PERAMALAN *RETURN* DAN VOLATILITAS USD/IDR DENGAN PENDEKATAN ARIMAX-GARCH

Skripsi

Oleh

VIQI NURMA SAPUTRI
NPM. 2217031098

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

ABSTRACT

USD/IDR RETURN AND VOLATILITY FORECASTING USING THE ARIMAX-GARCH APPROACH

By

Viqi Nurma Saputri

The high fluctuations in the USD/IDR exchange rate indicate inconsistent volatility and the phenomenon of volatility clustering, particularly in the post-COVID-19 pandemic period. Exchange rate movements are influenced not only by domestic factors but also by global market dynamics, such as the S&P 500 Index, which have the potential to impact the Indonesian financial market. Conventional time series models are generally only able to model averages, so an approach that can simultaneously capture average dynamics and volatility is needed. This study aims to analyze and forecast USD/IDR returns and volatility for the period January 2020–September 2025 by incorporating S&P 500 returns as an exogenous variable using the ARIMAX-GARCH method. The results showed that the best model was ARIMAX (11,0,12) – GARCH (2,5), which significantly explained return and volatility dynamics and met the residual diagnostic test. This model produced a relatively small forecast error of 0.62%, making it effective for modeling and forecasting USD/IDR returns and volatility.

Keywords: ARIMAX-GARCH, return, volatility, USD/IDR exchange rate, S&P 500 Index, forecasting

ABSTRAK

PERAMALAN *RETURN* DAN VOLATILITAS USD/IDR DENGAN PENDEKATAN ARIMAX-GARCH

Oleh

Viqi Nurma Saputri

Tingginya fluktuasi nilai tukar USD/IDR menunjukkan adanya volatilitas yang tidak konstan serta fenomena *volatility clustering,* khususnya pada periode pascapandemi COVID-19. Pergerakan nilai tukar tidak hanya dipengaruhi oleh faktor domestik, tetapi juga oleh dinamika pasar global seperti Indeks S&P 500 yang berpotensi memberikan pengaruh terhadap pasar keuangan Indonesia. Model deret waktu konvensional umumnya hanya mampu memodelkan rata-rata, sehingga diperlukan pendekatan yang dapat menangkap dinamika rata-rata dan volatilitas secara simultan. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan meramalkan *return* serta volatilitas USD/IDR periode Januari 2020–September 2025 dengan memasukkan *return* S&P 500 sebagai variabel eksogen menggunakan metode ARIMAX-GARCH. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model terbaik adalah ARIMAX (11,0,12) – GARCH (2,5) yang mampu menjelaskan dinamika *return* dan volatilitas secara signifikan serta memenuhi uji diagnostik residual. Model ini menghasilkan kesalahan peramalan yang relatif kecil, yaitu sebesar 0,62% sehingga efektif digunakan untuk memodelkan dan meramalkan *return* serta volatilitas USD/IDR.

Kata Kunci: ARIMAX-GARCH, *return*, volatilitas, nilai tukar USD/IDR, Indeks S&P 500, peramalan

PERAMALAN *RETURN* DAN VOLATILITAS USD/IDR DENGAN PENDEKATAN ARIMAX-GARCH

VIQI NURMA SAPUTRI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

Judul Skripsi	:	**PERAMALAN *RETURN* DAN VOLATILITAS USD/IDR DENGAN PENDEKATAN ARIMAX-GARCH**
Nama Mahasiswa	:	***Viqi Nurma Saputri***
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031098**
Program Studi	:	**Matematika**
Fakultas	:	**Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Nusyirwan, M.Si.
NIP 196610101992031028

Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.
NIP 199311062019032018

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Drs. Nusyirwan, M.Si.**	....
Sekretaris	: **Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dr. Khoirin Nisa, M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **07 April 2026**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	**Viqi Nurma Saputri**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031098**
Program Studi	:	**Matematika**
Judul	:	**PERAMALAN *RETURN* DAN VOLATILITAS USD/IDR DENGAN PENDEKATAN ARIMAX-GARCH**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 07 April 2026

Penulis

Viqi Nurma Saputri
NPM 2217031098

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Viqi Nurma Saputri, anak kedua dari dari dua bersaudara yang lahir di Bandar Lampung 31 Januari 2004 dari pasangan Bapak Suratman dan Ibu Nurbaiti.

Penulis mengawali pendidikan di TK Beringin Raya pada tahun 2009-2010, kemudian melanjutkan sekolah di SDN 1 Beringin Raya tahun 2010-2016, kemudian melanjutkan sekolah di SMPN 14 Bandar Lampung tahun 2016-2019, kemudian melanjutkan sekolah di SMAN 7 Bandar Lampung tahun 2019-2022.

Pada tahun 2022 penulis terdaftar sebagai mahasiswi program studi S1 Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Selama menjadi mahasiswi penulis bergabung di Generasi Muda HIMATIKA (GEMATIKA) periode 2022, pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai anggota Bidang Eksternal periode 2023, pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Sekretaris Bidang Kaderisasi dan Kepemimpinan periode 2024, penulis juga aktif dalam beberapa kepanitian di lingkup internal kampus.

Pada bulan Desember sampai dengan Januari 2025 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Dinas Komunikasi, Informasi, dan Statistika Provinsi Lampung di Bidang Persandian dan Statistik. Selanjutnya pada bulan Juli sampai dengan Agustus 2025 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 30 hari di Kelurahan Sumber Agung, Kecamatan Kemiling, Kota Bandar Lampung

KATA INSPIRASI

"Barang siapa bertakwa kepada Allah, niscaya Dia akan memberinya jalan keluar dan memberinya rezeki dan arah yang tak disangka-sangka, serta mencungkupkan kebutuhannya."

