

**PEMODELAN MATEMATIKA PADA KELEMBAPAN UDARA DENGAN
MENGUNAKAN *SENSITIVITAS MIDPOINT THEOREM*
DALAM METODE BEDA HINGGA**

Skripsi

Oleh

**APRILIA AYUNI LUMBAN GAOL
NPM. 2217031024**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING OF AIR HUMIDITY USING THE MIDPOINT SENSITIVITY THEOREM USING IN THE FINITE DIFFERENCE METHOD

By

Aprilia Ayuni Lumban Gaol

Air humidity is an important element in atmospheric studies that can be explained through a mathematical modeling approach. This study aims to examine the distribution of air humidity in Lampung Province by applying a finite difference method based on the sensitivity midpoint theorem. Air humidity data obtained from four locations were used as initial data to determine air humidity values at 25 observation points in the study area. Next, a system of linear equations was formed to determine the air humidity value and the rate of humidity change at each point. Calculations were performed manually and with computational results using Python programming. The results obtained showed agreement between the two calculation processes. This indicates that the finite difference method with the midpoint approach can be used as a fairly accurate and efficient numerical method in modeling air humidity distribution.

Keywords: Air Humidity, finite difference method, Python programming.

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA PADA KELEMBAPAN UDARA DENGAN MENGUNAKAN *SENSITIVITAS MIDPOINT THEOREM* DALAM METODE BEDA HINGGA

Oleh

Aprilia Ayuni Lumban Gaol

Kelembapan udara merupakan salah satu elemen penting dalam kajian atmosfer yang dapat dianalisis melalui pendekatan pemodelan matematis. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji distribusi kelembapan udara di Provinsi Lampung dengan menerapkan metode beda hingga berbasis sensitivitas midpoint theorem. Data kelembapan udara yang diperoleh dari empat lokasi digunakan sebagai data awal menentukan nilai kelembapan udara pada 25 titik pengamatan di wilayah penelitian. Selanjutnya, dibentuk sistem persamaan linear untuk menentukan nilai kelembapan udara dan laju perubahan kelembapan pada setiap titik. Perhitungan dilakukan secara manual dan diverifikasi dengan hasil komputasi menggunakan pemrograman Python. Hasil yang diperoleh menunjukkan kesesuaian antara kedua proses perhitungan tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa metode beda hingga dengan pendekatan titik tengah dapat digunakan sebagai metode numerik yang cukup akurat dan efisien dalam memodelkan distribusi kelembapan udara.

Kata-kata kunci: Kelembapan Udara, metode beda hingga, pemrograman Python.

**PEMODELAN MATEMATIKA PADA KELEMBAPAN UDARA DENGAN
MENGUNAKAN *SENSITIVITAS MIDPOINT THEOREM*
DALAM METODE BEDA HINGGA**

APRILIA AYUNI LUMBAN GAOL

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

Judul Skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA PADA KELEMBAPAN UDARA DENGAN MENGGUNAKAN SENSITIVITAS MIDPOINT THEOREM DALAM METODE BEDA HINGGA**

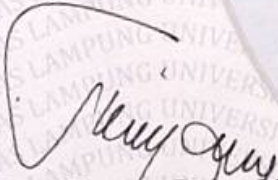
Nama Mahasiswa : **Aprilia Ayuni Tumban Gaol**

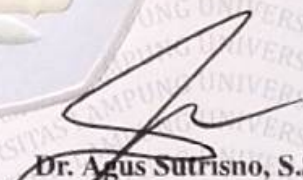
Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031024**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**




Drs. Tiryo Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 196207041988031002


Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.
NIP 197008311999031002

2. Ketua Jurusan Matematika


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

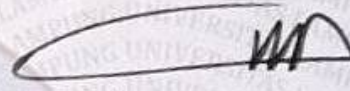
Ketua : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



Sekretaris : **Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**



Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.

NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **13 Februari 2026**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Aprilia Ayuni Lumban Gaol**
Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031024**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **Pemodelan Matematika pada Kelembapan Udara dengan menggunakan *Sensitivitas Midpoint Theorem* dalam Metode Beda Hingga**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 13 Februari 2026

Penulis



Aprilia Ayuni Lumban Gaol

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Aprilia Ayuni Lumban Gaol yang lahir di Doloksanggul pada tanggal 14 April 2005. Penulis merupakan anak kedua dari enam bersaudara, seorang anak dari pasangan Bapak Janter Lumban Gaol dan Ibu Artha Manullang.

Penulis memulai pendidikan awal di Paud Pelangi Kasih pada tahun 2008-2009, dan TK Santa Lusia Doloksanggul pada tahun 2009-2010. Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan dasar di SD Santa Maria Doloksanggul pada tahun 2010-2016. Setelah itu penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Santa Lusia Doloksanggul pada tahun 2016-2019. Selanjutnya, Penulis melanjutkan pendidikan menengah atas di SMA N 1 Doloksanggul pada tahun 2019-2021.

Pada tahun 2022, penulis diterima di program studi S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN). Selama masa studi, penulis aktif dalam berbagai kegiatan organisasi, termasuk menjabat sebagai Kepala Departemen Kesekretariatan dan Rumah Tangga UKM U Saintek Universitas Lampung periode 2025.

