

**ANALISIS MODEL SIR DENGAN PERAN VAKSINASI TERHADAP
DINAMIKA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH *DENGUE***

Skripsi

Oleh

**ELISABETH MANALU
NPM. 2217031054**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

ABSTRACT

SIR MODEL ANALYSIS WITH THE ROLE OF VACCINATION ON THE DYNAMICS OF DENGUE FEVER SPREAD

By

Elisabeth Manalu

A mathematical model commonly used to analyze the spread of infectious diseases is the SIR model. One disease that can be studied using this model is Dengue Hemorrhagic Fever (DHF), which is transmitted through the bite of *Aedes aegypti* mosquitoes. This study aims to examine the SIR model with the inclusion of vaccination to describe the dynamics of dengue transmission. The analysis is conducted by determining the disease-free and endemic equilibrium points, calculating the basic reproduction number R_0 , and analyzing the stability of the system using the Jacobian matrix and the Routh–Hurwitz criteria. The results show that when $R_0 < 1$, the disease-free equilibrium is asymptotically stable, whereas when $R_0 > 1$, the endemic equilibrium is stable. Vaccination in the model plays an important role in reducing the value of R_0 , thereby decreasing the spread of dengue. Numerical simulations support the analytical results and show that increasing the vaccination rate reduces the number of infected individuals.

Keywords: SIR model, Dengue Hemorrhagic Fever, Vaccination, Basic Reproduction Number, Stability.

ABSTRAK

ANALISIS MODEL SIR DENGAN PERAN VAKSINASI TERHADAP DINAMIKA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH *DENGUE*

Oleh

Elisabeth Manalu

Model matematika yang umum digunakan untuk menganalisis penyebaran penyakit menular adalah model SIR. Salah satu penyakit yang dapat dikaji menggunakan model ini adalah Demam Berdarah Dengue (DBD), yaitu penyakit yang ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti*. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji model SIR dengan penambahan peran vaksinasi dalam menggambarkan dinamika penyebaran penyakit DBD. Analisis dilakukan dengan menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik, menghitung bilangan reproduksi dasar R_0 , serta menganalisis kestabilan sistem menggunakan matriks Jacobian dan kriteria *Routh-Hurwitz*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketika $R_0 < 1$, titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik, sedangkan ketika $R_0 > 1$, titik kesetimbangan endemik bersifat stabil. Vaksinasi dalam model berperan dalam menurunkan nilai R_0 sehingga dapat mengurangi penyebaran penyakit DBD. Simulasi numerik mendukung hasil analisis dan menunjukkan bahwa peningkatan tingkat vaksinasi dapat menurunkan jumlah individu terinfeksi.

Kata kunci: Model SIR, Demam Berdarah *Dengue*, Vaksinasi, Bilangan Reproduksi Dasar, Kestabilan.

**ANALISIS MODEL SIR DENGAN PERAN VAKSINASI TERHADAP
DINAMIKA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH *DENGUE***

ELISABETH MANALU

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

Judul Skripsi : **ANALISIS MODEL SIR DENGAN PERAN
VAKSINASI TERHADAP DINAMIKA
PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM
BERDARAH DENGUE**

Nama Mahasiswa : **Elisabeth Manalu**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031054**

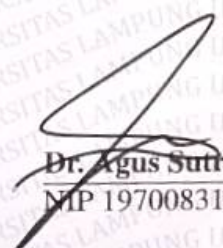
Program Studi : **Matematika**

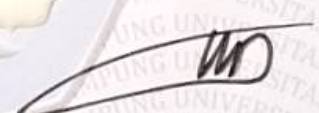
Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



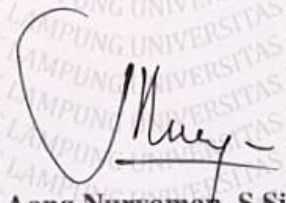
MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing


Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.
NIP 197008311999031002


Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.
NIP 197202271998021001

2. Ketua Jurusan Matematika


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua

Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.



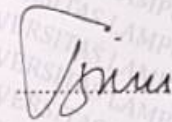
Sekretaris

Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.



Penguji

Bukan Pembimbing : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.

NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 13 Februari 2026

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Elisabeth Manalu
Nomor Pokok Mahasiswa : 2217031054
Jurusan : Matematika
Judul Skripsi : Analisis Model SIR Dengan Peran Vaksinasi Terhadap Dinamika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue*

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 13 Februari 2026

Penulis.



Elisabeth Manalu

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Elisabeth yang lahir di Karawang pada tanggal 13 Juni 2004. Penulis merupakan anak kedua dari lima bersaudara oleh pasangan Bapak Nelson dan Ibu Dewi.

Penulis menempuh pendidikan sekolah dasar di SDN 030341 Silahisabungan pada tahun 2010-2016. Kemudian melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 1 Silahisabungan pada tahun 2016-2019. Kemudian menempuh pendidikan SMA di SMA Negeri 1 Silahisabungan pada tahun 2019-2022.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (UNILA) melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN) pada tahun 2022.

Pada awal tahun 2025, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat selama 30 hari di Desa Sendang Agung, Kec Sendang Agung, Kabupaten Lampung Tengah. Selanjutnya pada pertengahan tahun 2025, penulis melakukan Kerja praktik (KP) di PT. PLN (Persero) ULP Way Halim kota Bandar Lampung.