(QS. At-Talaq:2-3)

"Allah tidak akan mengubah keadaan suatu kaum sampai mereka mengubah keadaan diri mereka sendiri."

(QS. Ar-Ra'd: 11)

"Bermimpilah setinggi ujung langit, jika engkau jatuh, engkau akan jatuh di antara bintang-bintang."

(Ir. Soekarno)

"The greatest glory in living lies not in never falling, but in rising every time we fall."

(Nelson Mandela)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah, segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan nikmat dan karunia-Nya. Berkat rahmat dan pertolongan-Nya, skripsi ini dapat diselesaikan dengan penuh usaha dan ketekunan.
Kupersembahkan skripsi ini kepada:

Bapak dan Mama Tercinta

Terima kasih yang tak terhingga kepada Bapak dan Mama untuk cinta, kasih sayang, motivasi, doa, serta pengorbanan yang tak pernah habis selalu mengiringi setiap langkahku kalian adalah sumber kekuatan dan inspirasi bagiku. Karena atas doa dan ridho kalian, Allah memberikan kemudahan serta meridhoi setiap langkah perjalanan yang ku lalui

Kakakku Tersayang

Terima kasih atas segala dukungan, perhatian, dan semangat yang selalu kamu berikan dengan caramu sendiri. Kehadiranmu dalam hidupku menjadi salah satu penyemangat untuk terus berusaha dan berkembang menjadi lebih baik.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang telah memberikan ilmu, bimbingan, serta dukungan yang sangat membangun sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini tepat waktu.

Sahabat-sahabatku

Terima kasih karena selalu hadir dalam setiap fase, baik suka maupun duka. Terima kasih atas do’a, semangat, tawa, dan kebersamaan yang membuat perjalanan ini terasa lebih ringan.

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT yang telah memberikan begitu banyak nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis mampu menyelasaikan skripsi yang berjudul "Peramalan *Return* dan Volatilitas USD/IDR dengan Pendekatan ARIMAX-GARCH". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Univesitas Lampung.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, kritik, dan saran yang sangat berarti dalam proses penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah meluangkan waktunya, serta memberikan bimbingan, arahan, dan saran untuk penulis hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
3. Ibu Dr. Khorin Nisa, M.Si. selaku dosen pembahas yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun demi penyempurnaan skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku dosen Pembimbing Akademik dan Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Univesitas Lampung yang telah membimbing penulis hingga akhir perkuliahan.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Univesitas Lampung

6. Seluruh Dosen dan Staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Kedua orang tuaku tercinta, Bapak dan Mama, yang senantiasa tak pernah lelah memberikan doa, kasih sayang, dukungan, serta pengorbanan tanpa batas kepada penulis. Setiap langkah yang penulis tempuh hingga titik ini tidak terlepas dari do’a dan ridhonya.
8. Kakakku tersayang, Mas Agung yang selalu memberikan dukungan, perhatian, dan semangat kepada penulis.
9. Kakak iparku tersayang, Mba Febri yang selalu memberikan dukungan dan doa dengan penuh ketulusan kepada penulis.
10. Diriku sendiri, Viqi Nurma Saputri, terima kasih telah bertahan dan tidak menyerah sampai di titik ini. Di balik setiap lelah dan ragu, kamu tetap memilih untuk tidak menyerah dan menyelesaikan apa yang telah kamu mulai. Skripsi ini bukan hanya tentang akhir dari sebuah perjalanan, tetapi juga bukti bahwa kamu mampu dan cukup kuat mencapai tujuanmu.
11. Zakiah Ulfa yang setia membersamai penulis sejak masa awal perkuliahan hingga tahap penyusunan skripsi ini. Terima kasih telah menjadi teman seperjuangan dalam setiap proses, berbagi cerita, pengalaman, dan perjuangan hingga sampai di titik ini.
12. Sahabat penulis #SemangatYa (Zakiah, Nadia, Pretty) yang selalu memberikan dukungan serta semangat dalam setiap proses penulis lalui.
13. Pimpinan HIMATIKA 2024 yang telah memberikan dukungan, semangat, motivasi, pengalaman serta ruang untuk bertumbuh dan belajar yang menjadi bagian berharga dalam perjalanan penulis.
14. Keluarga Kecil Kaderisasi dan Kepemimpinan 2024 (Joseph, Anin, Clara, Desinta, Eka, Isna, Marsya, Mei, Merta, Naj’la, Rizki, Tsarwa, Wahyu) yang telah menjadi tempat belajar, bertumbuh dan berproses serta memberikan semangat, kebersamaan, dan menghibur penulis selama penyusunan skripsi ini.
15. Bidang Eksternal HIMATIKA 2023 yang telah menjadi bagian cerita hidupku selama masa perkuliahan. Terima kasih telah menjadi tempat belajar, pengalaman, dan cerita yang tidak terlupakan.

16. Teman-teman satu dosen pembimbing skripsi yang selalu membantu setiap proses administrasi penulis selama penyusunan skripsi ini.
17. Teman-teman Matematika angkatan 2022 dan Abang Yunda yang telah membantu selama proses perkuliahan.
18. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan adanya saran yang membangun untuk dijadikan pelajaran kedepannya dan bermanfaat bagi pihak yang memerlukannya.

Bandar Lampung, 07 April 2026
Penulis

Viqi Nurma Saputri
NPM. 2217031098

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Peramalan (*forecasting*) adalah memprediksi masa depan seakurat mungkin dengan informasi yang tersedia, seperti data historis dan pengetahuan peristiwa masa depan yang dapat mempengaruhi peramalan (Hyndman & Athanasopoulus, 2021). Jenis data yang digunakan merupakan data deret waktu yaitu data harian, mingguan, triwulanan, dan tahunan (Firdaus, 2019). Metode peramalan terbagi menjadi kualitatif dan kuantitatif. Peramalan kuantitatif berbasis runtun waktu (*time series forecasting*) menjadi pilihan karena mampu menangkap pola, tren, musiman, dan perubahan volatilitas (Hyndman & Athanasopoulus, 2021).