Pada awal tahun 2025, sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 30 hari di desa Restu Baru, Kecamatan Rumbia, Kabupaten Lampung Tengah. Selain itu pada bulan Juni 2025, penulis melaksanakan Kerja Praktik di PT. TASPEN Persero Kc Bandar Lampung selama 40 hari yang berlokasi di Jl. Raden Intan No. 67, Kecamatan Enggal, Kota Bandar Lampung.

KATA INSPIRASI

"Janganlah hendaknya kamu kuatir tentang apapun juga, tetapi nyatakanlah dalam segala hal keinginanmu kepada Allah dalam doa dan permohonan dengan ucapan syukur"

(Filipi 4:6)

"Segala perkara dapat kutanggung di dalam dia yang memberikan kekuatan kepadaku"

(Filipi 4:13)

"Kuatkan dan teguhkanlah hatimu, janganlah takut dan jangan gemetar karena mereka, sebab Tuhan, Allahmu, Dialah yang berjalan menyertai engkau; ia tidak akan membiarkan engkau dan tidak akan meninggalkan engkau"

(Ulangan 31:6)

"By your grace it is well, my hope is sure, in Christ my savior"

(It Is Well With My Soul-Horatio Spafford)

"God knows the right time, the right place, the right person, and the right answer to our prayer"

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Puji Syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas berkat dan kasih karunia-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Bapak Mamak Tercinta

Terimakasih kepada Bapak dan Mamak atas segala pengorbanan, motivasi, doa serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala berkat dan penyertaan-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Pemodelan Matematika pada Kelembapan Udara dengan menggunakan *Sensitivitas Midpoint Theorem* dalam Metode Beda Hingga" dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing 1 yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc. selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Bapak, Mamak, kakak dan adik yang selalu memberikan dukungan, motivasi, kasih sayang, dan doa sehingga penulis dapat segera menyelesaikan skripsi ini.
8. Seluruh guru TK, SD, SMP, dan SMA yang telah mengajarkan dan memberikan ilmu hingga penulis bisa menduduki bangku perkuliahan.
9. Terimakasih kepada diriku sendiri karena sudah berjuang dan bertahan sejauh ini.
10. Sahabat penulis Putri, Sonia, dan Nadya. Terima kasih telah menjadi pendengar yang baik dan selalu memberi dukungan serta motivasi selama proses penyusunan skripsi.
11. Sahabat seperjuangan, Cyntia, Najiya, Zahra, Rafika, Aprial, dan Valens. Terima kasih untuk semua motivasi, dukungan, semangat, serta kebersamaan dalam menjalani perkuliahan dan selama proses penyusunan skripsi ini.
12. Teman-teman seperbimbingan skripsi yang saling mendukung, mengingatkan, membantu, dan menemani penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
13. Teman-teman KKN Desa Restu Baru
14. Orang-orang baik yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 13 Februari 2026

Aprilia Ayuni Lumban Gaol

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Manfaat Penelitian	3
II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Pemodelan Matematika	4
2.2 Persamaan Diferensial Parsial	4
2.3 Persamaan Diferensial Parsial Pada Metode Beda Hingga	6
2.4 Metode Beda Hingga	10
2.5 Kelembapan Udara	14
2.6 Python	15
III METODE PENELITIAN	16
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	16
3.2 Langkah-Langkah Penelitian	16
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	18
4.1 Data Penelitian	18
4.2 Hasil Metode Beda Hingga dengan Perhitungan Manual	19
4.3 Hasil Metode Beda Hingga dengan Pemograman Python	31
V KESIMPULAN DAN SARAN	35
5.1 Kesimpulan	35
5.2 Saran	35
DAFTAR PUSTAKA	36

DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik Beda Maju	7
2.2	Grafik Beda Mundur	7
2.3	Grafik Beda Tengah	8
2.4	Grid metode beda hingga skema maju	9
2.5	Grid metode beda hingga skema mundur	10
2.6	Grid metode beda hingga skema tengah	10
2.7	Beda hingga pada bidang empat titik	11
2.8	Beda hingga pada bidang sembilan titik	12
2.9	Garis Horizontal	12
2.10	Garis Vertikal	13
2.11	Garis Horizontal dan Vertikal	13
3.1	Diagram alir penelitian	17
4.1	Titik Pengambilan Data Kelembapan Udara	18
4.2	Grid Perhitungan Metode Beda Hingga Tahap 1	19
4.3	Grid Perhitungan Metode Beda Hingga Tahap 2	20
4.4	Grid Perhitungan Metode Beda Hingga Tahap 3	21
4.5	Grid Perhitungan Metode Beda Hingga Tahap 4	22
4.6	Grid Perhitungan Metode Beda Hingga Tahap 5	23
4.7	Grid Perhitungan Metode Beda Hingga Tahap 6	25

DAFTAR TABEL

4.1	Hasil Nilai Kelembapan Udara dan Laju Kelembapan Udara	27
4.2	Verifikasi Hasil Perhitungan Manual dan Python	34

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Kelembapan udara merupakan salah satu parameter penting dalam sistem atmosfer yang memengaruhi berbagai proses fisis seperti penguapan, kondensasi, dan pembentukan awan. Besarnya kandungan uap air di atmosfer pada waktu dan tempat tertentu menjadi indikator utama kondisi cuaca dan iklim suatu wilayah (Arya, 2001). Nilai kelembapan yang tinggi dapat menyebabkan udara menjadi jenuh sehingga memicu terbentuknya awan atau kabut, sedangkan kelembapan yang rendah dapat menimbulkan kondisi kering yang berpotensi meningkatkan risiko kebakaran hutan maupun kekeringan. Fenomena ini bersifat dinamis karena dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti suhu dan tekanan udara. Kompleksitas hubungan antarvariabel tersebut mendorong perlunya pemodelan matematika untuk memahami pola dan perubahan kelembapan udara secara lebih mendalam (Chasiotis, 2021).