KATA INSPIRASI

Diberkatilah orang yang mengandalkan Tuhan, yang menaruh harapannya pada
Tuhan
(Yeremia 17:7)

Dan apa saja yang kamu minta dalam doa dengan penuh kepercayaan, kamu akan
menerima
(Matius 21:22)

Serahkanlah segala kekhawatiranmu kepada-Nya, sebab Ia yang memelihara kamu
(1 Petrus 5:7)

Tetaplah berdoa
(1 Tesalonika 5:17)

PERSEMBAHAN

Puji dan syukur saya panjatkan kepada Tuhan Yesus Kristus atas kasih dan penyertaan-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan penuh rasa syukur dan sukacita, karya ini saya persembahkan sebagai ungkapan terima kasih yang tulus kepada:

Ayah dan Ibuku Tercinta

Terima kasih kepada kedua orang tuaku tercinta atas segala pengorbanan, kasih sayang, doa, serta dukungan yang tiada henti selama ini. Terima kasih atas setiap nasihat, bimbingan, dan pelajaran hidup yang telah diberikan, yang membentuk saya menjadi pribadi yang lebih kuat dan mengajarkan arti ketulusan serta perjuangan, sehingga kelak saya dapat menjadi pribadi yang berguna bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih yang sebesar-besarnya kepada dosen pembimbing dan pembahas yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing saya. Terima kasih atas setiap arahan, masukan, motivasi, serta ilmu yang begitu berharga selama proses penyusunan skripsi ini. Segala bimbingan dan ketulusan yang diberikan menjadi bagian penting dalam perjalanan akademik saya dan akan selalu saya ingat sebagai bekal berharga di masa depan.

Keluargaku Tercinta

Terima kasih kepada seluruh keluarga tercinta atas doa, dukungan, dan kasih sayang yang tiada henti. Berkat kebersamaan serta motivasi yang diberikan, saya dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, atas berkat dan anugerah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Analisis Model SIR dengan peran Vaksinasi terhadap dinamika Penyebaran penyakit Demam Berdarah *Dengue*" dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku Penguji sekaligus selaku dosen pembimbing akademik yang telah bersedia memberikan kritik, saran dan juga bimbingan nya selama perkuliahan serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Teristimewa penulis ucapkan terimakasih kepada kedua orang tua dan keluarga yang kucintai, (Alm) bapak Nelson, Mamah Dewi, Kakak dan Adik yang senantiasa memberikan doa dan dukungan kepada penulis.
7. Sahabat penulis sejak kecil diantaranya Dearnii dan Yolanda yang telah banyak memberikan tawa dan selalu meluangkan waktu untuk saling memberi semangat.
8. Teman seperjuangan dalam grup bukan sirkel biasa diantaranya Eci, Anita, Irene, Rejak, Azreen, dan Pretty. Terimakasih sudah memberikan kesempatan untuk berada diantara kalian yang sangat membantu dan memotivasi selama berada di bangku perkuliahan.
9. Keluarga tidak sedarah sejak menduduki bangku perkuliahan Yolan, Teli, Lia, dan Rupa.
10. Teman-teman KKN Sendang Agung 2025.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 13 Februari 2026

Elisabeth Manalu

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	3
II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD)	5
2.1.1 Definisi Demam Berdarah <i>Dengue</i>	5
2.1.2 Cara penyebaran Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD)	6
2.1.3 Pencegahan Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD)	6
2.1.4 Morfologi Nyamuk <i>Aedes Aegypti</i>	7
2.2 Pemodelan Matematika	8
2.3 Persamaan Diferensial	8
2.4 Sistem Persamaan Diferensial	10
2.5 Model Epidemi <i>Susceptible, Infected, Recovered</i> (SIR)	11
2.6 Titik Keseimbangan	12
2.7 Kestabilan titik keseimbangan	13
2.8 Bilangan Reproduksi Dasar	14
2.9 Matriks Jacobian	14
2.10 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	15
2.11 Kriteria <i>Routh-Hurwitz</i>	16
III METODE PENELITIAN	18
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	18
3.2 Metode Penelitian	18
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	20
4.1 Asumsi-Asumsi Model SIR pada Penyebaran Penyakit DBD dengan Peran Vaksinasi	20
4.2 Model Matematika	21

4.3	Titik Keseimbangan Model SIR pada DBD	24
4.3.1	Titik Keseimbangan Bebas Penyakit Model SIR pada DBD	25
4.3.2	Titik Keseimbangan Endemik Penyakit Model SIR pada DBD	26
4.4	Bilangan Reproduksi Dasar Model SIR pada DBD	28
4.5	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Model SIR pada DBD . .	29
4.5.1	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Penyakit . .	30
4.5.2	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik Penyakit	31
4.6	Simulasi	35
V	KESIMPULAN DAN SARAN	38
5.1	Kesimpulan	38
5.2	Saran	39
	DAFTAR PUSTAKA	40

DAFTAR TABEL

4.1	Variabel Model Penyebaran DBD	23
4.2	Parameter Model Penyebaran DBD	23
4.3	Tabel Nilai parameter	34

DAFTAR GAMBAR

2.1	Siklus penyebaran Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD)	6
2.2	Diagram Model SIR	11
4.1	Model SIR demam berdarah <i>dengue</i>	22
4.2	Dinamika populasi manusia tanpa vaksinasi	35
4.3	Dinamika populasi manusia dengan vaksinasi	36
4.4	Dinamika populasi nyamuk	37

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Salah satu penyakit menular yang masih menjadi masalah kesehatan masyarakat di seluruh dunia adalah demam berdarah *dengue* (DBD). Menurut (WHO, 2023), DBD disebabkan oleh nyamuk *Aedes aegypti*, *Aedes albopictus*, dan *Aedes scutellarius*, yang banyak ditemukan di negara-negara tropis dan subtropis dan meningkat setiap tahunnya. Ini menjadikan DBD salah satu masalah kesehatan masyarakat yang signifikan di negara-negara tropis, termasuk Indonesia.

Kasus DBD pertama kali ditemukan di Indonesia pada tahun 1968 di Jakarta dan Surabaya, dan jumlah kasus terus meningkat sejak saat itu. (Kemenkes RI, 2023). Kementerian Kesehatan menyatakan bahwa Indonesia termasuk salah satu negara di Asia Tenggara dengan jumlah insiden DBD tertinggi. Menurut (Nurbaya dkk.2022) upaya pencegahan DBD sebagian besar berkonsentrasi pada pengendalian vektor yang mendorong partisipasi masyarakat. Beberapa metode yang telah digunakan termasuk penggunaan larvasida, PSN, pemasangan kelambu, *fogging* dan penerapan 3M (tutup, menguras, dan mendaur ulang barang bekas). Memang benar bahwa pengalihan bertujuan untuk membunuh nyamuk dewasa, tetapi hasilnya hanya bertahan sementara karena nyamuk dewasa dapat berkembang biak kembali dengan cepat.