Menurut Nahari & Ulum (2022), ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) merupakan model peramalan deret waktu yang hanya menggunakan variabel dependen saat peramalan dan menggunakan nilai waktu lampau dan waktu sekarang untuk peramalan jangka pendek akurat. Model ini dikembangkan menjadi model ARIMAX (*Autoregressive Integrated Moving Average With Exogenous*) yang memasukan variabel eksogen ke model ARIMA (Tampubolon, dkk. 2025). Namun, karena ARIMAX hanya efektif untuk memodelkan dinamika rata-rata (*mean*), model GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) digunakan untuk menangani fluktuasi volatilitas data nonstasioner dan *volatility clustering* (varians tidak konstan) (Brooks, 2019). Perkembangan model deret waktu telah mengalami evolusi untuk menangkap karakteristik data yang semakin kompleks, salah satunya melalui pendekatan *hybrid*. Metode *hybrid* merupakan penggabungan dua pendekatan secara sistematis (Creswell & Creswell, 2018). Dalam penelitan ini digunakan metode *hybrid* ARIMAX-GARCH, yang merupakan pengembangan dari dua pendekatan yaitu ARIMAX digunakan untuk memodelkan *mean* dan GARCH yang digunakan untuk memodelkan varians. Menurut Tsay (2005), penggabungan kedua model ini membuat analisis deret waktu menjadi lebih lengkap, karena tidak hanya memodelkan perubahan rata-rata, tetapi juga dinamika varians.

Data keuangan (*financial time series*) memiliki ciri berbeda, yaitu nonstasioner dan memiliki *volatility clustering* (Brooks, 2019). Selanjutnya, fluktuasi nilai tukar mata uang memiliki peran penting dalam perekonomian suatu negara berkembang seperti Indonesia. Oleh karena itu, nilai tukar atau kurs merupakan jumlah mata uang dalam negeri yang harus dibayarkan untuk memperoleh satu unit mata uang asing (Lipsey, dkk., 1991). Menurut Azis & Karunia (2024), kestabilan nilai tukar rupiah dapat meningkatkan daya tarik aset-aset Indonesia karena imbal hasil investasi tidak akan berkurang akibat pergerakan mata uang yang merugikan.

Indeks S&P 500 (*Standard & Poor`s 500 Composite Stock Price Index*) merupakan indeks saham yang melacak harga saham dari 500 perusahaan publik terbesar di Amerika Serikat, sehingga menjadi indikator utama kinerja saham-saham di Amerika Serikat (Indodax Academy, 2024). Seiring dengan meningkatnya ketertarikan pasar keuangan global, pasar saham AS secara signifikan mempengaruhi saham Asia-Pasifik, terutama pasca guncangan besar (Tran & Vo, 2023). Penelitian menurut Otoritas Jasa Keuangan (2020) mendukung pandangan bahwa pasar global, termasuk AS, dapat mentransmisikan volatilitas ke pasar saham Indonesia, menegaskan pengaruh signifikan pada varians aset domestik.

Sejumlah penelitian membuktikan model ARIMAX-GARCH unggul karena mampu menggabungkan faktor eksternal dan menangani volatilitas yang tidak konstan. Christopher, dkk., (2021) menyatakan bahwa model ARIMAX-GARCH memberikan hasil prediksi yang sangat akurat dengan nilai MAPE 11,33% dalam memprediksi volume transaksi uang elektronik, dengan infrastruktur dan pandemi COVID-19 sebagai faktor eksternal yang signifikan. Asmarita dkk., (2022) juga menemukan bahwa model ini mencapai tingkat akurasi tinggi dengan nilai MAPE sebesar 1,80% dalam peramalan harga saham JII, yang dipengaruhi oleh kurs dolar. Rachmadi & Sulistijanti (2025) menegaskan bahwa model ARIMAX murni efektif dalam memprediksi kurs USD/IDR, dengan tingkat akurasi tinggi ditunjukkan oleh MAPE 0,811%, ketika menggunakan harga minyak dunia sebagai variabel eksogen, selain itu model GARCH terbukti krusial dalam menganalisis dan memprediksi fenomena *volatility clustering* yang meningkat selama periode krisis global. Kumar (2021) menyimpulkan model GARCH (2,2) merupakan model yang paling efektif dalam memprediksi volatilitas jangka pendek indeks S&P 500 selama krisis global.

Sementara itu, Fadhilah, dkk., (2024) menggabungkan ARIMA-GARCH (1,1) untuk memprediksi *return* saham dan menemukan adanya peningkatan volatilitas. Penelitian Zain & Hascaryani (2023) menggunakan model ARIMAX-GARCH untuk menganalisis *spillover* volatilitas, dan hasilnya menunjukkan bahwa pola hubungan antar pasar mengalami perubahan yang signifikan. Penelitian-penelitian tersebut menegaskan bahwa krisis global mampu mengubah arah dan pola penularan volatilitas antar pasar.

Berdasarkan dari penelitian terdahulu, bahwa model ARIMAX-GARCH mampu dalam memprediksi *return* dan volatilitas keuangan. Namun, sebagian besar penelitian tersebut hanya fokus pada faktor makroekonomi tertentu dan belum banyak meneliti pengaruh indeks global seperti S&P 500 terhadap nilai tukar USD/IDR. Selain itu, sebagian besar studi menggunakan periode sebelum 2020, sehingga belum mencerminkan perubahan dinamika pasar keuangan setelah pandemi COVID-19.