Pemodelan matematika berperan penting dalam menjelaskan fenomena alam yang sulit diamati secara langsung. Melalui model matematika, hubungan antara variabel fisis seperti suhu, tekanan, dan kelembapan dapat direpresentasikan dalam bentuk persamaan diferensial parsial (PDP). Persamaan ini digunakan untuk menggambarkan perubahan suatu besaran terhadap ruang dan waktu secara kontinu. Namun, bentuk penyelesaian analitik dari PDP sering kali tidak dapat diperoleh karena melibatkan sistem yang kompleks dan nonlinear. Oleh sebab itu, digunakan pendekatan numerik untuk memperoleh solusi pendekatan dari model tersebut (Strauss, 2008).

Salah satu metode numerik yang banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial adalah metode beda hingga (*finite difference method*). Metode ini bekerja dengan mendiskretkan variabel kontinu menjadi titik-titik grid dan mengganti turunan dengan selisih hingga, sehingga memungkinkan penyelesaian numerik yang efisien (Chapra, 2015). Keakuratan metode ini sangat dipengaruhi oleh pemilihan

skema diskretisasi yang tepat, terutama pada posisi titik grid yang digunakan dalam perhitungan.

Dalam konteks tersebut, *midpoint theorem* menjadi salah satu pendekatan yang berguna untuk menentukan nilai pada titik tengah antara dua titik grid utama. Teorema ini membantu menghasilkan nilai rata-rata yang lebih representatif terhadap kondisi sistem di antara dua titik tersebut. Namun, perubahan kecil pada posisi atau nilai titik tengah dapat memengaruhi kestabilan dan akurasi solusi numerik. Oleh karena itu, diperlukan analisis *sensitivitas midpoint theorem*, yaitu kajian terhadap seberapa besar pengaruh perubahan kecil pada titik tengah terhadap hasil akhir dari metode beda hingga (Burghes , 1981).

Beberapa penelitian terdahulu telah membuktikan efektivitas metode beda hingga dalam pemodelan fenomena fisis. Li dkk, (2013) menerapkan metode ini untuk menganalisis perpindahan panas dan uap air, dan memperoleh hasil yang stabil serta mendekati nilai eksperimen. Setiyowati dan Riestiana, (2021) menggunakan metode beda hingga eksplisit untuk mensimulasikan gelombang air dangkal satu dimensi dengan hasil yang akurat.

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, dapat disimpulkan bahwa metode beda hingga telah banyak diterapkan dalam pemodelan fenomena fisis. Namun, hingga saat ini belum ada penelitian yang secara khusus membahas pemodelan matematika pada kelembapan udara dengan menggunakan *sensitivitas midpoint theorem* dalam metode beda hingga. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk membahas penelitian tersebut.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu:

Menerapkan dan memverifikasi metode beda hingga titik tengah (*midpoint finite theorem*), untuk menghitung nilai kelembapan udara di empat titik provinsi lampung melalui perhitungan manual, implementasi program python dan analisis kesesuaian hasil dari keduanya.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang ingin diperoleh dari penelitian ini yaitu:

1. Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan dalam bidang analisis numerik dan pemodelan matematika, khususnya terkait penerapan metode beda hingga dan *sensitivitas midpoint theorem* dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial.
2. Menjadi referensi bagi peneliti yang ingin mengkaji perhitungan matematika dalam pemodelan kelembapan udara menggunakan metode beda hingga.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan salah satu pendekatan ilmiah yang digunakan untuk menggambarkan fenomena nyata dalam bentuk matematis. Menurut Meerschaert, (2013) pemodelan matematika adalah suatu proses yang menghubungkan dunia nyata dengan konsep-konsep matematika untuk memahami, menjelaskan, dan memprediksi perilaku sistem. Dengan adanya model, suatu sistem yang kompleks dapat disederhanakan sehingga lebih mudah untuk dianalisis dan disimulasikan. Giordano dkk, (2014) menyatakan bahwa pemodelan matematika adalah proses penyusunan representasi matematis dari suatu permasalahan nyata berdasarkan prinsip-prinsip logika dan deduksi. Melalui model matematika, peneliti dapat menganalisis sistem kompleks dengan menggunakan konsep persamaan, fungsi, atau algoritma untuk menghasilkan solusi yang rasional dan terukur.

Pemodelan matematika memiliki peran penting dalam berbagai bidang, seperti fisika, biologi, ekonomi, dan lingkungan. Menurut Burghes , (1981) pemodelan matematika membantu dalam pengambilan keputusan dengan menyediakan dasar kuantitatif yang dapat diuji dan dievaluasi. Dalam bidang lingkungan, model matematika dapat digunakan untuk mensimulasikan perubahan iklim, penyebaran polutan, atau dinamika populasi. Sementara itu, dalam bidang teknik dan ekonomi, model digunakan untuk mengoptimalkan sumber daya, mengendalikan sistem, serta memprediksi tren berdasarkan data empiris.