Selain faktor sosial dan perilaku, faktor Lingkungan juga sangat memengaruhi penyebaran DBD. Beberapa elemen lingkungan seperti hujan, kelembapan udara, dan temperatur udara sangat berperan dalam mendorong perkembangan vektor nyamuk. Risiko penularan penyakit ini meningkat dalam kondisi lingkungan yang buruk, seperti genangan air dan sistem drainase yang tidak memadai (Puspita, 2023).

Sejumlah penelitian di Indonesia telah mengaplikasikan model SIR untuk

menganalisis penyebaran DBD. (Sanusi, dkk., 2021) Studi yang dilakukan di Sulawesi Selatan menggunakan model SIRS dan menunjukkan bahwa nilai bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ mengindikasikan DBD sebagai penyakit endemik. Penelitian lain oleh (Alfian & Rijal, 2022) menerapkan model SIR berbasis jaringan syaraf tiruan pada kasus DBD di Nusa Tenggara Barat dan menghasilkan tingkat akurasi yang baik dalam memprediksi tren kasus. Selanjutnya, analisis model SIR dengan penambahan larvasida menunjukkan bahwa upaya pengendalian vektor dapat menurunkan nilai R_0 . Penelitian terbaru oleh (Jacob, dkk., 2025) juga menunjukkan adanya pola musiman yang konsisten, sehingga dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan akurasi prediksi penyebaran penyakit.

Permasalahan tersebut menunjukkan bahwa penelitian lebih lanjut diperlukan untuk memahami lebih banyak tentang bagaimana penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD) menyebar, khususnya dengan metode matematis. Model SIR maupun pengembangannya dapat digunakan sebagai alat untuk menganalisis proses penularan penyakit, memperkirakan nilai bilangan reproduksi dasar (R_0), serta mengevaluasi efektivitas berbagai strategi pengendalian. Dalam penelitian ini, upaya penanggulangan penyakit dilakukan dengan mempertimbangkan faktor kematian nyamuk di lingkungan serta penerapan vaksinasi. Vaksinasi merupakan pemberian vaksin ke dalam tubuh dengan tujuan membentuk kekebalan aktif terhadap penyakit tertentu. Strategi tersebut digunakan untuk mengkaji dinamika penyebaran DBD. Penelitian ini membahas analisis kestabilan dan simulasi numerik pada populasi menggunakan model SIR, yang didasarkan pada nilai bilangan reproduksi dasarnya. Adapun tahapan penelitian meliputi modifikasi model matematika penyebaran DBD tipe SIR, penentuan titik keseimbangan, perhitungan (R_0), analisis kestabilan sistem, serta simulasi numerik untuk menggambarkan dinamika populasi.

Penelitian ini mengkaji pengembangan model SIR yang dimodifikasi dengan menambahkan parameter vaksinasi. Parameter tersebut merepresentasikan laju individu rentan (*susceptible*) yang menerima vaksin, sehingga dapat menurunkan peluang terjadinya infeksi pada manusia. Dengan memasukkan faktor vaksinasi ke dalam model, diharapkan dinamika penyebaran Demam Berdarah *Dengue* (DBD) dapat direpresentasikan secara lebih realistis serta memungkinkan analisis pengaruh intervensi vaksinasi terhadap penurunan jumlah kasus. Melalui pengembangan model SIR yang telah dimodifikasi ini, penelitian diharapkan mampu memberikan gambaran matematis yang lebih menyeluruh mengenai dinamika penyebaran DBD, sekaligus menilai efektivitas intervensi kesehatan masyarakat, khususnya vaksinasi.

Pendekatan ini diharapkan dapat meningkatkan pemahaman terhadap strategi pengendalian penyakit yang efektif dalam upaya menekan laju penyebaran dan DBD di Indonesia (Kemenkes RI, 2023).

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah :

1. Mengembangkan model matematika SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*) dengan menambahkan parameter vaksinasi untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit DBD.
2. Menentukan nilai (R_0) dari model SIR, yang digunakan untuk mengevaluasi kemungkinan penyebaran penyakit.
3. Menganalisis kestabilan titik ekuilibrium pada model SIR dengan mempertimbangkan faktor yang berkontribusi pada vaksinasi.
4. Menganalisa hasil simulasi model matematika penyakit DBD dengan vektor nyamuk *Aedes aegypti* yang memperhatikan parameter vaksinasi serta melakukan *fogging*.

1.3 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan, manfaat penelitian ini adalah :

1. Meningkatkan pengetahuan dan literatur tentang pemodelan matematika epidemiologi, terutama tentang aplikasi model SIR pada penyebaran penyakit DBD.
2. Memberikan gambaran mengenai dinamika penyebaran DBD berdasarkan analisis model SIR sehingga dapat menjadi referensi akademik untuk studi lebih lanjut.
3. Menjadi pertimbangan untuk pemerintah daerah dan instansi kesehatan dalam merancang strategi pengendalian (DBD) yang lebih efektif berdasarkan hasil pemodelan matematika.

4. Mendukung upaya pencegahan dan penanggulangan DBD di masyarakat, serta memberikan masukan bagi peningkatan efektivitas program kesehatan berbasis pemodelan matematika.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Demam Berdarah *Dengue* (DBD)

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) merupakan salah satu penyakit yang telah mendunia, khususnya di Indonesia. Penyakit ini disebabkan oleh virus yang disebut virus dengue dan menyebar ke manusia melalui gigitan nyamuk *Aedes* yang terinfeksi. Di Indonesia, DBD pertama kali dilaporkan pada tahun 1968 di Surabaya, dengan 58 kasus dan 24 kematian (41,3%). Konfirmasi virologis baru diperoleh pada tahun 1972. Sejak itu, DBD cenderung menyebar ke seluruh Indonesia, sehingga pada tahun 1980 semua provinsi di Indonesia (kecuali Timor Timur) telah terinfeksi penyakit ini. Puncaknya terjadi pada tahun 1998, dengan angka kejadian 13,45 per 100.000 orang.

