinggi dalam aplikasi dunia nyata, khususnya dalam bidang logistik dan transportasi.

Berdasarkan Toth dan Vigo (2002), suatu permasalahan dapat dikategorikan sebagai VRP jika memenuhi syarat-syarat berikut:

- **Adanya Set Pelanggan yang Harus Dijangkau**  
Permasalahan VRP melibatkan sekumpulan pelanggan yang tersebar di lokasi tertentu. Setiap pelanggan memiliki permintaan (*demand*) yang harus dipenuhi. Seperti yang dijelaskan oleh Toth dan Vigo (2002),
- **Keberadaan Depot atau Pusat Distribusi**  
Terdapat satu atau lebih depot sebagai titik awal dan akhir perjalanan kendaraan.
- **Kendala Kapasitas Kendaraan**  
Setiap kendaraan memiliki kapasitas maksimum yang tidak boleh dilampaui. Total permintaan pelanggan dalam satu rute tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan.
- **Tujuan Minimisasi Biaya atau Jarak**  
Tujuan utama VRP adalah meminimalkan total biaya atau jarak tempuh kendaraan. Ini termasuk biaya transportasi, waktu perjalanan, atau jumlah kendaraan yang digunakan.
- **Kendala Waktu (*Time Windows*) (Opsional)**  
Beberapa masalah VRP melibatkan kendala waktu, di mana pelanggan harus dikunjungi dalam jangka waktu tertentu (*time windows*). Ini dikenal sebagai *Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)*.
- **Jumlah Kendaraan yang Terbatas**  
Jumlah kendaraan yang tersedia untuk melayani pelanggan terbatas. Ini menambah kompleksitas dalam merencanakan rute.
- **Rute yang Layak (*Feasible Routes*)**  
Setiap rute yang dibuat harus memenuhi semua kendala, seperti kapasitas kendaraan, waktu layanan, dan batasan lainnya.
- **Permasalahan Kombinatorial**  
VRP adalah masalah kombinatorial yang kompleks karena melibatkan penentuan rute optimal dari sejumlah besar kemungkinan kombinasi rute.

Perkembangan VRP tidak lepas dari kemajuan teknologi komputasi dan algoritma. Pada awal perkembangannya, metode eksak seperti *Branch and Bound* dan *Dynamic Programming* digunakan untuk menyelesaikan masalah VRP. Namun, metode ini seringkali dianggap tidak efisien untuk masalah berskala besar karena

tingginya kompleksitas komputasi. Seiring waktu, pendekatan heuristik dan metaheuristik mulai dikembangkan untuk memberikan solusi yang lebih cepat dan praktis. Misalnya, Clarke dan Wright pada tahun 1964 memperkenalkan *Savings Algorithm*, sebuah metode heuristik yang sederhana namun efektif untuk menyelesaikan VRP dasar. Kemudian, pada era modern, algoritma metaheuristik seperti *Genetic Algorithm* (Goldberg, 1989), *Simulated Annealing* (Kirkpatrick dkk, 1983), dan *Ant Colony Optimization* (Dorigo dkk., 1996) menjadi populer karena kemampuannya dalam menangani masalah VRP yang lebih kompleks dan dinamis.

Menurut Laporte (1992) VRP dapat diformulasikan sebagai berikut :

Misalkan  $x_{ij}$  adalah variabel integer yang dapat mengambil nilai  $\{0, 1\}$ ,  $\forall \{i, j\} \in E \setminus \{(0, j) : j \in V\}$  dan nilai  $\{0, 1, 2\}$ ,  $\forall \{0, j\} \in E, j \in V$ . Perhatikan bahwa  $x_{0j} = 2$  ketika rute yang mencakup pelanggan tunggal  $j$  dipilih dalam solusi. VRP dapat diformulasikan kedalam *Integer programming* sebagai berikut:

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}$$

Dengan batasan:

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in V \setminus \{0\},$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in V \setminus \{0\},$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, \quad |S| \geq 2,$$

$$\sum_{i \in V} q_i y_i < Q,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V.$$

di mana:

- $x_{ij}$  adalah variabel biner yang bernilai 1 jika kendaraan melintasi sisi  $(i, j)$ ,

dan 0 jika tidak.

- $y_i$  adalah variabel biner yang bernilai 1 jika pelanggan  $i$  dilayani, dan 0 jika tidak.
- $c_{ij}$  adalah biaya yang terkait dengan sisi  $(i, j)$ .
- $q_i$  adalah permintaan pelanggan  $i$ .
- $Q$  adalah kapasitas kendaraan.

Batasan pertama dan kedua memastikan bahwa setiap pelanggan dikunjungi tepat satu kali. Batasan ketiga adalah *sub-tour elimination constraint* yang mencegah terbentuknya rute yang tidak terhubung dengan depot. Batasan keempat memastikan bahwa total permintaan pelanggan dalam satu rute tidak melebihi kapasitas kendaraan (Toth & Vigo, 2002).

Berikut contoh sederhana penerapan VRP.

Misalkan terdapat satu depot dan tiga pelanggan yang harus dilayani oleh sejumlah kendaraan dengan kapasitas terbatas. Depot dinotasikan sebagai titik 0, sedangkan pelanggan dinotasikan sebagai titik 1, 2, dan 3. Himpunan titik didefinisikan sebagai

$$V = \{0, 1, 2, 3\}.$$

Setiap pelanggan memiliki permintaan (demand) sebagai berikut:

$$q_1 = 2, \quad q_2 = 3, \quad q_3 = 1,$$

dengan kapasitas maksimum kendaraan adalah

$$Q = 4.$$

Biaya perjalanan antar titik dinyatakan dalam matriks jarak  $C = (c_{ij})$  berikut:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 & 5 \\ 4 & 0 & 3 & 4 \\ 6 & 3 & 0 & 2 \\ 5 & 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Tujuan dari VRP ini adalah menentukan rute kendaraan yang berawal dan berakhir di depot, melayani seluruh pelanggan tepat satu kali, serta meminimalkan total biaya perjalanan tanpa melanggar kapasitas kendaraan.

Sebagai contoh solusi yang layak (*feasible solution*), rute kendaraan dapat dibentuk sebagai berikut:

- Rute 1:  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 0$  dengan total permintaan  $q_1 + q_3 = 3 \leq Q$ ,
- Rute 2:  $0 \rightarrow 2 \rightarrow 0$  dengan total permintaan  $q_2 = 3 \leq Q$ .

Solusi tersebut memenuhi seluruh kendala VRP, yaitu setiap pelanggan dikunjungi tepat satu kali, setiap rute dimulai dan berakhir di depot, serta total permintaan pada setiap rute tidak melebihi kapasitas kendaraan. Dengan demikian, contoh ini menggambarkan penerapan sederhana Vehicle Routing Problem sesuai dengan formulasi matematis yang dikemukakan oleh Laporte (1992).