2.2 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) merupakan persamaan yang melibatkan turunan parsial dari suatu fungsi terhadap dua atau lebih variabel bebas. Menurut Strauss

(2008), Persamaan diferensial parsial digunakan untuk memodelkan berbagai fenomena fisis yang melibatkan perubahan ruang dan waktu secara bersamaan, seperti aliran panas, perambatan gelombang, dinamika fluida, serta difusi partikel di udara. PDP menjadi dasar penting dalam banyak bidang sains terapan, termasuk meteorologi, karena mampu menggambarkan proses alami secara kontinu dan matematis.

Secara umum, persamaan diferensial parsial dapat ditulis dalam bentuk:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}, \dots) = 0 \quad (2.3.1)$$

dengan $u = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi yang tidak diketahui, dan F merupakan fungsi yang melibatkan u beserta turunan-turunan parsialnya terhadap variabel-variabel bebas tersebut.

Menurut Strauss, (2008) persamaan diferensial parsial dapat diklasifikasikan menjadi tiga tipe utama berdasarkan bentuk dan sifat solusinya, yaitu:

1. Persamaan Eliptik

Persamaan diferensial parsial eliptik menggambarkan keadaan *steady-state* atau keseimbangan, di mana tidak terjadi perubahan terhadap waktu. Contoh umum dari persamaan eliptik adalah Persamaan Laplace dan Persamaan Poisson, yang digunakan untuk memodelkan distribusi suhu dalam keadaan konstan atau medan potensial listrik. Persamaan ini umumnya muncul dalam permasalahan batas dan digunakan untuk menggambarkan sistem yang telah mencapai keseimbangan. Bentuk umum Persamaan Laplace dituliskan sebagai:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.3.2)$$

2. Persamaan Parabolik

Persamaan diferensial parsial parabolik digunakan untuk menggambarkan fenomena yang melibatkan perubahan terhadap waktu dan ruang secara bersamaan menuju keadaan keseimbangan. Salah satu contohnya adalah Persamaan Panas (*Heat Equation*), yang menggambarkan perubahan suhu terhadap waktu. Tipe ini sering diterapkan dalam pemodelan proses difusi, baik untuk zat, panas, maupun kelembapan udara yang mengalami perubahan

bertahap menuju kondisi setimbang. Persamaan nya dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.3.3)$$

3. Persamaan Hiperbolik

Persamaan diferensial parsial hiperbolik menjelaskan fenomena propagasi gelombang atau getaran, di mana perubahan terjadi secara cepat dalam waktu dan ruang. Contohnya adalah Persamaan Gelombang (*Wave Equation*), yang digunakan untuk memodelkan getaran mekanis, gelombang bunyi, maupun gelombang air, di mana terdapat interaksi dinamis antara ruang dan waktu. Bentuk umum persamaannya adalah:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.3.4)$$

Menurut Strauss, (2008) pembagian tipe-tipe Persamaan Diferensial Parsial tersebut memudahkan peneliti dalam menentukan metode penyelesaian yang paling sesuai, baik secara analitik maupun numerik. Karena sebagian besar persamaan diferensial parsial sulit diselesaikan secara eksak, maka pendekatan numerik seperti Metode Beda Hingga (*Finite Difference Method*) menjadi solusi yang efisien dan stabil untuk memperoleh hasil pendekatan yang mendekati kondisi sebenarnya.

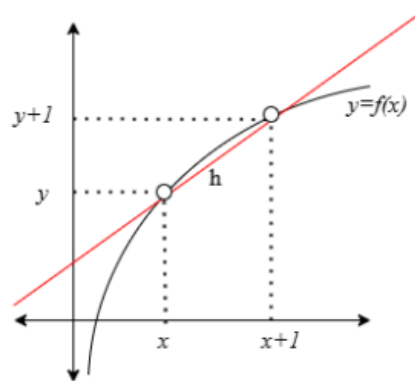
2.3 Persamaan Diferensial Parsial Pada Metode Beda Hingga

Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial (PDP) secara numerik umumnya dilakukan menggunakan metode beda hingga karena metode ini mampu memberikan hasil pendekatan yang stabil dan mendekati solusi analitik. Prinsip dasar metode beda hingga adalah menggantikan turunan-turunan pada persamaan diferensial dengan bentuk selisih terhingga yang diturunkan dari ekspansi deret Taylor. Pendekatan ini dilakukan dengan membagi domain variabel independen menjadi titik-titik diskrit yang membentuk grid atau mesh sehingga fungsi yang semula kontinu dapat diaproksimasi nilainya pada setiap titik (Smith, 1985).

Ada tiga jenis hampiran dalam metode beda hingga, yaitu beda maju (*forward difference*), beda mundur (*backward difference*), dan beda pusat (*central difference*) (Smith, 1985).