2.1.1 Definisi Demam Berdarah *Dengue*

DBD adalah demam virus akut yang disebabkan oleh nyamuk *Aedes aegypti*. Tidak menular dari orang ke orang kecuali dari gigitan nyamuk *Aedes aegypti*, dan gejalanya berkisar dari demam ringan hingga demam tinggi yang disertai dengan nyeri kepala, nyeri kepala, dan sakit kepala. Penurunan jumlah sel darah putih dan ruam. Penyakit ini dapat menyerang orang di semua usia, dan gejalanya muncul antara 3 dan 14 hari setelah gigitan infeksi. Ada empat serotip virus dengue, yaitu DEN-1, DEN-2, DEN-3, dan DEN-4. Serotip DEN-3 paling sering menyebabkan infeksi di Indonesia. Gejala DBD termasuk penurunan tekanan nadi, pendarahan, dan demam tinggi yang berlangsung selama 4 hingga 7 jam Menurut (WHO, 2023)

2.1.2 Cara penyebaran Demam Berdarah *Dengue* (DBD)

Demam berdarah *dengue* disebarkan oleh virus *dengue* yang ditularkan oleh nyamuk *Aedes aegypti* betina. Nyamuk-nyamuk ini aktif menggigit manusia, terutama di pagi hari dan sebelum matahari terbenam. Virus *dengue* tidak ditularkan dari manusia ke manusia melalui kontak langsung. Setelah nyamuk menggigit seseorang selama periode viremia, yaitu periode sekitar 2-7 hari di mana virus berada dalam darah manusia, virus tersebut berkembang biak di dalam tubuh nyamuk selama 8-10 hari. Setelah periode ini, nyamuk menjadi infeksiif dan dapat menularkan virus *dengue* kepada orang lain melalui gigitan selama sisa hidupnya. Penularan juga dapat terjadi secara vertikal, dari nyamuk betina yang terinfeksi ke telurnya, sehingga generasi nyamuk berikutnya akan membawa virus tersebut (Sahawati, dkk., 2025). Dengan kata lain, DBD ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes* yang membawa virus, dengan periode infeksi pada manusia terjadi selama periode viremia dan periode inkubasi pada nyamuk sebelum dapat menularkan virus. Pencegahan yang efektif dapat dicapai melalui pengendalian vektor dan penghapusan tempat perkembangbiakan nyamuk.



Gambar 2.1 Siklus penyebaran Demam Berdarah *Dengue* (DBD)

2.1.3 Pencegahan Demam Berdarah *Dengue* (DBD)

Pencegahan DBD sangat bergantung pada pengendalian nyamuk *Aedes* sebagai penyebar virus utama. Menurut pedoman pencegahan *dengue* yang direkomendasikan oleh Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (Kemenkes

RI, 2023), upaya pencegahan dilakukan melalui beberapa cara berikut :

1. Penyuluhan untuk masyarakat

Hingga saat ini, belum tersedia obat yang secara khusus dapat menyembuhkan infeksi virus dengue maupun vaksin yang mampu mengatasi demam dengue secara menyeluruh. Oleh sebab itu, upaya penanggulangan demam dengue lebih diarahkan pada pengendalian lingkungan yang menjadi tempat perkembangbiakan nyamuk. Dengan demikian, fokus utama penanganan adalah peningkatan edukasi masyarakat terkait kegiatan PSN. Seluruh lapisan masyarakat diharapkan berperan aktif dan bekerja sama dalam pelaksanaan PSN, baik di lingkungan rumah tangga maupun di fasilitas umum. Melalui upaya tersebut, masyarakat diharapkan dapat meningkatkan hidup yang bersih dan sehat, terutama dalam hal mempertahankan kelestarian dan kebersihan lingkungan.

2. Pengendalian Vektor dan Jentik

Kementerian Kesehatan (Kemenkes) merekomendasikan penerapan prinsip 3M Plus: mengeringkan, menutup, dan menggunakan kembali atau mendaur ulang barang bekas. Selain itu, tindakan tambahan seperti penyemprotan larvasida atau memelihara ikan pemakan larva di waduk air juga direkomendasikan. Kegiatan pengendalian larva harus dilakukan secara rutin setidaknya sekali seminggu.

3. Pengendalian Nyamuk Dewasa

Dalam upaya menekan jumlah nyamuk dewasa, masyarakat dianjurkan untuk menjaga kebersihan lingkungan dengan menghilangkan area yang berpotensi menjadi tempat istirahat nyamuk. Selain itu, tindakan pencegahan dapat dilakukan dengan kasa yang dipasang pada ventilasi rumah, menggunakan kelambu, menjaga pakaian dan lingkungan sekitar bersih, menggunakan obat antinyamuk, serta melakukan *fogging* atau fumigasi apabila diperlukan.

2.1.4 Morfologi Nyamuk *Aedes Aegypti*

Nyamuk *Aedes aegypti* dewasa berukuran lebih kecil daripada nyamuk rumah (*Culex quinquefasciatus*). bintik-bintik putih pada warna dasar hitam, terutama pada kaki nyamuk. Morfologi yang khas, dengan pola berbentuk kecap putih di punggung mereka (mesonotum). Larva *Aedes aegypti* memiliki gigi sisir berduri lateral dan pelana terbuka. Dinding telurnya bergaris dan menyerupai kain kasa. Sayap tertutup dengan sisik hitam dan berukuran 2,5-3,0 mm dan gigitan menyebabkan rasa sakit

dan perih. Saat beristirahat, bagian belakang tubuh (perut) nyamuk ini sejajar dengan permukaan, tidak seperti nyamuk *Anopheles* yang cenderung mengangkat perutnya ke atas. Mereka tidak mengeluarkan suara mendengung saat menggigit. Mereka bertengger di tempat yang relatif gelap (Frida N, 2020).