Dalam *Vehicle Routing Problem* (VRP), terdapat berbagai jenis masalah yang dikembangkan untuk menangani berbagai skenario dan batasan dalam logistik dan distribusi. Beberapa jenis VRP yang umum dipelajari antara lain *Capacitated VRP* (CVRP), yang merupakan versi paling dasar dengan batasan kapasitas kendaraan; *VRP with Backhauls* (VRPB), di mana kendaraan tidak hanya melakukan pengiriman tetapi juga pengambilan barang; dan *VRP with Time Windows* (VRPTW), yang menambahkan batasan waktu kedatangan kendaraan pada setiap pelanggan. Selain itu, terdapat juga variasi lain seperti *VRP with Pickup and Delivery* (VRPPD), *Distance-Constrained VRP* (DCVRP), dan kombinasi seperti *VRP with Backhauls and Time Windows* (VRPBTW). Setiap jenis VRP ini dirancang untuk memenuhi kebutuhan spesifik dalam perencanaan rute, sehingga solusi yang dihasilkan dapat lebih efisien dan sesuai dengan kondisi nyata.

### 2.2.1 Capacitated VRP (CVRP)

*Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP) merupakan salah satu varian dari *Vehicle Routing Problem* (VRP) yang telah menjadi fokus penelitian intensif dalam bidang optimisasi dan logistik. CVRP melibatkan penentuan rute optimal untuk sejumlah kendaraan dengan kapasitas terbatas yang harus melayani sekumpulan pelanggan dari satu atau beberapa depot. Tujuan utama dari CVRP adalah meminimalkan total biaya transportasi, termasuk jarak tempuh, waktu, atau biaya operasional lainnya, sambil memenuhi batasan kapasitas kendaraan dan kebutuhan pelanggan (Toth & Vigo, 2002).

Menurut Toth dan Vigo (2002), CVRP dapat didefinisikan sebagai masalah penentuan rute optimal untuk sejumlah kendaraan dengan kapasitas terbatas yang harus melayani sekumpulan pelanggan dari satu depot. Formulasi matematis CVRP melibatkan graf  $G = (V, E)$ , di mana  $V$  adalah himpunan titik yang mewakili depot dan pelanggan, dan  $E$  adalah himpunan sisi yang menghubungkan titik-titik tersebut. Setiap sisi  $(i, j)$  memiliki biaya  $c_{ij}$  yang dapat berupa jarak, waktu, atau biaya lainnya. Kendaraan memiliki kapasitas  $Q$ , dan setiap pelanggan memiliki permintaan  $q_i$  yang harus dipenuhi.

Berdasarkan Fukasawa (2003) formulasi matematis CVRP dapat dinyatakan sebagai berikut:

Misalkan  $H = (N, A)$ ,  $d$ ,  $q$ , dan  $Q$  mendefinisikan sebuah instansi CVRP (*Capacitated Vehicle Routing Problem*) dengan titik 0 sebagai depot dan titik-titik lainnya di  $N$  sebagai klien.

$$\text{Minimalkan} \quad \sum_{e=(u,v) \in A} d(e)x_e$$

Dengan kendala:

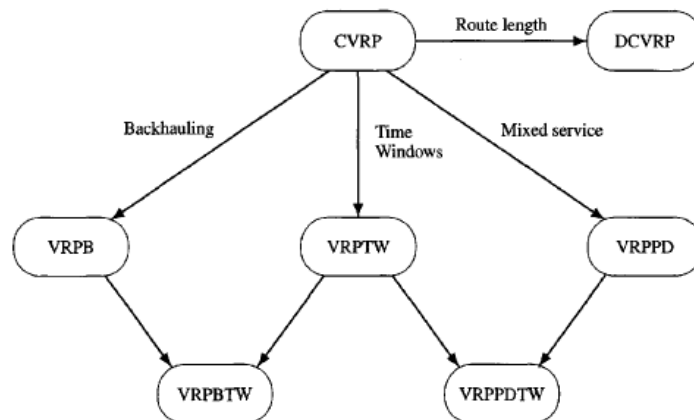
$$\begin{aligned} \sum_{e \in \delta(\{0\})} x_e &= 2, \quad \forall u \in N \setminus \{0\}, \\ \sum_{e \in \delta(\{0\})} x_e &\geq 2k^*, \\ \sum_{e \in \delta(\bar{S})} x_e &\geq 2k(S), \quad \forall S \in N \setminus \{0\}, \\ x_e &\leq 1, \quad \forall e \in A \setminus \delta(\{0\}), \\ \sum_{l=1}^p q_l^* \lambda_l - x_e &= 0, \quad \forall e \in A, \\ x_e &\in \{0, 1, 2\}, \quad \forall e \in A, \\ \lambda_l &\geq 0 \quad \forall l \in \{1, \dots, p\}. \end{aligned}$$

Dimana:

- $H$ : graf yang merepresentasikan jaringan rute, di mana  $N$  adalah himpunan titik dan  $A$  adalah himpunan sisi.

- $N$ : himpunan titik (*nodes*) yang terdiri dari depot (titik 0) dan klien (titik lainnya).
- $A$ : himpunan busur (*arcs*) yang menghubungkan titik-titik dalam  $N$ .
- $d(e)$  : jarak atau biaya yang terkait dengan busur  $e = (u, v)$ .
- $q_l$  : permintaan (*demand*) dari klien ke- $l$ .
- $Q$  : kapasitas kendaraan, yaitu jumlah maksimum permintaan yang dapat diangkut oleh satu kendaraan.
- $x_e$  : variabel keputusan biner yang menunjukkan apakah busur  $e$  digunakan dalam rute ( $x_e = 1$ ) atau tidak ( $x_e = 0$ ).
- $\delta(\{0\})$ : himpunan busur yang terhubung ke depot (titik 0).
- $k^*$  : jumlah minimum kendaraan yang diperlukan untuk melayani semua klien.
- $k(S)$  : jumlah minimum kendaraan yang diperlukan untuk melayani himpunan klien  $S$ .
- $\bar{S}$  : komplemen dari himpunan  $S$ , yaitu semua titik yang tidak termasuk dalam  $S$ .
- $\lambda_l$  : variabel keputusan yang terkait dengan permintaan klien ke- $l$ .
- $p$ : jumlah klien yang harus dilayani.
- $q_l^*$  : permintaan klien ke- $l$  yang telah dinormalisasi.

Berbagai variasi dan aspek dari *Vehicle Routing Problem* (VRP) diilustrasikan dalam gambar berikut, yang diadaptasi dari buku *The Vehicle Routing Problem* karya Toth dan Vigo (2002). Gambar ini mencakup model-model seperti *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), *Distance Constrained Vehicle Routing Problem* (DCVRP), serta konsep *backhauling*, *time windows*, dan *mixed service*. Selain itu, diperlihatkan pula variasi kompleks seperti *Vehicle Routing Problem with Backhauls* (VRPB), *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW), dan *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRPPD).



**Gambar 2.1** Ilustrasi masalah dasar dan interkoneksi dalam kelas *Vehicle Routing Problem* (VRP) yang diadaptasi dari Toth dan Vigo (2002).