- Beda Maju (*forward difference*)

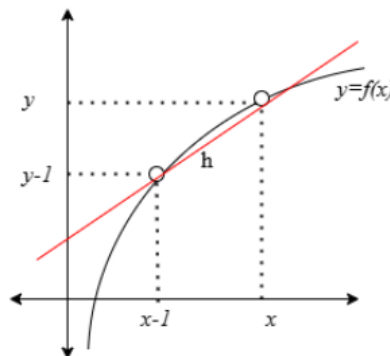
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



Gambar 2.1 Grafik Beda Maju

- Beda Mundur (*backward difference*)

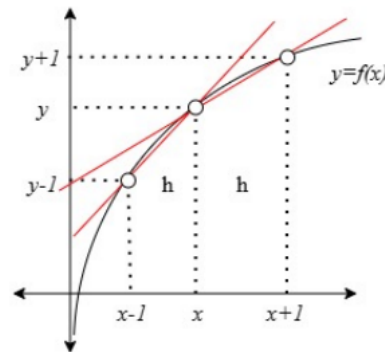
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$



Gambar 2.2 Grafik Beda Mundur

- Beda Tengah

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$



Gambar 2.3 Grafik Beda Tengah

dan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)f(x-h) - 2f(x)}{h^2}$$

berdasarkan definisi tersebut, maka diperoleh definisi dari turunan parsial sebagai berikut:

- Beda Maju

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h} \quad \text{dan} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h}$$

- Beda Mundur

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x-h, y)}{h} \quad \text{dan} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x, y-h)}{h}$$

- Beda Tengah

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x-h, y)}{2h} \quad \text{dan} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y-h)}{2h}$$

Definisi turunan parsial tingkat dua (Strauss, 2008):

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) + f(x-h, y) - 2f(x, y)}{h^2}$$

dan

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) + f(x, y-h) - 2f(x, y)}{h^2}$$

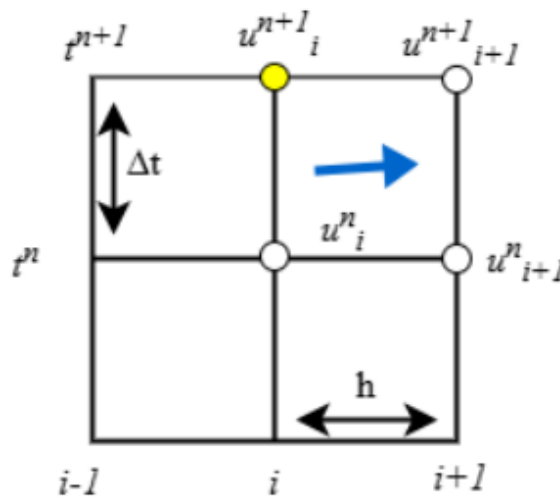
Prinsip dasar Metode Beda Hingga adalah menggantikan turunan yang terdapat dalam persamaan diferensial dengan bentuk pendekatan diskrit melalui ekspansi deret Taylor. Pendekatan ini mengubah persamaan kontinu menjadi sistem aljabar yang dapat diselesaikan secara numerik. Secara konseptual, deret Taylor menggambarkan bahwa nilai suatu fungsi pada titik tertentu dapat dihitung berdasarkan nilai fungsi tersebut pada titik lain yang berjarak sangat kecil, baik dalam ruang maupun waktu (Smith, 1985). Dengan demikian, metode ini memungkinkan analisis terhadap fenomena yang bergantung pada variabel ruang dan waktu secara lebih sederhana namun tetap akurat.

Berdasarkan ekspansi Taylor di atas, terdapat tiga skema beda hingga yang biasa digunakan, yaitu skema maju, skema mundur, dan skema tengah.

1. Skema Maju

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h}$$

Pada skema maju, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i + 1$ yang berada di depannya.

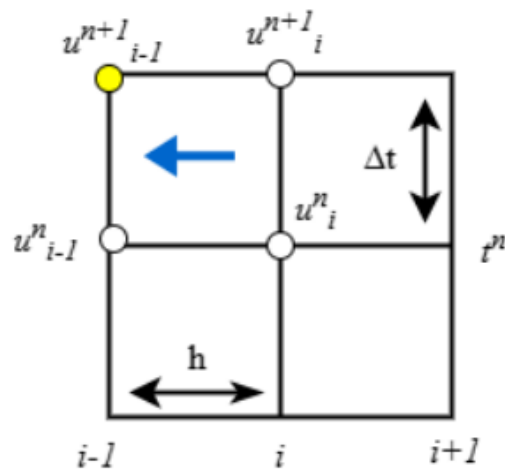


Gambar 2.4 Grid metode beda hingga skema maju

2. Skema Mundur

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i) - u(x_i - h)}{h}$$

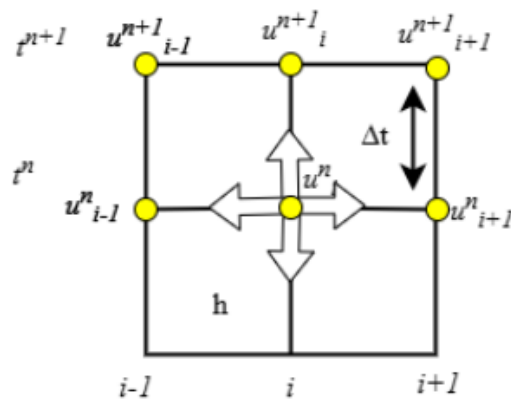
Pada skema mundur, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i - 1$ yang berada di belakangnya.