2.2 Pemodelan Matematika

Secara etimologis, istilah matematika berasal dari bahasa Latin *manthanein* atau *mathemata* yang bermakna belajar atau sesuatu yang dipelajari. Dalam bahasa Belanda, matematika dikenal dengan istilah *wiskunde* atau ilmu pasti, yang secara umum berkaitan dengan proses penalaran. Pemodelan matematika merupakan proses penyusunan representasi suatu fenomena di dunia nyata, khususnya fenomena alam, ke dalam bentuk konsep dan struktur matematika yang dikenal sebagai dunia matematika.

Secara umum, model matematika terbagi menjadi dua kategori: model deterministik dan model empirik. Model deterministik disusun berdasarkan hukum atau prinsip yang mengatur perilaku suatu sistem, sehingga hubungan antarvariabel ditentukan secara pasti. Sementara itu, model empirik lebih menekankan pada pengamatan langsung terhadap sistem, dengan memanfaatkan data atau fakta yang diperoleh untuk menggambarkan karakteristik sistem tersebut. (Giordano & Weir, 2002).

2.3 Persamaan Diferensial

Persamaan yang terdiri dari satu atau lebih variabel tak bebas dan turunan-turunannya terhadap satu atau lebih variabel bebas dalam suatu fungsi disebut persamaan diferensial. Kehidupan sehari-hari melibatkan persamaan matematika. Berikut adalah beberapa contohnya :

1. $y' + xy = 2x$
2. $y'' - y' + 2y = 0$
3. $\frac{d^2y}{dx^2} + xy \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$

$$\begin{aligned}
4. \quad & \frac{d^4 y}{dt^4} + 5 \frac{d^2 x}{dt^2} + 3x = \sin t \\
5. \quad & \frac{dv}{ds} + \frac{dv}{dt} = v
\end{aligned} \tag{2.3.1}$$

PDB (Persamaan Diferensial Biasa) dan PDP (Persamaan Diferensial Parsial) adalah dua jenis persamaan diferensial. PDB terdiri dari satu variabel bebas, sedangkan PDP terdiri dari dua variabel bebas. PDB orde n terdiri dari dua atau lebih variabel bebas; contoh PDB adalah nomor 1 dan 2, dan contoh PDP adalah nomor 3, 4 dan 5.

$$y^{(n)} = F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

Di mana $y, y', \dots, y^{(n-1)}$ dapat ditentukan dari nilainya oleh x . Orde merupakan turunan tertinggi dalam fungsi yang tidak diketahui (peubah bebas) yang muncul pada suatu persamaan diferensial. Persamaan (2.3.1) contoh (1) termasuk persamaan diferensial orde pertama, sedangkan contoh (2) termasuk persamaan diferensial orde kedua. Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) adalah dua jenis umum persamaan diferensial berdasarkan jumlah variabel bebas yang digunakan. (Rifandi & Abdy, 2023)

1. Persamaan Diferensial Biasa (PDB) adalah suatu persamaan diferensial jika fungsi yang tidak diketahui hanya bergantung pada satu peubah bebas atau hanya melibatkan satu variabel bebas. Bentuk umumnya adalah:

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}, \dots, \frac{d^n y}{dx^n}\right) = 0$$

2. Persamaan Diferensial Parsial (PDP) adalah suatu persamaan diferensial yang melibatkan dua atau lebih peubah atau variabel bebas dan memuat turunan parsial dari fungsi yang tak diketahui. Bentuk umumnya adalah:

$$F\left(x_1, x_2, \dots, x_k, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}, \dots, \frac{\partial^m u}{\partial x_i^m}\right) = 0$$

2.4 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan diferensial yang terkait, dengan beberapa variabel tak bebas yang harus diselesaikan secara simultan. Secara matematis, sistem persamaan diferensial dapat dinyatakan dalam bentuk berikut :

$$\dot{x}(t) = f(t, x), \quad (2.4.2)$$

dimana

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}, \quad f(t, x) = \begin{pmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix}$$

Di mana $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah variabel tak bebas atau terikat dan variabel bebasnya adalah t . Jika variabel t tidak dinyatakan secara eksplisit, maka persamaan (2.4.2) disebut sistem otonom yang secara sistematis ditulis sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = f(x), \quad (2.4.3)$$

dimana

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix} \quad (2.4.4)$$

Sistem otonom merupakan sistem yang tidak bergantung secara langsung pada variabel bebas, atau dengan kata lain variabel bebas tidak muncul secara eksplisit dalam sistem persamaan yang digunakan (Boyce & Diprima, 1997).

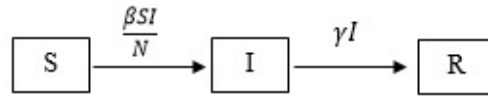
Contoh 2.4.1

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = -x + y^2 \end{cases} \quad (\text{sistem otonom})$$

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y + t \\ \dot{y} = -x + y^2 + \sin(t) \end{cases} \quad (\text{sistem non otonom})$$

2.5 Model Epidemi *Susceptible, Infected, Recovered* (SIR)

Model *Susceptible–Infected–Recovered* (SIR) pertama kali dikemukakan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927. Model ini digunakan untuk menggambarkan dan menganalisis dinamika penyebaran suatu penyakit menular. Dalam model SIR, populasi manusia dikelompokkan ke dalam tiga kompartemen, yaitu individu rentan (S), individu terinfeksi (I), dan individu yang telah sembuh (R). Jumlah total populasi dinyatakan sebagai penjumlahan dari ketiga kompartemen tersebut, yaitu $N = S + I + R$. (Sifriyani & Rosadi, 2020).



Gambar 2.2 Diagram Model SIR

Model SIR Kermack–McKendrick diuraikan dalam perbandingan diferensial berikut:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Berdasarkan diagram SIR yang ditunjukkan pada gambar di atas, S menyatakan jumlah individu yang berada dalam kondisi rentan terhadap penyakit, I merepresentasikan jumlah individu yang sedang terinfeksi, dan R menunjukkan individu yang telah sembuh dari penyakit. Selain itu N adalah jumlah total populasi. β melambangkan laju penularan penyakit dan γ adalah laju kesembuhan.