Oleh karena itu, penelitian ini berupaya mengisi kesenjangan tersebut dengan menggabungkan dua metode, yaitu ARIMAX dan GARCH, untuk meramalkan *return* dan volatilitas USD/IDR dengan variabel eksogen indeks S&P 500 pada periode 2020-2025.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menganalisis dan mengestimasi model ARIMAX-GARCH yang melibatkan Indeks S&P 500 sebagai variabel eksogen untuk memodelkan *return* dan volatilitas nilai tukar USD/IDR menggunakan data harian periode 2020-2025.
2. Melakukan peramalan (*forecasting*) *return* dan volatilitas nilai tukar USD/IDR berdasarkan hasil model ARIMAX-GARCH yang terbaik yang telah diestimasi.

1.3 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat, yaitu:

1. Menyediakan bukti empiris baru mengenai efektivitas model ARIMAX-GARCH dalam mengatasi *volatility clustering* dan transimisi volatilitas dari pasar global S&P 500 ke nilai tukar domestik USD/IDR dengan menggunakan data pasca COVID-19.
2. Memberikan informasi peramalan volatilitas yang dapat digunakan untuk manajemen risiko dan strategi bagi para investor dan pelaku pasar.
3. Memberikan masukan kebijakan untuk memahami dinamika dan faktor-faktor global yang memengaruhi stabilitas nilai tukar rupiah bagi pemerintah dan bank sentral.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

Analisis deret waktu (*time series*) merupakan metode statistik untuk menganalisis data nilai pengamatan (observasi) yang diambil selama kurun waktu tertentu (Spiegel & Stephens, 2007). Data deret waktu diklasifikasikan menjadi dua jenis, yaitu data deret waktu kontinu dan deret waktu diskrit. Data kontinu dapat diubah menggunakan tiga teknik yaitu penjumlahan, rataan, dan titik waktu sebuah pengamatan dalam satu kurun waktu tertentu (Kusdarwati dkk., 2022). Menurut Cryer & Chan (2008) analisis deret waktu bertujuan untuk memahami atau membangun model dari mekanisme stokastik deret yang diamati serta memprediksi atau memperkirakan nilai deret waktu di masa depan, sedangkan deret waktu diskrit merupakan data yang dicatat pada interval waktu tertentu (Kusdarwati dkk., 2022)

Analisis deret waktu memiliki periode data harian, mingguan, bulanan, tahunan, dan triwulanan. Data deret waktu tersusun dari beberapa komponen, seperti tren, musiman, siklis, dan acak (Montgomery, *et al.*, 2008). Menurut Box, *et al*., (2016) model deret waktu mampu memahami pola, tren, dan fluktuasi data sehingga dapat digunakan untuk melakukan peramalan di masa depan.

Analisis deret waktu pertama kali berkembang dalam bidang astronomi dan ekonomi yaitu pada awal abad ke-20. Menurut Brockwell & Davis (2016) metode sederhana seperti *moving average* dan *exponential smoothing* mulai digunakan untuk mendeteksi pola musiman dan tren jangka panjang, selanjutnya pada periode 1950-1970an para peneliti mulai menerapkan teori stokastik dalam bidang ekonomi dan teknik industri. Tujuannya untuk memahami pola dan hubungan data yang berubah seiring waktu, sehingga muncul model *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA) yang kemudian menjadi dasar penting dalam analisis deret waktu *modern* (Brockwell & Davis, 2016). Pada periode ini juga diperkenalkan konsep dasar *stasionarity* dan *white noise*, sehingga konsep ini membuat proses analisis data menjadi lebih jelas, terstruktur, dan mudah diterapkan dalam berbagai bidang (Shumway & Stoffer, 2017).

Setelah model AR dan MA dikenal luas, pendekatan ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) yang diperkenalkan oleh Box dan Jenkins menjadi salah satu perkembangan penting dalam metode peramalan deret waktu karena mampu menangkap pola data masa lalu untuk memprediksi nilai pada masa mendatang (Box, *et al*., 2016). Model ARIMA dikembangkan melalui metodologi *Box–Jenkins*, yang mencakup tiga tahapan utama dalam analisis deret waktu, yaitu identifikasi, estimasi, dan diagnostik, sehingga proses peramalan menjadi lebih sistematis, terstruktur, dan dapat direplikasi. Menurut Harvey (1989) model ini banyak diterapkan dalam bidang ekonomi dan bisnis, khususnya dalam peramalan variabel makroekonomi, namun karena ARIMA belum dapat menangkap pola heteroskedastisitas pada data keuangan, dikembangkan model volatilitas seperti ARCH dan GARCH yang mampu memodelkan varians yang berubah-ubah seiring waktu. Model tersebut kemudian menjadi populer dalam analisis pasar keuangan dan pergerakan nilai tukar (Tsay, 2005).

Pada era *big data*, analisis deret waktu berkembang pesat dengan hadirnya *state-space models, machine learning,* dan *deep learning.* Menurut Hyndman & Athanasopoulos (2021) model LSTM (*Long Short-Term Memory*) dan VAR-X (*Vector Autoregressive* Exogenous) digunakan untuk menangkap pola hubungan kompleks antarvariabel waktu, selain itu, analisis deret waktu kini diterapkan secara *real time* untuk mendeteksi ketidakwajaran, memprediksi permintaan, dan menganalisis keuangan kuantitatif menggunakan algoritma canggih (Pal & Prakash, 2017).

2.2 Peramalan (*Forecasting*)

Menurut Box, *et al*., (2016) peramalan (*forecasting*) adalah proses memperkirakan atau memprediksi nilai, kejadian, atau kondisi masa depan berdasarkan informasi masa lalu. Peramalan bertujuan untuk membantu pengambilan keputusan dengan memberikan gambaran tentang kondisi atau kejadian yang mungkin terjadi di masa depan, sehingga dapat merencanakan strategi yang lebih efektif, mengurangi risiko dan memanfaatkan peluang secara optimal. Hasil peramalan berupa angka kuantitatif, tren, pola musiman, atau probabilitas suatu kejadian, sesuai dengan jenis metode yang dipakai.