### 2.2.2 Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)

*Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW) merupakan pengembangan dari *Vehicle Routing Problem* (VRP) yang memperkenalkan batasan waktu (*time windows*) sebagai aspek kritis dalam perencanaan rute. Menurut Toth dan Vigo (2002), VRPTW bertujuan untuk menentukan rute optimal bagi sekumpulan kendaraan yang harus melayani sejumlah pelanggan, dengan mempertimbangkan batasan kapasitas kendaraan dan jendela waktu yang telah ditetapkan untuk setiap pelanggan. Setiap pelanggan memiliki interval waktu tertentu  $[a_i, b_i]$  yang menunjukkan waktu awal (*earliest time*) dan waktu akhir (*latest time*) di mana kendaraan harus tiba untuk melakukan pelayanan. Jika kendaraan tiba sebelum waktu awal, kendaraan tersebut harus menunggu hingga waktu pelayanan dimulai, sedangkan kedatangan setelah waktu akhir tidak diperbolehkan.

Formulasi matematis VRPTW dapat dinyatakan sebagai masalah optimasi dengan fungsi tujuan meminimalkan total biaya perjalanan. Berdasarkan Toth dan Vigo (2002), parameter dan variabel yang digunakan dalam formulasi ini adalah sebagai berikut:

#### Parameter:

- $n$ : Banyaknya jumlah pelanggan.
- $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ : Himpunan titik, di mana titik 0 adalah depot.
- $K$ : Jumlah kendaraan.

- $Q$ : Kapasitas kendaraan.
- $d_i$ : Permintaan pelanggan  $i$ .
- $s_i$ : Waktu layanan di pelanggan  $i$ .
- $[a_i, b_i]$ : Jendela waktu untuk pelanggan  $i$ .
- $t_{ij}$ : Waktu perjalanan dari titik  $i$  ke titik  $j$ .
- $c_{ij}$ : Biaya perjalanan dari titik  $i$  ke titik  $j$ .

### Variabel Keputusan:

•

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan } k \text{ melakukan perjalanan dari titik } i \text{ ke titik } j, \\ 0, & \text{jika tidak.} \end{cases}$$

- $w_{ik}$ : Waktu kedatangan kendaraan  $k$  di titik  $i$ .

### Fungsi Tujuan:

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ijk}$$

### Kendala:

1. Setiap pelanggan dikunjungi tepat satu kali:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

2. Kendaraan harus mulai dan berakhir di depot:

$$\sum_{j=1}^n x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0k} = 1 \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$$

3. Kendala aliran (*flow conservation*):

$$\sum_{i=0}^n x_{ihk} - \sum_{j=0}^n x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in \{1, 2, \dots, n\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$$

4. Kendala kapasitas kendaraan:

$$\sum_{i=1}^n d_i \sum_{j=0}^n x_{ijk} \leq Q \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$$

5. Kendala time windows:

$$w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk} \leq (1 - x_{ijk})M \quad \forall i, j \in \{0, 1, \dots, n\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$$

$$a_i \leq w_{ik} \leq b_i \quad \forall i \in \{0, 1, \dots, n\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$$

6. Kendala waktu perjalanan:

$$w_{ik} + s_i + t_{ij} \leq w_{jk} \quad \forall i, j \in \{0, 1, \dots, n\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$$

Untuk memperjelas konsep Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW), berikut diberikan contoh sederhana penerapannya.

Misalkan terdapat satu depot dan tiga pelanggan yang harus dilayani oleh satu kendaraan. Depot dinotasikan sebagai titik 0, sedangkan pelanggan dinotasikan sebagai titik 1, 2, dan 3. Himpunan titik didefinisikan sebagai

$$V = \{0, 1, 2, 3\}.$$

Setiap pelanggan memiliki jendela waktu (*time windows*) dan waktu layanan sebagai berikut:

| Pelanggan | Jendela Waktu $[a_i, b_i]$ | Waktu Layanan $s_i$ |
|-----------|----------------------------|---------------------|
| 1         | [10, 20]                   | 2                   |
| 2         | [15, 30]                   | 3                   |
| 3         | [25, 40]                   | 2                   |

Waktu perjalanan antar titik dinyatakan dalam matriks  $T = (t_{ij})$  berikut:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 8 & 6 \\ 5 & 0 & 4 & 3 \\ 8 & 4 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Kendaraan berangkat dari depot pada waktu 0 dan harus melayani setiap pelanggan dalam jendela waktu yang telah ditentukan. Kendaraan diperbolehkan menunggu jika tiba lebih awal dari waktu pelayanan.

Sebagai contoh solusi yang layak (*feasible solution*), rute kendaraan adalah:

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0.$$

Kendaraan tiba di pelanggan 1 pada waktu 5 dan menunggu hingga waktu 10, kemudian melayani selama 2 satuan waktu. Selanjutnya kendaraan tiba di pelanggan 2 pada waktu 16 dan dilayani hingga waktu 19, serta tiba di pelanggan 3 pada waktu 21 dan menunggu hingga waktu 25 sebelum dilayani. Seluruh pelayanan dilakukan dalam jendela waktu yang diperbolehkan.

Dengan demikian, rute tersebut memenuhi seluruh kendala VRPTW, yaitu setiap pelanggan dikunjungi tepat satu kali, kendaraan berangkat dan kembali ke depot, serta waktu kedatangan dan pelayanan berada dalam jendela waktu yang ditetapkan.

Menurut Yeun dkk (2008), solusi untuk VRPTW dapat dikategorikan menjadi dua pendekatan utama, yaitu metode eksak dan metode heuristik. Metode eksak, seperti *Branch and Bound* dan *Dynamic Programming*, mampu menghasilkan solusi optimal tetapi seringkali tidak efisien untuk masalah dengan skala besar karena kompleksitas komputasional yang tinggi. Di sisi lain, metode heuristik dan metaheuristik, seperti *Genetic Algorithm*, *Simulated Annealing*, dan *Ant Colony Optimization*, menawarkan solusi yang lebih cepat meskipun tidak selalu optimal, sehingga lebih sesuai untuk masalah praktis dengan jumlah pelanggan yang besar.

Beberapa penelitian terkait VRPTW telah dilakukan untuk meningkatkan efisiensi solusi. Solomon (1987) mengusulkan algoritma heuristik berbasis *insertion* yang efektif untuk masalah VRPTW dengan jendela waktu yang ketat. Sementara itu, Cordeau dkk (2007) mengembangkan pendekatan *tabu search* yang mampu menghasilkan solusi berkualitas tinggi untuk masalah VRPTW dengan batasan tambahan seperti *multiple depots* dan *heterogeneous fleet*.

### 2.2.3 Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD)

*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRPPD) merupakan perluasan dari masalah *Vehicle Routing Problem* (VRP) klasik. Pada VRPPD, setiap pelanggan memiliki permintaan untuk pengambilan (pickup) dan pengantaran (delivery) barang. Masalah ini pertama kali diperkenalkan oleh Toth dan Vigo (2002) dalam bukunya yang berjudul *The Vehicle Routing Problem*. Menurut Toth dan Vigo (2002), VRPPD dapat didefinisikan sebagai masalah penentuan rute optimal untuk sejumlah kendaraan yang harus melayani sekumpulan pelanggan dengan permintaan pickup dan delivery, dengan meminimalkan total biaya atau jarak tempuh.