Gambar 2.5 Grid metode beda hingga skema mundur

3. Skema Tengah

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i - h)}{h^2}$$



Gambar 2.6 Grid metode beda hingga skema tengah

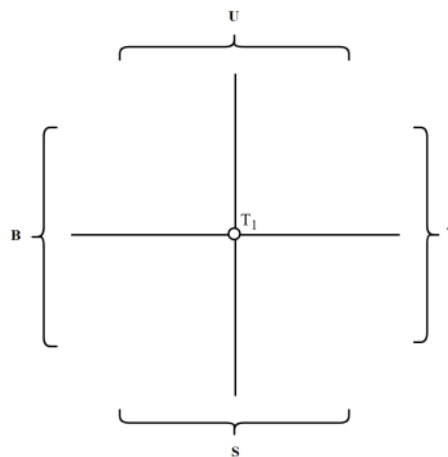
2.4 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu pendekatan numerik yang banyak diterapkan dalam penyelesaian berbagai persoalan teknik dan masalah matematis yang berhubungan dengan fenomena fisis. Pada dasarnya, metode ini digunakan

untuk memperoleh solusi hampiran terhadap persamaan diferensial yang menggambarkan perilaku sistem nyata. Metode beda hingga juga dikenal sebagai salah satu metode yang relatif sederhana untuk diterapkan, terutama pada permasalahan dengan bentuk geometri yang teratur, seperti interval pada satu dimensi, daerah berbentuk persegi pada dua dimensi, maupun bentuk kubik pada tiga dimensi (Li dkk, 2013).

Aplikasi utama dari metode beda hingga terletak pada bidang analisis numerik, terutama dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa (PDB) dan persamaan diferensial parsial (PDP). Secara prinsip, metode ini bekerja dengan menggantikan turunan yang terdapat dalam persamaan diferensial menjadi bentuk diskritisasi menggunakan pendekatan beda hingga, sehingga memungkinkan penyelesaian masalah secara numerik.

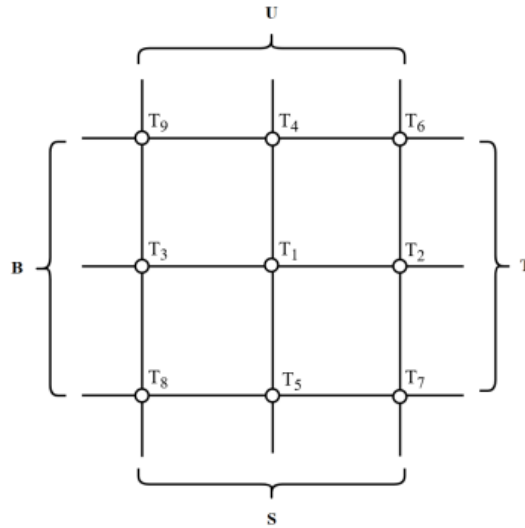
- Nilai fungsi di titik T_1



Gambar 2.7 Beda hingga pada bidang empat titik

$$B + T + S + U - 4T_1 = 0$$

- Nilai fungsi di titik $T_1, T_2, T_3, \dots, T_9$



Gambar 2.8 Beda hingga pada bidang sembilan titik

$$T_1 : B + T + S + U - 4T_1 = 0$$

$$T_2 : T_1 + T + S + U - 4T_2 = 0$$

$$T_3 : B + T_1 + S + U - 4T_3 = 0$$

$$T_4 : B + T + T_1 + U - 4T_4 = 0$$

$$T_5 : B + T + S + T_1 - 4T_5 = 0$$

$$T_6 : T_4 + T + T_2 + U - 4T_6 = 0$$

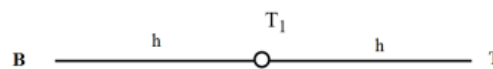
$$T_7 : T_5 + T + S + T_2 - 4T_7 = 0$$

$$T_8 : B + T_5 + S + T_3 - 4T_8 = 0$$

$$T_9 : B + T_4 + T_3 + U - 4T_9 = 0$$

Metode beda hingga dapat digambarkan ke dalam grafik yang lebih sederhana:

1. Horizontal



Gambar 2.9 Garis Horizontal

- Nilai T_1

$$\frac{B + T}{2h}$$

- Laju T_1

$$\delta T_1 = \frac{B - T}{2h}$$

2. Vertikal



Gambar 2.10 Garis Vertikal

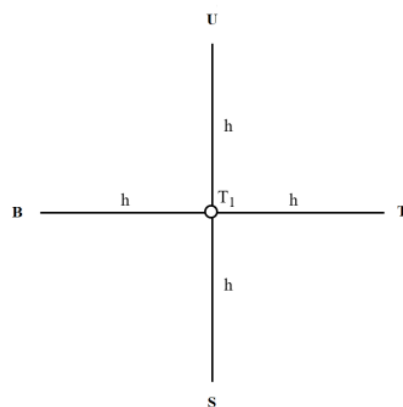
- Nilai T_1

$$\frac{U + S}{2h}$$

- Laju T_1

$$\delta T_1 = \frac{U - S}{2h}$$

3. Horizontal dan Vertikal



Gambar 2.11 Garis Horizontal dan Vertikal

- Nilai T_1

$$T_1 = \frac{T_{1h} + T_{1v}}{2} = \frac{\frac{B+T}{2h} + \frac{S+U}{2h}}{2} = \frac{B + T + S + U}{4h}$$