Menurut Montgomery, *et al*., (2008), peramalan dibagi menjadi tiga waktu, yaitu:

1. Peramalan jangka pendek

   Peramalan jangka pendek merupakan peramalan untuk beberapa hari ke depan dan kurang dari tiga bulan. Tujuannya untuk mengatur stok barang, jadwal produksi, dan tenaga kerja.
2. Peramalan jangka menengah

   Untuk periode tiga bulan sampai tiga tahun. Biasanya digunakan untuk perencanaan operasional, misalnya jadwal pemeliharaan mesin, kapasitas produksi, dan strategi pemasaran.
3. Peramalan jangka panjang

   Peramalan jangka panjang untuk peramalan periode lebih dari tiga tahun. digunakan untuk rencana strategis jangka panjang, seperti investasi besar, pengembangan produk baru, atau perencanaan sumber daya.

2.3 *Return*

Dalam analisis deret waktu keuangan, variabel yang umum digunakan merupakan *return* karena memiliki sifat statistik yang lebih stabil untuk dimodelkan secara ekonometrika (Campbell, *et al.*, 1997). Penggunaan *return* memungkinkan analisis dinamika pasar keuangan secara lebih akurat dibandingkan penggunaan harga atau nilai tukar dalam bentuk level (Tsay, 2010).

Return didefinisikan tingkat perubahan relatif nilai suatu aset dari satu periode ke periode berikutnya (Campbell, *et al.*, 1997). Dalam konteks pasar keuangan, *return* mencerminkan keuntungan atau kerugian yang diperoleh investor akibat perubahan nilai aset tersebut (Tsay, 2010). Secara sistematis *return* dapat dituliskan sebagai berikut (Tsay, 2010):

$$r_t = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{2.1}$$

dengan:

r_t	=	*return* pada periode ke-*t*;
P_t	=	nilai aset pada periode ke-*t*;
P_{t-1}	=	nilai aset pada periode periode sebelumnya.

2.4 Stasioneritas

Dalam analisis deret waktu, stasioneritas merupakan asumsi utama yang diuji menggunakan uji akar unit. Pengujian ini bertujuan untuk menilai kestabilan nilai rata-rata dan varians suatu variabel sepanjang waktu. Suatu data dikatakan stasioner apabila memiliki nilai rata-rata dan varians yang konstan sepanjang waktu, serta kovarians antar dua periode yang hanya bergantung pada jarak waktu di antara keduanya. Apabila data tidak bersifat stasioner, maka dilakukan proses *differencing* untuk menjadikannya stasioner (Wardhono, dkk., 2019).

2.4.1 Stasioneritas dalam Rata-rata

Data dikatakan stasioner dalam rata-rata jika kondisi ketika nilai *ekspektasi* atau rata-rata dari suatu deret waktu tidak berubah sepanjang waktu (Gujarati & Porter, 2009). Dapat juga dikatakan data stastioner dalam *mean* apabila nilai rata-rata (*mean*) dari deret waktu tersebut tetap konstan dan tidak bergantung pada waktu pengamatannya (Enders, 2015). Secara sistematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$E(Y_t) = \mu, \tag{2.2}$$

dengan:

$E(Y_t)$ = nilai *ekspektasi* data pada waktu ke-t;

μ = rata-rata konstan.

Stasioneritas rata-rata dapat dilihat berdasarkan *plot* deret waktu (Box, *et al*., 2016). Menurut Gujarati & Porter (2009) jika rata-rata berubah seiring waktu, misalnya karena tren naik atau turun, maka data tidak stasioner dalam rata-rata, sebaliknya data yang berfluktuasi di sekitar rata-rata tetap tanpa pola tren dianggap stasioner dalam *mean* (Enders, 2015).

Untuk mengetahui apakah data stasioner dalam rata-rata, maka dilakukan uji stasioner sebagai berikut:

a) *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) *Test*

   Uji ADF digunakan untuk mendeteksi keberadaan unit *root* yang menunjukkan data tidak stasioner.

   Hipotesis:

   H_0: δ = 1 (Data tidak stasioner)

H_a: δ < 1 (Data stasioner)

Jika nilai *P-Value* < 0,05, maka H_0 ditolak dan data dianggap stasioner dalam rata-rata (Enders, 2015). Jika data deret waktu tidak stasioner maka dilakukannya *differencing* sampai order memperoleh data yang stasioner (Box, *et al*., 2016).

b) *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS) *Test*

Uji KPSS mengasumsikan:

H_0: σ_u^2 = 1 (Data stasioner)

H_a: σ_u^2 < 1 (Data tidak stasioner)

Jika *P-Value* < 0,05, maka H_0 ditolak, menandakan data tidak stasioner (Box, *et al*., 2016).

Uji KPSS dan ADF digunakan bersamaan untuk memastikan hasil yang lebih konsisten. Untuk melihat data yang stasioner juga dapat menggunakan *plot* deret waktu yaitu jika garis rata-rata terlihat mendatar dan berfluktuasi di sekitar nilai tetap, maka data cenderung stasioner. Menurut Box, *et al*. (2016) jika terdapat tren naik atau turun secara jelas, maka data tidak stasioner dalam rata-rata, selain itu, dapat juga menggunakan *plot Autocorrelation Function* (ACF), jika pola ACF turun cepat (*cut off*) dan mendekati nol setelah beberapa *lag* maka data stasioner. Jika ACF menurun perlahan (*tail off*) maka data tidak stasioner karena mengandung tren atau unit *root* (Enders, 2015).