Model matematis untuk VRPPD dapat dirumuskan sebagai berikut. Misalkan  $G = (V, A)$  adalah graf berarah, di mana  $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  adalah himpunan titik yang mewakili depot (titik 0) dan pelanggan (titik 1 hingga  $n$ ). Setiap busur  $(i, j) \in A$  memiliki biaya  $c_{ij}$  yang mewakili jarak atau waktu tempuh dari titik  $i$  ke titik  $j$ . Setiap pelanggan  $i$  memiliki permintaan pickup  $p_i$  dan permintaan delivery  $d_i$ . Kendaraan memiliki kapasitas  $Q$ .

Tujuan dari VRPPD adalah untuk meminimalkan total biaya rute, yang dapat dirumuskan sebagai:

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^m \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk}$$

dengan  $x_{ijk}$  adalah variabel biner yang bernilai 1 jika busur  $(i, j)$  dilalui oleh kendaraan  $k$ , dan 0 jika tidak. Kendala-kendala yang harus dipenuhi antara lain:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in V \setminus \{0\}$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} - \sum_{i \in V} x_{jik} = 0, \quad \forall j \in V, \forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$$

$$\sum_{j \in V} x_{0jk} = 1, \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0k} = 1, \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$$

$$\sum_{i \in V} p_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq Q, \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$$

$$\sum_{i \in V} d_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq Q, \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$$

(Yeun dkk,2008)

Untuk memperjelas konsep Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD), berikut diberikan contoh sederhana penerapannya.

Misalkan terdapat satu depot dan dua pasangan lokasi *pickup* dan *delivery* yang harus dilayani oleh satu kendaraan. Depot dinotasikan sebagai titik 0, sedangkan lokasi pickup dan delivery dinotasikan sebagai berikut:

$$P = \{1, 2\}, \quad D = \{3, 4\},$$

dengan pasangan pickup–delivery adalah (1, 3) dan (2, 4).

Himpunan titik keseluruhan didefinisikan sebagai

$$V = \{0, 1, 2, 3, 4\}.$$

Setiap pickup memiliki muatan yang harus diambil dan diantarkan ke lokasi delivery yang bersesuaian, dengan besaran muatan sebagai berikut:

$$q_1 = 2, \quad q_2 = 1,$$

serta kapasitas maksimum kendaraan adalah

$$Q = 3.$$

Waktu perjalanan antar titik dinyatakan dalam matriks  $T = (t_{ij})$  berikut:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 0 & 2 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 0 & 6 & 4 \\ 6 & 5 & 6 & 0 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Kendaraan berangkat dari depot, melakukan pengambilan muatan di lokasi

pickup, kemudian mengantarkan muatan tersebut ke lokasi delivery yang bersesuaian, dan akhirnya kembali ke depot. Urutan pelayanan harus memenuhi kendala precedensi, yaitu setiap lokasi pickup harus dikunjungi sebelum lokasi delivery yang terkait.

Sebagai contoh solusi yang layak (*feasible solution*), rute kendaraan dapat dituliskan sebagai:

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 0.$$

Pada rute tersebut, kendaraan terlebih dahulu melakukan pickup di titik 1 dan 2 dengan total muatan sebesar  $q_1 + q_2 = 3 \leq Q$ . Selanjutnya muatan dari pickup 2 diantarkan ke delivery 4, kemudian muatan dari pickup 1 diantarkan ke delivery 3. Seluruh kendala VRPPD terpenuhi, yaitu kapasitas kendaraan tidak terlampaui dan urutan pickup–delivery dipatuhi.

Menurut Yeun dkk (2008), terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan VRPPD, antara lain metode heuristik, metaheuristik, dan pendekatan berbasis pemrograman matematis. Metode heuristik seperti *Nearest Neighbor* dan *Savings Algorithm* sering digunakan untuk menghasilkan solusi awal yang baik dalam waktu komputasi yang singkat. Sementara itu, metode metaheuristik seperti *Genetic Algorithm* (GA) dan *Simulated Annealing* (SA) dapat digunakan untuk meningkatkan kualitas solusi dengan mengeksplorasi ruang solusi secara lebih luas.

Beberapa penelitian lain juga membahas VRPPD dengan variasi dan pendekatan yang berbeda. Misalnya, Cordeau (2007) mengusulkan model berbasis *Branch-and-Cut* untuk menyelesaikan VRPPD dengan kendala waktu (VRPPDTW). Sementara itu, Parragh (2008) mengusulkan pendekatan *Column Generation* untuk masalah VRPPD dengan kendala kapasitas dan waktu.

### 2.3 Algoritma Genetika

*Algoritma Genetika* (AG) adalah sebuah metode optimasi yang terinspirasi dari keajaiban proses evolusi di alam. Bayangkan bagaimana makhluk hidup beradaptasi dan bertahan melalui seleksi alam, mutasi, dan reproduksi. Prinsip-prinsip inilah yang diadopsi oleh John Holland pada tahun 1975 ketika ia pertama kali memperkenalkan *Algoritma Genetika* dalam bukunya "*Adaptation in Natural and Artificial Systems*". Sejak itu, AG tidak hanya menjadi alat matematis yang canggih, tetapi juga simbol bagaimana manusia dapat belajar dari alam untuk memecahkan

masalah kompleks, termasuk *Vehicle Routing Problem* (VRP).

Sejarah penerapan AG dalam VRP dimulai pada era 1990-an, ketika para peneliti seperti Potvin dan Bengio (1996) menunjukkan bahwa AG mampu menyelesaikan varian VRP dengan kendala kapasitas (*Capacitated VRP* atau CVRP) secara efektif. Sejak itu, AG terus berkembang, menyesuaikan diri dengan berbagai kebutuhan dan kendala dalam masalah *routing*, mulai dari batasan waktu hingga tujuan ganda seperti meminimalkan biaya dan emisi karbon.

*Algoritma Genetika* bekerja dengan mensimulasikan proses evolusi pada populasi solusi potensial, yang dalam konteks VRP direpresentasikan sebagai kromosom yang mengkodekan rute-rute kendaraan. Proses ini dimulai dengan menciptakan populasi awal secara acak atau menggunakan heuristik sederhana. Setiap solusi kemudian dievaluasi berdasarkan fungsi *fitness*, yang mencerminkan seberapa baik solusi tersebut memenuhi tujuan, seperti meminimalkan jarak tempuh atau biaya. Individu-individu terbaik dipilih untuk "berkembang biak" melalui proses *crossover*, di mana dua solusi digabungkan untuk menghasilkan keturunan baru. Mutasi juga diperkenalkan untuk menjaga keragaman populasi dan mencegah stagnasi pada solusi yang kurang optimal.

Terdapat beberapa varian *Algoritma Genetika* yang dapat disesuaikan dengan karakteristik VRP. Misalnya, *Simple Genetic Algorithm* (SGA) menggunakan representasi biner atau integer untuk mengkodekan rute, sementara *Real-Coded Genetic Algorithm* (RCGA) memanfaatkan bilangan riil untuk masalah yang lebih kompleks. *Hybrid Genetic Algorithm* (HGA) menggabungkan AG dengan metode heuristik lain, seperti *Local Search*, untuk meningkatkan kualitas solusi. Selain itu, *Multi-Objective Genetic Algorithm* (MOGA) digunakan ketika VRP melibatkan lebih dari satu tujuan, seperti meminimalkan jarak dan waktu secara bersamaan.