- Laju T_1

$$T_1 = \frac{\delta T_{1h} + \delta T_{1v}}{2} = \frac{\frac{B-T}{2h} + \frac{S-U}{2h}}{2} = \frac{(B - T) + (S - U)}{4h}$$

2.5 Kelembapan Udara

Kelembapan udara merupakan salah satu unsur utama dalam meteorologi dan klimatologi yang menunjukkan banyaknya uap air yang terkandung di atmosfer pada waktu dan tempat tertentu. Unsur ini berperan penting dalam proses pembentukan awan, hujan, serta pengendalian suhu udara di permukaan bumi (Tjasyono, 2004). Besarnya kelembapan udara memengaruhi kondisi cuaca harian seperti kabut, embun, dan kenyamanan lingkungan.

Secara umum, kelembapan udara dibedakan menjadi kelembapan absolut, kelembapan relatif, dan kelembapan spesifik. Kelembapan absolut menyatakan jumlah massa uap air per satuan volume udara, sedangkan kelembapan relatif (*Relative Humidity*) merupakan perbandingan antara uap air aktual dan kapasitas maksimum udara pada suhu tertentu, dinyatakan dalam persen (Arya, 2001). Kelembapan relatif sering digunakan dalam analisis cuaca karena lebih mudah diukur dan mencerminkan tingkat kejenuhan udara terhadap uap air.

Tingkat kelembapan udara dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti suhu, tekanan udara, curah hujan, dan vegetasi. Suhu udara yang tinggi cenderung menurunkan kelembapan relatif karena kemampuan udara untuk menampung uap air meningkat (Sudibyakto, 2012). Sementara itu, wilayah dengan banyak vegetasi memiliki kelembapan lebih tinggi akibat proses transpirasi tanaman (Handoko, 1994). Faktor-faktor ini menjadikan kelembapan udara bersifat dinamis dan dapat berubah terhadap waktu maupun lokasi.

2.6 Python

Python adalah bahasa pemrograman tingkat tinggi yang dijalankan secara langsung tanpa proses kompilasi (*interpreted*), bersifat serbaguna dan dapat digunakan untuk berbagai jenis aplikasi (*general-purpose*), serta berlisensi terbuka sehingga bebas digunakan dan dimodifikasi (*open-source*). Bahasa ini banyak dimanfaatkan dalam matematika, statistika, dan ilmu komputer. Sintaksnya yang sederhana membantu pengguna fokus pada analisis dan pemecahan masalah, serta mendukung pemrograman berorientasi objek dan integrasi dengan berbagai perangkat lunak lain (Van Rossum dan Drake, 2009).

Keunggulan Python terlihat dari pustaka ilmiahnya yang luas, seperti NumPy untuk komputasi numerik, SciPy untuk pemodelan dan penyelesaian persamaan diferensial, Matplotlib untuk visualisasi, dan Pandas untuk analisis data (Lutz, 2013). Kombinasi kapabilitas ini menjadikan Python sangat sesuai untuk pemodelan matematika, simulasi numerik, dan analisis kuantitatif, termasuk penerapan metode beda hingga pada fenomena fisis seperti kelembapan udara (McKinney, 2017).

BAB III

METODE PENELITIAN

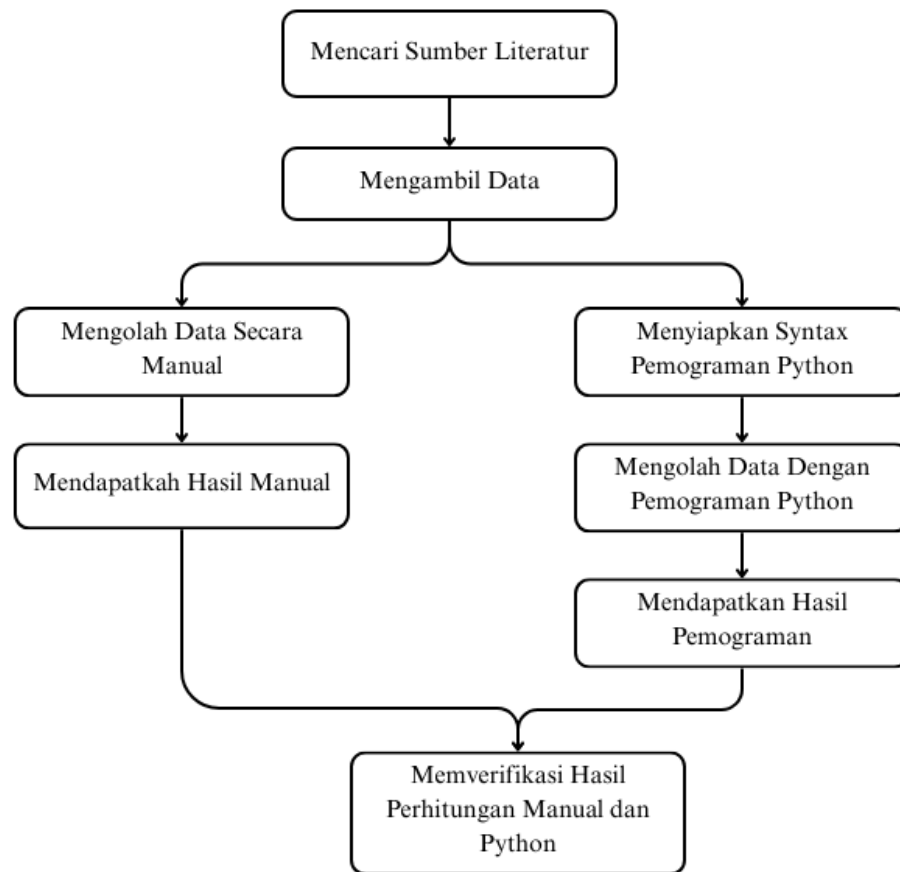
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 di Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang beralamatkan di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Lampung.