2.4.2 Stasioneritas dalam Varians

Menurut Gujarati & Porter (2009) suatu deret waktu dikatakan stasioner dalam varians apabila varians dari proses stokastik tidak bergantung pada waktu. Jika

$$Var(Y_t) = \sigma^2 \tag{2.3}$$

untuk semua t, maka proses tersebut bersifat homoskedastik dan stasioner dalam varians. Salah satu metode yang digunakan untuk menstabilkan varians adalah transformasi *box-cox* yang bertujuan untuk mengubah bentuk data varians menjadi konstan dan mendekati normal, transformasi ini menggunakan parameter λ (lambda) yang diestimasi agar menghasilkan varians residual yang paling stabil.

Uji stasioneritas varians menggunakan fungsi transformasi *box-cox* dilakukan dengan melihat nilai λ (lambda) atau *rounded value* yang dihasilkan. Menurut Enders (2015) apabila nilai λ mendekati 1, maka data dianggap sudah memiliki varians yang stabil, namun apabila nilai λ jauh dari 1, maka varians data masih belum konstan dan perlu dilakukan transformasi lebih stabil (Gujarati & Porter, 2009).

Pada tabel di bawah ini disajikan nilai λ dan model transformasinya.

Tabel 1. Model Transformasi

λ	**Model Transformasi**
-1,00	$\frac{1}{y}$
-0,50	$\frac{1}{\sqrt{y}}$
0,00	$\frac{\ln y}{\log y}$
0,50	$\sqrt{y}$
1,00	y (tidak ada transformasi)

2.5 *Autocorrelation Function* (ACF)

Autocorrelation Function (ACF) merupakan ukuran statistik yang digunakan untuk melihat hubungan antara nilai deret waktu saat ini dengan nilai pada periode sebelumnya (*lag*). ACF dapat menunjukkan apakah data deret waktu memiliki pola ketergantungan jangka pendek, serta membantu mengidentifikasi sifat stasioneritas data. Pada deret waktu stasioner, nilai ACF biasanya menurun dengan cepat menuju nol, sedangkan pada data nonstasioner penurunannya berlangsung lambat (*slow decay*), oleh karena itu ACF banyak digunakan dalam pemodelan ARIMA untuk menentukan orde komponen *Moving Average* (MA), sekaligus sebagai alat diagnostik untuk mengevaluasi apakah residual model sudah menyerupai *white noise* (Hyndman & Athanasopoulos, 2021).

Secara matematis, ACF dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{T}(X_t - \bar{X})(X_{t-k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2} \qquad (2.4)$$

dengan:

r_k = nilai autokorelasi pada *lag* ke- k;

X_t = nilai deret waktu pada waktu ke- *t*;

X_{t-k} = nilai deret waktu yang tertunda *k* periode;

$\bar{X}$ = rata-rata sampel deret waktu;

T = jumlah observasi;

k = jarak waktu (*lag*).

Rumus ini diperkenalkan dalam kerangka analisis deret waktu yang disempurnakan oleh Box *et al*., (2016).

2.6 *Partial Autocorrelation Function* (PACF)

Partial Autocorrelation Function (PACF) digunakan untuk mengukur korelasi antara nilai deret waktu saat ini dengan *lag* tertentu setelah mengendalikan pengaruh dari *lag* yang berada di antara keduanya (Hyndman & Athanasopoulos, 2021). PACF berbeda dengan ACF karena hanya menunjukkan pengaruh langsung dari *lag* k terhadap saat ini, sehingga PACF sering digunakan untuk mengidentifikasi orde *Autoregressive* (AR) dalam model ARIMA (Hyndman & Athanasopoulos, 2021).

Dalam proses *autoregressive* AR (p), PACF biasanya menunjukkan *cut-off* setelah *lag* ke-p, sedangkan ACF pada kasus yang sama meluruh perlahan menuju nol, oleh sebab itu pola pada PACF sangat penting untuk menentukan nilai p dalam model ARIMA atau ARIMAX (Hyndman & Athanasopoulos, 2021).

Rumus umum PACF adalah sebagai berikut (Box, *et al.*, 2016):

$$X_t = \emptyset_{k1} X_{t-1} + \emptyset_{k2} X_{t-2} + \cdots + \emptyset_{ki} X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{2.5}$$

dengan:

X_t = nilai deret waktu pada periode ke-t;
X_{t-i} = nilai deret waktu pada *lag* ke-i;
$\emptyset_{ki}$ = koefisien *autoregresisive* parsial pada *lag* ke-i dalam model berorde k;
$\emptyset_{ki} X_{t-i}$ = nilai deret waktu saat dipengaruhi oleh nilai deret waktu periode sebelumnya;
ε_t = *error* acak (*white noise*).

2.7 Klasifikasi Model ARIMAX

Model ARIMAX merupakan pengembangan dari model ARIMA yang memasukkan variabel eksternal (*exogenous*) ke dalam model peramalan. Model merupakan kombinasi dari *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA), serta *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), dengan tambahan pengaruh variabel bebas yang tidak hanya bergantung pada nilai masa lalunya sendiri (Cools, *et al*., 2009).

2.7.1 Model *Autoregressive* (AR)

Model *Autoregressive* (AR) menyatakan bahwa nilai suatu deret waktu pada saat t (x_t) dapat dijelaskan sebagai fungsi dari nilai-nilai pada periode sebelumnya, yaitu $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}$, dengan p menunjukkan jumlah *lag* yang digunakan untuk meramalkan nilai saat ini (Shumway & Stoffer, 2017).