2.6 Titik Keseimbangan

Titik yang tidak berubah terhadap waktu disebut titik keseimbangan. Misalkan berikut adalah sistem persamaan diferensial:

$$\dot{x} = F(x), \quad x \in E \subset \mathbb{R}^n \quad (2.6.5)$$

dengan $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, $f : E \rightarrow \mathbb{R}^n$, dan $f = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_n)$.

Definisi 2.6.1 (Perko, 2001)

Titik $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ dianggap sebagai titik keseimbangan sistem (2.6.5) jika $f(\bar{x}) = 0$, seperti yang ditunjukkan dalam definisi 2.6.1.

Contoh 2.6.1.

Diberikan sistem persamaan diferensial, yaitu:

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_1 x_2 + x_1 \\ x_1^2 + x_2 \end{pmatrix}$$

Dalam sistem persamaan di atas $\bar{x} = (x_1, x_2)$ adalah titik keseimbangan yang memenuhi syarat bahwa $f(\bar{x}) = 0$, yaitu:

$$x_1 x_2 + x_1 = 0$$

dari persamaan pertama diperoleh $x_1 = 0$ atau $x_2 = -1$. Jika $x_1 = 0$, maka dari persamaan kedua diperoleh:

$$x_1^2 + x_2 = 0$$

$$0^2 + x_2 = 0$$

$$x_2 = 0$$

Oleh karena itu, titik keseimbangan $E_1 = (0, 0)$. dan dalam hal $x_2 = -1$, persamaan kedua menghasilkan :

$$x_1^2 + x_2 = 0$$

$$x_1^2 + (-1) = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ atau } x_1 = -1$$

sehingga diperoleh titik keseimbangan $E_2 = (1, -1)$ dan $E_3 = (-1, -1)$. (Wiggins, 2009).

2.7 Kestabilan titik kesetimbangan

Perilaku suatu sistem dinamik di sekitar titik kesetimbangan (*equilibrium*) dikaji melalui konsep kestabilan titik kesetimbangan. Konsep ini digunakan untuk menjelaskan bagaimana solusi sistem berperilaku di sekitar titik tersebut. Definisi kestabilan titik kesetimbangan adalah sebagai berikut :

Definisi 2.7.1 (Hale & Koçak, 1991)

Titik kesetimbangan (*equilibrium*) $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ dari sistem (2.4.2) dikatakan:

1. Stabil lokal, jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga setiap solusi dari sistem (2.4.2) $x(t)$ yang memenuhi

$$\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta$$

akan memenuhi

$$\|x(t) - \bar{x}\| < \varepsilon, \quad \text{untuk setiap } t \geq t_0.$$

2. Stabil asimtotik lokal, apabila titik kesetimbangan $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ stabil dan terdapat bilangan $\delta_0 > 0$ sehingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi

$$\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta_0$$

berlaku

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x}.$$

3. Tidak stabil, apabila titik kesetimbangan $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ tidak memenuhi kondisi kestabilan lokal.

Selanjutnya, jika untuk sembarang titik awal, solusi sistem persamaan diferensial $x(t)$ berada dekat dengan titik kesetimbangan $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$, maka titik kesetimbangan tersebut dikatakan stabil global. Sementara itu, jika untuk sembarang titik awal solusi sistem persamaan diferensial $x(t)$ berada dekat dengan titik kesetimbangan $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ dan memenuhi

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x},$$

maka titik kesetimbangan $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ disebut stabil asimtotik global.

2.8 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar menggambarkan rata-rata jumlah individu rentan yang dapat tertular oleh satu individu terinfeksi selama masa infeksi berlangsung (Ihsan dkk., 2021). Besaran ini secara umum dinotasikan dengan R_0 . Interpretasi nilai R_0 dapat dijelaskan sebagai berikut (Sifriyani & Rosadi, 2020).

1. Jika $R_0 < 1$, maka pada setiap generasi, jumlah individu yang terinfeksi akan berkurang, sehingga penyakit cenderung hilang dari populasi.
2. Jika $R_0 > 1$, maka jumlah yang terinfeksi akan meningkat dari satu generasi ke generasi berikutnya sehingga penyakit berpotensi menyebar dan bertahan hingga mencapai kondisi keseimbangan.
3. Jika $R_0 = 1$, maka penyakit berada pada kondisi ambang dan dapat berkembang menjadi epidemi yang memengaruhi populasi.

Nilai R_0 dihitung dari nilai eigen dominan matriks generasi berikutnya, juga dikenal sebagai (*next generation matrix*), yang didefinisikan sebagai

$$K = FV^{-1}.$$

Matriks F dan V merupakan matriks berukuran $n \times n$ yang masing-masing didefinisikan sebagai

$$F = \left[\frac{\partial F_i(\varphi)}{\partial y_j} \right] \quad \text{dan} \quad V = \left[\frac{\partial V_i(\psi)}{\partial y_j} \right],$$

dengan φ menyatakan kompartemen individu terinfeksi dan y menyatakan kompartemen individu yang telah sembuh.