### 2.3.1 Metode Penyelesaian Algoritma Genetika

Algoritma Genetika terdiri dari beberapa tahapan utama, yaitu:

1. Inisialisasi Populasi: Membangkitkan populasi awal secara acak.
2. Evaluasi *Fitness*: Menghitung nilai *fitness* setiap individu dalam populasi.
3. Seleksi: Memilih individu-individu terbaik berdasarkan nilai *fitness*.
4. Crossover: Melakukan persilangan antara dua individu terpilih untuk menghasilkan keturunan.

5. Mutasi: Mengubah secara acak beberapa gen dalam individu untuk menjaga keragaman genetik.
6. Generasi Baru: Membentuk populasi baru dari individu-individu terpilih dan keturunannya.
7. Terminasi: Menghentikan proses jika kriteria tertentu terpenuhi, seperti mencapai jumlah generasi maksimum atau solusi optimal.

## 2.4 Jenis-Jenis Metode dalam Algoritma Genetika

### 2.4.1 Seleksi

Metode seleksi digunakan untuk memilih individu-individu terbaik yang akan menjadi orang tua dalam proses *crossover*. Beberapa metode seleksi yang umum digunakan adalah:

#### 2.4.1.1. *Roulette Wheel Selection*

Metode ini memilih individu berdasarkan probabilitas yang sebanding dengan nilai *fitness*-nya. Individu dengan *fitness* lebih tinggi memiliki peluang lebih besar untuk terpilih. Probabilitas seleksi individu ke-*i* dihitung dengan rumus:

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j}$$

di mana: -  $P_i$  adalah probabilitas seleksi individu ke-*i*, -  $f_i$  adalah nilai *fitness* individu ke-*i*, -  $N$  adalah jumlah individu dalam populasi.

#### 2.4.1.2. *Tournament Selection*

Metode ini memilih sejumlah individu secara acak (biasanya 2 hingga 5) dan memilih individu dengan *fitness* tertinggi di antara mereka. Proses ini diulang hingga jumlah individu yang dibutuhkan terpenuhi.

#### 2.4.1.3. *Rank-Based Selection*

Individu diurutkan berdasarkan *fitness*-nya, dan probabilitas seleksi ditentukan berdasarkan peringkat mereka. Individu dengan peringkat lebih tinggi memi-

liki peluang lebih besar untuk terpilih.

### 2.4.2 Crossover

*Crossover* adalah proses menggabungkan dua individu (orang tua) untuk menghasilkan keturunan. Berikut adalah beberapa jenis metode *crossover*:

#### 2.4.2.1. One-Point Crossover

Pada metode ini, satu titik potong dipilih secara acak pada kromosom orang tua. Gen sebelum titik potong diambil dari orang tua pertama, dan gen setelah titik potong diambil dari orang tua kedua. Contoh:

$$Parent\ 1 = [A, B, C, D, E] \quad Parent\ 2 = [a, b, c, d, e] \quad anak = [A, B, C, d, e]$$

#### 2.4.2.2. Two-Point Crossover

Metode ini menggunakan dua titik potong. Gen di antara dua titik potong diambil dari orang tua kedua, sedangkan gen di luar titik potong diambil dari orang tua pertama. Contoh:

$$Parent\ 1 = [A, B, C, D, E] \quad Parent\ 2 = [a, b, c, d, e] \quad anak = [A, b, c, D, E]$$

#### 2.4.2.3. Uniform Crossover

Setiap gen pada keturunan dipilih secara acak dari salah satu orang tua dengan probabilitas tertentu (biasanya 0.5). Contoh:

$$Parent\ 1 = [A, B, C, D, E] \quad Parent\ 2 = [a, b, c, d, e] \quad anak = [A, b, C, d, E]$$

#### 2.4.2.4. Arithmetic Crossover

Metode ini digunakan untuk masalah optimasi kontinu. Keturunan dihasilkan dengan mengambil rata-rata tertimbang dari gen orang tua:

$$anak = \alpha \times Parent\ 1 + (1 - \alpha) \times Parent\ 2$$

di mana  $\alpha$  adalah faktor pembobotan (biasanya  $\alpha = 0.5$ ).

#### 2.4.2.5. *Crossover Permutasi*

*Crossover* permutasi digunakan ketika kromosom merepresentasikan permutasi (urutan unik), seperti dalam masalah penjadwalan atau *Traveling Salesman Problem* (TSP). Beberapa metode *crossover* permutasi yang umum adalah:

- *Partially Mapped Crossover* (PMX)

PMX mempertahankan urutan gen dari kedua orang tua dengan memetakan bagian kromosom. Langkah-langkahnya: 1. Pilih dua titik potong secara acak pada kromosom orang tua. 2. Salin bagian di antara titik potong dari orang tua pertama ke keturunan. 3. Isi gen yang tersisa dengan memetakan gen dari orang tua kedua, menghindari duplikasi.

Contoh:

$$\text{Parent 1} = [1, 2, 3, 4, 5, 6] \text{Parent 2} = [6, 5, 4, 3, 2, 1] \text{anak} = [6, 2, 3, 4, 5, 1]$$

- *Order Crossover* (OX)

OX mempertahankan urutan relatif gen dari orang tua. Langkah-langkahnya: 1. Pilih dua titik potong secara acak pada kromosom orang tua. 2. Salin bagian di antara titik potong dari orang tua pertama ke keturunan. 3. Isi gen yang tersisa dengan gen dari orang tua kedua, dimulai setelah titik potong kedua, dan menghindari duplikasi.

Contoh:

$$\text{Parent 1} = [1, 2, 3, 4, 5, 6] \text{Parent 2} = [6, 5, 4, 3, 2, 1] \text{anak} = [3, 4, 5, 6, 2, 1]$$

- *Cycle Crossover* (CX)

CX mempertahankan posisi gen yang sama dari kedua orang tua. Langkah-langkahnya: 1. Identifikasi siklus gen antara kedua orang tua. 2. Salin gen dari siklus pertama orang tua pertama ke keturunan. 3. Salin gen dari siklus kedua orang tua kedua ke keturunan.

Contoh:

$$\text{Parent 1} = [1, 2, 3, 4, 5, 6] \text{Parent 2} = [6, 5, 4, 3, 2, 1] \text{anak} = [1, 5, 3, 4, 2, 6]$$

### 2.4.3 Mutasi

Mutasi adalah proses mengubah secara acak beberapa gen dalam individu untuk menjaga keragaman genetik. Beberapa metode mutasi yang umum digunakan adalah:

#### 2.4.3.1. *Bit Flip Mutation*

*Bit Flip Mutation* digunakan untuk kromosom biner. Beberapa bit (0 atau 1) dipilih secara acak dan dibalik nilainya. Contoh:

$$\text{Before Mutation} = [1, 0, 1, 1, 0] \text{After Mutation} = [1, 1, 1, 1, 0]$$

#### 2.4.3.2. *Gaussian Mutation*

*Gaussian Mutation* digunakan untuk kromosom kontinu. Nilai gen diubah dengan menambahkan noise yang diambil dari distribusi Gaussian. Rumusnya:

$$\text{New Value} = \text{Old Value} + \mathcal{N}(0, \sigma)$$

di mana  $\mathcal{N}(0, \sigma)$  adalah noise Gaussian dengan mean 0 dan deviasi standar  $\sigma$ .