Model *autoregressive* dengan orde p, disingkat AR (p), berbentuk:

$$x_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 x_{t-1} + \emptyset_2 x_{t-2} + \cdots + \emptyset_p x_{t-p} + \omega_t \tag{2.6}$$

dengan:

x_t	=	nilai pengamatan pada waktu ke-t;
$\emptyset_0$	=	konstanta rata-rata;
$\emptyset_p$	=	parameter *autoregressive* pada orde ke-p;
$\emptyset_p x_{t-p}$	=	nilai deret waktu saat ini dipengaruhi oleh nilai pada p periode sebelumnya;
ω_t	=	nilai *error* pada waktu ke-t;
p	=	jumlah maksimum *lag*;
t	=	indeks waktu.

2.7.2 Model *Moving Average* (MA)

Sebagai alternatif dari representasi *autoregressive*, dengan x_t merupakan kombinasi linear dari *error* pada perode sebelumnya. Model *moving average* dengan order q, disingkat MA (q), mengasumsikan bahwa nilai saat ini dibentuk dari penjumlahan linear *error* pada q periode sebelumnya (Shumway & Stoffer, 2017). Model *moving average* dengan orde q didefinisikan sebagai:

$$x_t = \theta_0 - \theta_1 \omega_{t-1} - \theta_2 \omega_{t-2} - \cdots - \theta_q \omega_{t-q} + \omega_t \tag{2.7}$$

dengan:

x_t	=	nilai pengamatan pada waktu ke-t;
θ_0	=	konstanta rata-rata;
θ_q	=	parameter *moving average* pada orde ke-q;
$\theta_q \omega_{t-q}$	=	pengaruh gangguan acak (*error*) pada q periode sebelumnya terhadap nilai deret waktu saat ini;
ω_t	=	nilai *error* pada waktu ke-t;
q	=	jumlah maksimum *lag*;
t	=	indeks waktu.

2.7.3 Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) meupakan model deret waktu yang menggabungkan dua komponen, yaitu *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA) (Box, *et al.*, 2016). Model ini digunakan untuk menganalisis dan meramalkan data deret waktu yang stasioner, yaitu data yang memiliki rata-rata varians yang konstan sepanjang waktu (Enders, 2015). Berikut bentuk umum ARMA menurut Wei (2006):

$$x_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 x_{t-1} + \emptyset_2 x_{t-2} + \cdots + \emptyset_p x_{t-p} - \theta_1 \omega_{t-1} - \theta_2 \omega_{t-2} - \cdots - \theta_q \omega_{t-q} + \omega_t \quad (2.8)$$

dengan:

x_t = nilai pengamatan pada waktu ke-t;

$\emptyset_0$ = konstanta rata-rata;

$\emptyset_p$ = parameter *autoregressive* pada orde ke-p;

θ_q = parameter *moving average* pada orde ke-q;

$\emptyset_p x_{t-p}$ = nilai deret waktu saat ini dipengaruhi oleh nilai pada p periode sebelumnya;

$\theta_q \omega_{t-q}$ = pengaruh gangguan acak (*error*) pada q periode sebelumnya terhadap nilai deret waktu saat ini;

ω_t = nilai *error* pada waktu ke-t;

p = jumlah maksimum *lag autoregressive*;

q = jumlah maksimum *lag moving average*;

t = indeks waktu.

2.7.4 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Menurut Box, *et al*., (2016) model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) adalah model deret waktu (*time series*) yang digunakan untuk memodelkan data yang menunjukkan ketergantungan terhadap nilai masa lalu, dengan memperhitungkan *autoregressive* (AR), perbedaan (I), dan *moving average* (MA). Model ARIMA merupakan generalisasi dari model ARMA yang diterapkan pada data yang tidak stasioner, dengan membuatnya stasioner melalui proses *differencing*.

ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) merupakan salah satu metode peramalan deret waktu yang menggabungkan tiga komponen utama, yaitu *Autoregressive* (AR), *Integrated* (I), dan *Moving Average* (MA) (Hyndman &

Athanasopoulos, 2021). Komponen *autoregressive* AR (p) menggambarkan ketergantungan nilai deret waktu saat ini pada nilai masa lalu hingga *lag* p, dengan p menunjukkan orde *autoregressive* yaitu jumlah *lag* yang digunakan dalam model, menurut Hyndman & Athanasopoulos (2021) komponen *integrated* I (d) merepresentasikan jumlah diferensiasi yang dibutuhkan agar data menjadi stasioner, dengan d menunjukkan orde pembedaan (*differencing* orde), sementara itu, komponen MA (q) menjelaskan pengaruh kesalahan acak (residual) dari periode sebelumnya terhadap nilai saat ini, dengan q menunjukkan orde *moving average,* yaitu banyaknya *lag* residual yang digunakan dalam model (Hyndman & Athanasopoulos, 2021). Proses identifikasi model ARIMA biasanya dilakukan melalui pemeriksaan *plot* ACF dan PACF untuk menentukan nilai p dan q, serta diferensiasi untuk memastikan stasioneritas (Hyndman & Athanasopoulos, 2021). Model ARIMA secara umum dinyatakan sebagai ARIMA (p, d, q), dengan:

p = orde *autoregressive*;
d = jumlah *differencing* untuk mencapai stasioneritas;
q = orde *moving average*.

Model ini mampu menggambarkan data dengan berbagai pola tren maupun fluktuasi acak, menjadikannya salah satu pendekatan yang paling luas digunakan dalam analisis deret waktu ekonomi, keuangan, dan sosial (Chatfield, 2003).