2.9 Matriks Jacobian

Matriks Jacobian dikembangkan oleh Carl Gustav Jacob Jacobi, seorang ilmuwan matematikawan Yahudi asal Jerman. Matriks Jacobian memiliki elemen yang merupakan turunan parsial orde pertama dari fungsi bernilai vektor (Sinaga dkk., 2021). Anggaplah $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ merupakan fungsi yang daerah asalnya adalah vektor $x \in \mathbb{R}^n$ dan menghasilkan output vektor $f(x) \in \mathbb{R}^m$. Maka matriks Jacobian dari f adalah matriks $n \times n$, didefinisikan sebagai berikut:

$$J = \frac{df}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Berdasarkan persamaan dalam model SIR (2.3.1), matriks Jacobian diperoleh sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial R} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial R} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial R} \end{bmatrix}$$

Di mana f_1 , f_2 , dan f_3 adalah fungsi-fungsi turunan sistem:

$$f_1 = \frac{\beta SI}{N}$$

$$f_2 = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I$$

$$f_3 = \gamma I$$

Fungsi f_1 , f_2 , dan f_3 kemudian diturunkan dari setiap parameter, sehingga dapat dibentuk menjadi matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\beta I}{N} & \frac{\beta S}{N} & 0 \\ \frac{\beta I}{N} & \frac{\beta S}{N} - \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

2.10 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Konsep vektor eigen dan nilai eigen digunakan dalam pemodelan penyakit menular untuk menganalisis kestabilan titik keseimbangan dan menemukan nilai R_0 . Misalkan A merupakan matriks berukuran $n \times n$. Suatu vektor tak nol x disebut sebagai vektor eigen dari matriks A apabila terdapat suatu skalar λ sehingga berlaku

$$Jx = \lambda x \quad (2.10.6)$$

Skalar λ disebut sebagai nilai eigen (*eigenvalue*) dari matriks A , sedangkan vektor x disebut sebagai vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen tersebut.

Untuk mendapatkan nilai eigen dari matriks A , maka persamaan (2.6.5) dapat ditulis sebagai:

$$(A - \lambda I)x = 0 \quad (2.10.7)$$

di mana I adalah matriks identitas dan λ adalah nilai eigen (*eigenvalue*) dari J . Maka persamaan (2.10.2) harus mempunyai solusi tak nol untuk x jika dan hanya jika:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.10.8)$$

Persamaan (2.10.8) disebut persamaan karakteristik dari J . Selanjutnya, penyebaran penyakit DBD dapat direpresentasikan ke dalam bentuk model matematika yang dibangun berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan dalam pembentukan model.

2.11 Kriteria Routh-Hurwitz

Dalam masalah polinomial orde tinggi, stabilitas titik kesetimbangan tidak dapat diamati melalui nilai eigen karena sulit untuk ditentukan. Oleh karena itu, untuk menunjukkan stabilitas sistem, metode yang disebut Kriteria *Routh-Hurwitz* digunakan dengan mengambil koefisien persamaan karakteristik tanpa menghitung akarnya.

Definisi 2.11.1. (Martcheva, 2015).

Diberikan suatu sistem dengan persamaan karakteristik yang dinyatakan dalam bentuk polinomial berderajat n sebagai berikut:

$$P(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n \quad (2.11.9)$$

Didefinisikan bahwa Δ_n merupakan matriks Hurwitz yang menggunakan koefisien a_i di mana $i = 1, 2, \dots, n$ dari polinomial berkarakteristik, sebagai berikut:

$$\Delta_1 = |a_1|, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}$$

Dan

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \cdots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \cdots & 0 \\ a_7 & a_6 & a_5 & a_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

dengan ketentuan bahwa $a_i = 0$ jika $i > n$. Semua akar dari polinomial $P(\lambda)$ akan bernilai negatif atau memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika determinan dari setiap matriks *Hurwitz* bernilai positif. Tinjau persamaan karakteristik orde-3 berikut:

$$p(\lambda) = a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3. \quad (2.11.10)$$

Matriks *Hurwitz* dari Persamaan (2.11.2) adalah

$$H = \begin{pmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_2 \end{pmatrix}. \quad (2.11.11)$$

Sesuai dengan kriteria *Routh–Hurwitz*, semua akar-akar persamaan karakteristik akan memiliki bagian riil negatif jika,

$$H_1 = |a_1| = a_1 > 0$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} = a_1a_2 - a_0a_3 > 0$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix} = a_3H_2 > 0.$$

(Mahardika, dkk., 2020)

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung, yang berlokasi di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Provinsi Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan melalui sejumlah tahapan yang dirancang secara sistematis guna memperoleh hasil yang selaras dengan tujuan penelitian. Adapun tahapan penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut :

1. mengumpulkan literatur untuk melakukan penelitian tentang metode pengkajian model epidemik SIR.
2. Menentukan asumsi penelitian dan mengembangkan parameter untuk digunakan pada model SIR.
3. Membentuk model SIR untuk penyakit DBD dengan asumsi pengaruh treatment dan vaksinasi.
4. Menentukan titik keseimbangan model SIR baik pada keadaan tanpa penyakit maupun saat penyakit menyebar.
5. Menghitung nilai R_0 menggunakan matriks *next generation*.
6. Menganalisis kestabilan titik ekuilibrium dengan menggunakan matriks Jacobian dan kriteria Routh-Hurwitz untuk mengetahui kestabilan model.

7. Melakukan simulasi model menggunakan perangkat lunak Rstudio untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit DBD berdasarkan variasi parameter.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang dibahas di bab sebelumnya, dapat dibuat beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Model penyebaran penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD) dengan asumsi pengaruh vaksinasi dan *fogging* dinyatakan dalam sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS_h}{dt} &= A_h - \frac{c\beta_h S_h I_m}{N_h} - (\mu_h + p)S_h, \\ \frac{dI_h}{dt} &= \frac{c\beta_h S_h I_m}{N_h} - (\mu_h + \alpha_h + \gamma_h)I_h, \\ \frac{dT_h}{dt} &= \alpha_h I_h - (\mu_h + \delta_h)T_h, \\ \frac{dR_h}{dt} &= \delta_h T_h + \gamma_h I_h + pS_h - \mu_h R_h, \\ \frac{dS_m}{dt} &= A_m - \frac{c\beta_m S_m I_h}{N_h} - (\mu_m + f)S_m, \\ \frac{dI_m}{dt} &= \frac{c\beta_m S_m I_h}{N_h} - (\mu_m + f)I_m.\end{aligned}$$