#### 2.4.3.3. *Swap Mutation*

*Swap Mutation* digunakan untuk kromosom permutasi. Dua gen dipilih secara acak dan posisinya ditukar. Contoh:

$$\text{Before Mutation} = [1, 2, 3, 4, 5] \text{After Mutation} = [1, 4, 3, 2, 5]$$

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini dilaksanakan pada periode Semester Ganjil TA 2025/2026. Dilakukan di Laboratorium Komputasi Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung, serta menggunakan data dari perusahaan logistik yang beroperasi di wilayah Bandar Lampung.

#### **3.2 Metode Penelitian**

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah metode eksperimen komputasional dengan pendekatan optimasi menggunakan Algoritma Genetika. Tahapan penelitian ini meliputi:

##### **3.2.1 Identifikasi Masalah**

Identifikasi masalah dilakukan untuk memahami permasalahan yang dihadapi dalam optimasi rute distribusi dengan kendala kapasitas. Beberapa masalah yang diidentifikasi meliputi:

- **Kendala Kapasitas:** Kendaraan memiliki batasan kapasitas muatan yang harus dipatuhi, sehingga perlu dioptimalkan agar tidak terjadi kelebihan muatan atau kapasitas yang tidak terpakai secara optimal.
- **Efisiensi Rute:** Perusahaan logistik sering menghadapi tantangan dalam mengoptimalkan rute kendaraan mereka karena kompleksitas masalah dan banyaknya variabel yang harus dipertimbangkan.
- **Biaya Operasional:** Ketidakmampuan untuk memenuhi kendala kapasitas dapat menyebabkan biaya tambahan, seperti denda karena kelebihan muatan

atau biaya tambahan untuk menggunakan kendaraan ekstra.

- Kepuasan Pelanggan: Rute yang tidak optimal dapat menyebabkan keterlambatan pengiriman, yang berdampak pada kepuasan pelanggan.

### 3.2.2 Studi Literatur

Studi literatur dilakukan untuk mengumpulkan informasi dan teori yang relevan dengan penelitian ini. Beberapa topik yang dipelajari meliputi:

- *Vehicle Routing Problem* (VRP): Studi tentang masalah optimasi rute kendaraan yang pertama kali diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959.
- *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP): Varian VRP yang memperhitungkan kendala kapasitas kendaraan.
- Algoritma Genetika: Metode optimasi yang terinspirasi dari proses evolusi alam, seperti seleksi, crossover, dan mutasi.
- Penerapan VRP dalam Dunia Nyata: Studi kasus dan aplikasi VRP dalam industri logistik untuk optimasi rute.

### 3.2.3 Pengumpulan Data

- Sumber Data: Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data riil dari perusahaan logistik di Lampung yang mencakup lokasi depot, lokasi pelanggan, kapasitas kendaraan, dan permintaan pelanggan.
- Jenis Data: Data yang dikumpulkan meliputi:
  - Koordinat lokasi depot yang berjumlah 1 dan pelanggan yang berjumlah 20 .
  - Kapasitas maksimum kendaraan yang digambarkan melalui jenis kendaraan.
  - Permintaan (*demand*) setiap pelanggan dalam satuan Kilogram (Kg).
  - Waktu (menit) antar lokasi .

Data diambil dari suatu perusahaan pengiriman Paket pada tanggal 25 maret 2025, berikut ini adalah data yang diperoleh:

Jumlah mobil dengan jenis Colt Diesel Engkel (kapasitas 2000 KG) ada 3 Colt Double Diesel (kapasitas 5000 KG) 1 dan Truk Towing ada 2, dimana kendaraan dengan satuan cc masuk ke Towing.

**Tabel 3.1 Data Pelanggan**

| <b>No</b>   | <b>Tujuan</b> | <b>Berat kilo/cc Motor</b> |
|-------------|---------------|----------------------------|
| Customer 1  | BEKASI        | 120KG                      |
| Customer 2  | PALEMBANG     | 55KG                       |
| Customer 3  | TULANG BAWANG | 11KG                       |
| Customer 4  | PALEMBANG     | 350KG                      |
| Customer 5  | DENPASAR      | 900KG                      |
| Customer 6  | PALEMBANG     | 610KG                      |
| Customer 7  | BANDUNG       | 5KG                        |
| Customer 8  | PADALARANG    | 20KG                       |
| Customer 9  | TANGERANG     | 1KG                        |
| Customer 10 | JAKARTA       | 44KG                       |
| Customer 11 | BANJARMASIN   | 500KG                      |
| Customer 12 | MAKASSAR      | 71KG                       |
| Customer 13 | SAMARINDA     | 88KG                       |
| Customer 14 | PALU          | 298KG                      |
| Customer 15 | MANADO        | 50KG                       |
| Customer 16 | PEMALANG      | 110 CC                     |
| Customer 17 | PANGKALAN BUN | 150 CC                     |
| Customer 18 | TANGERANG     | 115 CC                     |
| Customer 19 | MAKASSAR      | 125 CC                     |
| Customer 20 | JAKARTA       | 5000 KG                    |

Berdasarkan data pelanggan yang disajikan pada Tabel 3.1, seluruh lokasi tujuan pengiriman diasumsikan saling terhubung dalam suatu jaringan transportasi, sehingga terdapat jalur yang dapat dilalui antara depot dan setiap pelanggan maupun antar pelanggan. Oleh karena itu, graf yang digunakan dalam pemodelan Vehicle Routing Problem (VRP) pada penelitian ini diasumsikan sebagai graf terhubung. Selain itu, untuk rute pengiriman yang secara geografis melintasi wilayah perairan, diasumsikan bahwa tersedia jalur darat yang dapat dilewati kendaraan, sehingga seluruh rute distribusi dimodelkan sebagai rute darat.

### 3.2.4 Pemodelan Masalah

- Formulasi Matematis:
  - Masalah VRP dengan kendala kapasitas (CVRP) akan diformulasikan

sebagai masalah optimasi dengan fungsi tujuan meminimalkan total jarak tempuh kendaraan.

- Kendala yang akan dipertimbangkan meliputi:
  1. Setiap pelanggan harus dikunjungi tepat satu kali.
  2. Total permintaan pelanggan dalam satu rute tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan.
  3. Kendaraan harus kembali ke depot setelah menyelesaikan rute.
- Representasi Graf:
  - Masalah CVRP akan dimodelkan menggunakan graf berbobot, di mana titik (vertex) merepresentasikan depot dan pelanggan, sedangkan sisi (edge) merepresentasikan jarak ( waktu ) antar lokasi.