3.2 Langkah-Langkah Penelitian

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mencari dan mempelajari sumber-sumber literatur diberbagai situs internet dan buku-buku serta jurnal.
2. Melakukan pengambilan data Kelembapan Udara dari website open meteo.
3. Mengolah data secara manual dengan menggunakan metode beda hingga.
4. Menyiapkan *syntax* pemrograman Python untuk perhitungan.
5. Mengolah data dengan pemograman Python yang telah disiapkan.
6. Mendapatkan hasil dan solusi.
7. Memverifikasi hasil perhitungan manual dan python



Gambar 3.1 Diagram alir penelitian

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Metode beda hingga dapat digunakan sebagai pendekatan numerik dalam menganalisis nilai kelembapan Udara di Provinsi Lampung. Metode ini memungkinkan estimasi kondisi kelembapan udara pada titik-titik yang tidak memiliki data pengamatan langsung, sehingga dapat menyajikan gambaran yang lebih menyeluruh mengenai kelembapan udara di wilayah tersebut.
2. Perhitungan manual nilai kelembapan udara menunjukkan kesesuaian yang tinggi dengan hasil output yang diperoleh dari perangkat lunak Python. Hal ini membuktikan bahwa metode beda hingga yang diterapkan, baik secara manual maupun melalui pemrograman Python, mampu memberikan hasil yang konsisten, akurat, dan efisien.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, penelitian lebih lanjut disarankan untuk melakukan validasi hasil perhitungan dengan memanfaatkan data lapangan tambahan atau membandingkannya dengan metode lain yang relevan. Pendekatan ini akan membantu memperoleh hasil prediksi kelembapan udara yang lebih akurasi, konsisten, dan dapat dijadikan acuan yang lebih kuat. Selain itu, penelitian lanjutan sebaiknya mempertimbangkan penggunaan jumlah titik pengamatan yang lebih banyak serta penggabungan variabel iklim tambahan, sehingga analisis kelembapan udara dapat lebih mendalam dan komprehensif.

DAFTAR PUSTAKA

- Arya, S. P. (2001). *Introduction to micrometeorology* (2nd ed.). Press.
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2016). *Numerical Analysis* (10th ed.). Brooks/Cole.
- Burghes, D. N., & Borrie, M. S. (1981). *Modelling with differential equations*. Ellis Horwood.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Numerical methods for engineers* (7th ed.). McGraw-Hill Education.
- Chasiotis, V., Tzempelikos, D., & Filios, A. (2021). Evaluation of a moisture diffusion model for analyzing the convective drying kinetics of *Lavandula × allardii* leaves. *Computation*, 9(12), 141.
- Giordano, F. R., Weir, M. D., & Fox, W. P. (2014). *A First Course in Mathematical Modeling* (5th ed.). Brooks/Cole, Cengage Learning.
- Handoko. (1994). *Klimatologi dasar*. Pustaka Jaya.
- Lutz, M. (2013). *Learning Python* (5th ed.). O'Reilly Media.
- Li, Y., & Sun, D. (2013). Modeling moisture diffusion in building envelopes using finite difference method. *Energy and Buildings*, 61, 40–48.
- Maulidi, A. (2018). *Persamaan diferensial parsial: Teori dan aplikasi*. Deepublish
- McKinney, W. (2017). *Python for Data Analysis: Data Wrangling with Pandas, NumPy, and IPython* (2nd ed.). O'Reilly Media.
- Meerschaert, M. M. (2013). *Mathematical modeling*. Academic Press.
- Nugroho, A., Rahman, M., & Putra, H. (2024). Analisis dinamika kelembapan udara di Indonesia. *Jurnal Meteorologi Tropis Indonesia*, 18(2), 45–56.
- Setiyowati, R., & Riestiana, V. A. (2021). Simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal 1D dengan topografi tidak datar menggunakan metode beda hingga. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 18(2), 95-107.

- Strauss, W. A. (2008). *Partial Differential Equations: An Introduction* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Smith, G. D. (1985). *Numerical solution of partial differential equations: Finite difference methods*. Oxford University Press.
- Sudibyakto. (2012). *Klimatologi dan meteorologi*. Gadjah Mada University Press.
- Tjasyono, B. (2004). *Meteorologi dan klimatologi*. ITB Press.
- Van Rossum, G., & Drake, F. L. (2009). *Python 3 Reference Manual* Scotts Valley, CA: CreateSpace.