2. Titik-titik kesetimbangan pada model ini meliputi titik kesetimbangan bebas penyakit serta titik kesetimbangan endemik penyakit, yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}DFE &= (S_h, I_h, T_h, R_h, S_m, I_m) \\ &= \left(\frac{A_h}{\mu_h + p}, 0, 0, \frac{pA_h}{\mu_h(\mu_h + p)}, \frac{A_m}{\mu_m + f}, 0 \right),\end{aligned}$$

dan

$$EE = (S_h, I_h, T_h, R_h, S_m, I_m) \\ = \left(\frac{A_h}{c\beta_h i_m + \mu_h + p}, \frac{c\beta_h S_h i_m}{\mu_h + \alpha_h + \gamma_h}, \frac{\alpha_h i_h}{\mu_h + \delta_h}, \frac{\delta_h T_h + \gamma_h I_h + p S_h}{\mu_h}, \frac{A_m}{c\beta_m i_h + \mu_m + f}, \frac{c\beta_m S_m i_h}{\mu_m + f} \right).$$

3. Nilai (R_0) diperoleh sebagai parameter yang digunakan untuk menilai potensi penyebaran penyakit DBD.
4. Titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik penyakit bersifat stabil berdasarkan nilai (R_0).
5. Hasil simulasi numerik memperlihatkan bahwa peningkatan efektivitas vaksinasi mampu menurunkan jumlah individu terinfeksi dan mempercepat pengendalian penyebaran penyakit DBD.

5.2 Saran

Penelitian selanjutnya disarankan untuk membangun model SIR dengan memasukkan faktor lingkungan seperti curah hujan dan suhu yang memengaruhi populasi nyamuk *Aedes aegypti*. Selain itu, model dapat diperluas dengan mempertimbangkan struktur usia populasi manusia agar dinamika penyebaran penyakit dapat digambarkan lebih realistis. Penggunaan data kasus DBD aktual dari instansi kesehatan juga dianjurkan untuk melakukan validasi model secara empiris. Penelitian lanjutan dapat menambahkan kompartemen E (*Exposed*) untuk membandingkan efektivitasnya dengan peran vaksinasi. Penelitian ini diharapkan dapat membantu pengambil kebijakan merancang strategi pengendalian DBD yang lebih optimal dan berbasis model matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Alfian, M., & Rijal, M. 2022. Penerapan model SIR berbasis jaringan syaraf tiruan untuk prediksi kasus DBD di Nusa Tenggara Barat. *Jurnal Sains dan Teknologi*, 8(3), 201–210.
- Andiraja, P., Lestari, D., & Hartono, R. 2023. Model SIR dengan kontrol vaksinasi pada penyebaran Demam Berdarah Dengue. *Jurnal Aplikasi Matematika*, 12(1), 33–42.
- Baiduri. 2002. *Persamaan Diferensial dan Matematika Model*. UMM Press. Malang.
- Bano, F., Malik, A., & Zahra, N. 2023. Analisis model SIR dengan pengendalian larvasida pada penularan demam berdarah dengue. *International Journal of Mathematical Modelling and Computation*, 13(4), 289–298.
- Boyce, W.E.& DiPrima, R.C. 1997. *Elementary Differential Equations and boundary Value Problems*. Sixth Edition. John Wiley and Sons, New York.
- Giordano, F.R.& Weir, M.D. 2002. *Differential Equation A Modelling Approach*. Addison-Wesley Publishing Company, New York.
- Hale, J. K., & Koçak, H. (1991). *Dynamics and Bifurcations*. New York, NY: Springer
- Jacob, M., Langi, R., & Tombakan, J. 2025. Analisis pola musiman kasus demam berdarah menggunakan model SIR di Sulawesi Utara. *Indonesian Journal of Epidemiological Modelling*, 2(1), 54–63.

- Kemendes RI. 2023. *Situasi Demam Berdarah Dengue di Indonesia Tahun 2023*. Kementerian Kesehatan RI, Jakarta.
- Mahardika, R., Widowati, R., & Sumanto, Y. (2020). Routh-Hurwitz Criterion and Bifurcation Method for Stability Analysis of Tuberculosis Transmission Model. *Journal of Physics: Conference Series*, 13.
- Martcheva, M. 2015. *An Introduction to Mathematical Epidemiology*. Volume 61. Springer, New York.
- Nurbaya, T., Maharani, R., dan Nugroho, A. (2022). *Analisis faktor-faktor yang memengaruhi peningkatan kasus DBD di Indonesia*. *Jurnal Kesehatan Masyarakat Indonesia*, 17(2), 45–53.
- Perko. 2001. *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer-Verlag, New York.
- Puspita, R. 2023. Analisis pengaruh faktor iklim terhadap peningkatan kasus Demam Berdarah Dengue (DBD) di Indonesia. *Jurnal Epidemiologi dan Penyakit Tropis*, 11(1), 22–30.
- Rifandi, M., & Abdy, M. (2023). Suatu pengantar persamaan diferensial biasa. Uwais Inspirasi Indonesia.
- Sahawati, S., Shafwan, A., Nirwana, & Deni. 2025. Analisis faktor risiko penyebaran demam berdarah dengue (DBD) di wilayah kerja Puskesmas Lalowaru tahun 2025. *Jurnal Penelitian Sains dan Kesehatan Avicenna*, 4(2).
- Sanusi, S., Rahman, A., & Yusuf, H. 2021. Analisis model SIRS pada penyebaran Demam Berdarah Dengue di Sulawesi Selatan. *Jurnal Matematika dan Aplikasi*, 19(2), 115–124.

Sifriyani, S., & Rosadi, D. 2020. *Susceptible Infected Recovered (SIR) Model for Estimating COVID-19 Reproduction Number in East Kalimantan and Samarinda*. Media Statistika, 13(2), 170–181.

Syakhroni, S., Sutuningsih, D., & Nurjazuli. 2023. Pengamatan vektor *Aedes aegypti* infeksi virus dengue di Jakarta Utara tahun 2022. *Gema Lingkungan Kesehatan*, 21(1), 1–6.

WHO. 2023. *Dengue and severe dengue*. World Health Organization. <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/dengue-and-severe-dengue>.

Wiggins, S. 2009. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos*. Second Edition. Springer-Verlag, New York.