### 3.2.5 Implementasi Algoritma Genetika

Algoritma Genetika akan diimplementasikan untuk menyelesaikan masalah CVRP. Tahapan implementasi Algoritma Genetika meliputi:

1. Inisialisasi Populasi:
  - Membangkitkan populasi awal secara acak, di mana setiap individu dalam populasi merepresentasikan solusi rute kendaraan.
  - Setiap individu (kromosom) akan dikodekan sebagai urutan pelanggan yang harus dikunjungi.
2. Evaluasi *Fitness*:
  - Fungsi *fitness* akan dihitung berdasarkan total jarak tempuh rute. Semakin kecil total jarak, semakin tinggi nilai *fitness*.
  - Fungsi *fitness* juga akan mempertimbangkan kendala kapasitas, di mana solusi yang melanggar kendala kapasitas akan diberikan penalti.
3. Seleksi:
  - Metode seleksi yang digunakan adalah *Tournament Selection*, di mana individu dengan *fitness* lebih tinggi memiliki peluang lebih besar untuk terpilih.
4. *Crossover*:

- Metode crossover yang digunakan adalah *Partially Mapped Crossover (PMX)*, yang cocok untuk masalah permutasi seperti VRP.
- Dua individu terpilih akan digabungkan untuk menghasilkan keturunan baru.

#### 5. Mutasi:

- Metode mutasi yang digunakan adalah *Swap Mutation*, di mana dua gen (lokasi pelanggan) dalam kromosom akan ditukar secara acak untuk menjaga keragaman populasi.

#### 6. Generasi Baru:

- Populasi baru akan dibentuk dari individu-individu terpilih dan keturunannya.
- Proses ini akan diulang hingga mencapai kriteria terminasi, seperti jumlah generasi maksimum atau solusi yang konvergen.

### 3.2.6 Evaluasi Performa Algoritma

- Parameter Evaluasi:
  - Total jarak tempuh kendaraan.
  - Waktu komputasi yang dibutuhkan untuk menemukan solusi.
  - Tingkat penggunaan kapasitas kendaraan.

### 3.2.7 Analisis Hasil

- Hasil optimasi akan dianalisis untuk mengevaluasi efisiensi rute yang dihasilkan, termasuk penggunaan kapasitas kendaraan dan total waktu yang di tempuh.
- Rekomendasi praktis akan diberikan kepada perusahaan logistik berdasarkan hasil optimasi.

### 3.3 Alur Penelitian

Berikut adalah alur penelitian yang akan dilakukan:

1. Pengumpulan Data: Mengumpulkan data lokasi depot, pelanggan, kapasitas kendaraan, dan permintaan pelanggan.
2. Pemodelan Masalah: Membuat model matematis dan representasi graf untuk masalah CVRP.
3. Implementasi Algoritma Genetika: Mengimplementasikan Algoritma Genetika untuk menyelesaikan masalah CVRP.
4. Evaluasi dan Analisis: Mengevaluasi performa algoritma dan menganalisis hasil optimasi.
5. Kesimpulan dan Rekomendasi: Memberikan kesimpulan dan rekomendasi berdasarkan hasil penelitian.

## **BAB V**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan mengenai optimasi Vehicle Routing Problem (VRP) dengan kapasitas menggunakan algoritma genetika, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Penelitian ini berhasil merumuskan model matematika VRP yang melibatkan variabel keputusan, fungsi tujuan, serta kendala konservasi aliran, kapasitas kendaraan, penugasan jenis kendaraan, penghapusan subtour, dan perhitungan waktu perjalanan. Model tersebut mampu merepresentasikan kondisi nyata distribusi dengan lebih komprehensif karena mempertimbangkan kapasitas kendaraan, perbedaan jenis kendaraan, serta aturan istirahat pengemudi.
2. Implementasi algoritma genetika dalam penyelesaian VRP menunjukkan bahwa metode ini mampu memberikan solusi yang feasible sekaligus optimal secara komputasional. Hal ini ditunjukkan dengan kemampuan algoritma dalam meminimalkan total waktu perjalanan dan waktu istirahat, sekaligus menghindari pelanggaran kapasitas melalui penerapan fungsi penalti.
3. Hasil simulasi menunjukkan bahwa alokasi kendaraan sangat dipengaruhi oleh besarnya permintaan pada masing-masing titik pelanggan sebagaimana tercantum pada Tabel Data Pelanggan. Titik 0 merepresentasikan depot sebagai titik awal dan akhir seluruh rute distribusi, sedangkan titik 1 hingga titik 20 merepresentasikan *Customer 1* sampai *Customer 20*. *Customer 20* (titik A20) yang berlokasi di Jakarta dengan permintaan sebesar 5000 kg hanya dapat dilayani oleh kendaraan jenis Double Diesel karena kapasitas kendaraan tersebut sesuai dengan kebutuhan muatan maksimum, sedangkan kendaraan jenis Colt Diesel tidak memungkinkan untuk melayani permintaan sebesar tersebut. Permintaan pelanggan dengan jumlah yang lebih

kecil dalam satuan kilogram, yaitu *Customer* 1 sampai *Customer* 15, dialokasikan menggunakan kendaraan Colt Diesel. Kendaraan Colt Diesel pertama melayani pelanggan pada titik 9 (Tangerang, 1 kg), 13 (Samarinda, 88 kg), 15 (Manado, 50 kg), 14 (Palu, 298 kg), 12 (Makassar, 71 kg), 5 (Depasar, 900 kg), 7 (Bandung, 5 kg), dan 8 (Padalarang, 20 kg) dengan rute  $0 \rightarrow 9 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 0$ . Total beban yang diangkut pada rute ini sebesar 1933 kg, masih berada di bawah kapasitas maksimum kendaraan, dengan waktu perjalanan 11280 menit, waktu istirahat 1590 menit, dan total waktu tempuh sebesar 12870 menit. Selanjutnya, kendaraan Colt Diesel kedua melayani pelanggan pada titik 6 (Palembang, 610 kg), 4 (Palembang, 350 kg), 2 (Palembang, 55 kg), 3 (Tulang Bawang, 11 kg), 1 (Bekasi, 120 kg), dan 10 (Jakarta, 44 kg) melalui rute  $0 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 10 \rightarrow 0$ . Total beban yang diangkut pada rute ini adalah 1190 kg, dengan waktu perjalanan 1095 menit, waktu istirahat 150 menit, serta total waktu tempuh sebesar 1245 menit. Kendaraan Colt Diesel ketiga tidak digunakan dalam distribusi karena seluruh permintaan telah terpenuhi oleh kendaraan lain, sehingga rute yang terbentuk adalah  $0 \rightarrow 0$  dengan beban dan waktu tempuh sebesar nol. Untuk pelanggan dengan muatan kendaraan bermotor dalam satuan cc, yaitu *Customer* 16 hingga *Customer* 19, distribusi dilakukan menggunakan kendaraan Towing. Kendaraan Towing melayani titik 17 (Pangkalan Bun, 150 cc), 19 (Makassar, 125 cc), 16 (Pemalang, 110 cc), dan 18 (Tangerang, 115 cc) dengan rute  $0 \rightarrow 17 \rightarrow 19 \rightarrow 16 \rightarrow 18 \rightarrow 0$ , yang mengangkut 4 unit sepeda motor dengan rata-rata kapasitas sekitar 125 cc dengan total waktu tempuh sebesar 9629 menit. Sementara itu, satu kendaraan Towing lainnya tidak digunakan sehingga membentuk rute  $0 \rightarrow 0$ . Hasil ini menunjukkan bahwa rute dan jenis kendaraan yang digunakan telah disesuaikan secara optimal dengan karakteristik dan jenis muatan masing-masing pelanggan.

4. Analisis rute yang dihasilkan menunjukkan bahwa efisiensi distribusi dapat ditingkatkan melalui penggabungan beberapa pelanggan dalam satu rute, selama total beban tidak melampaui kapasitas kendaraan. Namun demikian, pada beberapa kasus, rute tunggal tetap diperlukan untuk pelanggan dengan permintaan yang besar ataupun lokasi yang jauh dari depot.
5. Secara keseluruhan, penelitian ini membuktikan bahwa algoritma genetika merupakan pendekatan yang efektif untuk menyelesaikan permasalahan VRP dengan kendala kapasitas dan heterogenitas kendaraan. Hasil penelitian ini

dapat dijadikan acuan dalam penerapan optimasi rute distribusi pada sistem logistik nyata, khususnya dalam konteks efisiensi waktu dan pemanfaatan kapasitas kendaraan secara optimal.

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, terdapat beberapa saran yang dapat diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya, yaitu:

1. Model yang dikembangkan dalam penelitian ini masih berfokus pada aspek kapasitas kendaraan, jenis kendaraan, serta waktu perjalanan dan istirahat. Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan model yang juga mempertimbangkan faktor lain, seperti biaya operasional kendaraan, keterbatasan waktu pelayanan (*time windows*), serta kondisi lalu lintas yang bersifat dinamis.
2. Algoritma genetika terbukti mampu memberikan solusi yang efektif, namun masih terdapat kemungkinan untuk memperoleh hasil yang lebih optimal dengan mengkombinasikannya bersama metode metaheuristik lain, seperti *Tabu Search*, *Simulated Annealing*, atau *Ant Colony Optimization*, sehingga dapat dilakukan perbandingan performa algoritma.
3. Kapasitas kendaraan pada penelitian ini ditetapkan secara tetap sesuai spesifikasi teknis. Penelitian selanjutnya dapat mempertimbangkan faktor kelebihan beban (*overload*) yang mungkin terjadi dalam praktik, dengan memberikan penalti yang lebih realistis terhadap pelanggaran tersebut.
4. Penelitian ini hanya mengkaji satu depot distribusi. Untuk pengembangan lebih lanjut, model dapat diperluas pada kasus *multi-depot VRP*, sehingga dapat diaplikasikan pada perusahaan dengan jaringan distribusi yang lebih kompleks.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bartz-Beielstein, T., Branke, J., Mehnen, J., & Mersmann, O. (2014). Evolutionary Algorithms. In *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery* (Vol. 4, No. 3, pp. 178–195). Wiley-Blackwell. <https://doi.org/10.1002/widm.1124>
- Buhaerah, P., Busrah, Z., & Sanjaya, H. (2022). TEORI GRAF DAN APLIKASINYA.
- Christofides, N. (1976). THE VEHICLE ROUTING PROBLEM (Vol. 10).
- Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), 568-581.
- Cordeau, J. F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W., & Vigo, D. (2007). Vehicle routing. *Handbooks in operations research and management science*, 14, 367-428. <https://www.researchgate.net/publication/233843551>
- Danzig, G .B., & Hamser, J. H. (1979). The Truck Dispatching Problem.
- Davis, L. (1985). *Applying adaptive algorithms to epistatic domains*. In IJCAI (Vol. 85, pp. 162-164).
- Deo, N. (2016). Graph theory with applications to engineering and computer science. Courier Dover Publications.
- Desrochers, M., Desrosiers, J., & Solomon, M. (1992). A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research*, 40(2), 342–354. <https://doi.org/10.1287/opre.40.2.342>
- Dorigo, M. (1996). The Any System Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Trans. System, Man Cybernetics-Part B*, 26(1), 1-13.
- Fukasawa, R., Poggi De Aragão, M., Reis, M., & Uchoa, E. (2003). *Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem*.

- Gendreau, M., Hertz, A., & Laporte, G. (1994). Tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Management Science*, 40(10), 1276–1290. <https://doi.org/10.1287/mnsc.40.10.1276>
- Golberg, D. E. (1989). Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison Wesley, 1989(102), 36.
- Golden, B. L., Raghavan, S., & Wasil, E. A. (Eds.). (2008). *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges* (Vol. 43). Springer Science & Business Media.
- Holland, John H. (1992). *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. MIT press
- Ibrahim, M. F., Putri, M. M., Farista, D., & Utama, D. M. (2021). An Improved Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem Pick-up and Delivery with Time Windows. *Jurnal Teknik Industri*, 22(1), 1–17. <https://doi.org/10.22219/jtiumm.vol22.no1.1-17>
- Jasim, A. N., & Fourati, L. C. (2024). Guided Genetic Algorithm for Solving Capacitated Vehicle Routing Problem with Unmanned-Aerial-Vehicles. *IEEE Access*, 12, 106333–106358. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3438079>
- Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C. D., Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598), 671-680.
- Kurnia, H., Wahyuni, E. G., Pembrani, E. C., Gardini, S. T., & Aditya, S. K. (2018). Vehicle Routing Problem Using Genetic Algorithm with Multi Compartment on Vegetable Distribution. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 325(1). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/325/1/012012>
- Laporte, G. (1992). The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. In *European Journal of Operational Research* (Vol. 59).
- Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation science*, 43(4), 408-416.

- Mageswari, M. N. (2024). Vehicle Routing Problem (VRP) Using Genetic Algorithm. *International Research Journal of Advanced Engineering and Science*, 9(3), 1–3. <https://networkx.org/documentation/stable/index.html>
- Michalewicz, Z. (2013). *Genetic algorithms+ data structures= evolution programs*. Springer Science & Business Media.
- Mitchell, M. (1998). *An introduction to genetic algorithms*. MIT press.
- Parragh, S. N., Doerner, K. F., & Hartl, R. F. (2008). A survey on pickup and delivery problems: Part II: Transportation between pickup and delivery locations. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58, 81-117.
- Potvin, J. Y., & Bengio, S. (1996). The vehicle routing problem with time windows part II: genetic search. *INFORMS journal on Computing*, 8(2), 165-172.
- Rahayuningsih, S. (2018). *Teori Graph dan Penerapannya*. Malang.
- Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, 35(2), 254-265.
- Syswerda, G. (1989). Uniform crossover in genetic algorithms. In *ICGA* (Vol. 3, No. 2–9).
- Toth, P., & Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM, 3600 Market Street, Floor 6, Philadelphia, PA 19104).
- West, D. B. (2001). *Introduction to graph theory* (Vol. 2). Upper Saddle River: Prentice hall.
- Yeun, Liong Choong., Ismail, W. Rosmanira., Omar, K., & Zirour, M. (2008). VEHICLE ROUTING PROBLEM: MODELS AND SOLUTIONS. In *Journal of Quality Measurement and Analysis JQMA* (Vol. 4, No. 1).