Menurut Wei (2006), persamaan model ARIMA adalah sebagai berikut:

$$\emptyset_p(B)(1-B)^d Y_t = \emptyset_0 + \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2.9)$$

$$(1-\emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2 - \cdots - \emptyset_p B^p)(1-B)^d Y_t = \emptyset_0 + (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)\,\varepsilon_t \quad (2.10)$$

dengan menggunakan persamaan:

$$B' Y_t = Y_{t-1} \quad (2.11)$$

Maka diperoleh:

$$Y_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p Y_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

dengan:

Y_t	=	nilai pengamatan pada waktu ke-*t*;
$\emptyset_0$	=	konstanta rata-rata;
$\emptyset_p$	=	parameter *autoregressive* pada orde ke-*p*;
θ_q	=	parameter *moving average* pada orde ke-*q*;
$\emptyset_p x_{t-p}$	=	nilai deret waktu saat ini dipengaruhi oleh nilai pada *p* periode sebelumnya;
$\theta_q \omega_{t-q}$	=	pengaruh gangguan acak (*error*) pada *q* periode sebelumnya terhadap nilai deret waktu saat ini;
B	=	operator *backshift* yang menggeser deret waktu satu periode ke belakang;
$(1-B)^d$	=	operator pembedaan (*differencing*) orde *d* yang digunakan untuk membuat stasioner dalam rata-rata;
$\emptyset_p(B)$	=	polinomial *autoregressive* orde *p*, yang dinyatakan sebagai $\emptyset_p(B) = 1 - \emptyset_1(B) - \emptyset_2(B)^2 - \cdots - \emptyset_p(B)^p$;
$\theta_q(B)$	=	polinomial *moving average* orde *q*, yang dinyatakan sebagai $\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)$;
$B'Y_t$	=	nilai deret waktu *Y* yang digeser satu periode ke belakang;
Y_{t-1}	=	nilai deret waktu pada periode sebelumnya;
p	=	jumlah maksimum *lag autoregressive*;
q	=	jumlah maksimum *lag moving average*;
d	=	jumlah lag maksimum *differencing*;
t	=	indeks waktu.

2.7.5 Model *Autoregressive Integrated Moving Average Exogenous* (ARIMAX)

Model *Autoregressive Integrated Moving Average Exogenous* (ARIMAX) merupakan pengembangan dari model ARIMA dengan menambahkan satu atau lebih variabel eksogen yang memengaruhi variabel dependen (Box, *et al*., 2016). Model ini memiliki kelebihan untuk menganalisis lebih kompleks dengan mempertimbangkan variabel eksternal, namun dibalik kelebihannya model ini memiliki kekurangan yaitu lebih sulit untuk diterapkan dan membutuhkan data eksternal yang relevan (Tampubolon, dkk., 2025).

Menurut Wei (2006) runtutan pembentukan model ARIMAX dapat dituliskan sebagai berikut:

1) Model regresi dasar dengan variabel eksogen.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \cdots + \beta_k x_{k,t} + u_t \tag{2.13}$$

dengan:

y_t	=	variabel dependen pada periode ke-*t*;
β_0	=	konstanta atau intersep model;
β_k	=	koefisien regresi untuk variabel eksogen ke-*k* yang menunjukkan besarnya perubahan y_t akibat perubahan satu satuan pada $x_{k,t}$ dengan asumsi variabel lain konstan;
$\beta_k x_{k,t}$	=	pengaruh variabel eksogen ke-*k* terhadap variabel dependen pada periode ke-*t*:
$x_{k,t}$	=	variabel eksogen ke-*k* pada periode ke-*t*;
K	=	jumlah variabel eksogen dalam model;
u_t	=	residual.

2) Jika y_t tidak stasioner, maka dilakukan *differencing* sebanyak d. Persamaan 2.13 merupakan model regresi yang sudah di *differencing* sebanyak d karena variabel y_t tidak stasioner.

$$(1-B)^d y_t = \beta_0 + \beta_1 (1-B)^d x_{1,t} + \cdots + \beta_k (1-B)^d x_{k,t} + u_t \qquad (2.14)$$

dengan:

B	=	*backshift* operator;
$(1-B)^d$	=	*differencing* orde d;
u_t	=	residual dari model yang stasioner;
y_t	=	variabel dependen yang akan diprediksi pada waktu ke-t;
$x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{k,t}$	=	variabel eksogen atau prediktor pada waktu ke-t;
β_0	=	konstanta;
$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$	=	koefisien regresi yang menunjukkan seberapa besar pengaruh variabel eksogen terhadap variabel dependen;
$\beta_k (1-B)^d x_{k,t}$	=	Pengaruh variabel eksogen terhadap variabel dependen dihitung setelah variabel eksogen tersebut dibuat stasioner melalui *differencing* orde *d*.

3) Persamaan u_t yang merupakan asumsi residual dianggap mengikuti proses ARMA.

$$u_t = \emptyset_1 u_{t-1} + \emptyset_2 u_{t-2} + \cdots + \emptyset_p u_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (2.15)$$

dengan:

u_t	=	residual pada waktu t yang sedang dimodelkan;
$u_{t-1}, u_{t-2}, \dots, u_{t-p}$	=	residual pada waktu sebelumnya (*lag* 1 sampai p);
$\emptyset_1, \emptyset_2, \dots, \emptyset_p$	=	koefisien *autoregressive*;
ε_t	=	*white noise*;
$\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}$	=	*white noise lag moving average*;
$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$	=	koefisien *moving average*;

$\emptyset_p u_{t-p}$	=	komponen *autoregressive* yang menyatakan kesalahan pada periode sebelumnya memengaruhi kesalahan pada periode sekarang menunjukkan adanya autokorelasi pada residual;
$\theta_q \varepsilon_{t-q}$	=	komponen *moving average* yang menyatakan pengaruh gangguan acak (*error/shock*) pada periode sebelumnya terhadap nilai variabel pada periode sekarang.

4) Dengan menggunakan operator *backshift* (B), persamaan umum ARIMAX adalah:

$$\emptyset(1-B)^d y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i (1-B)^d x_{i,t} + \theta(B)\varepsilon_t \tag{2.16}$$

dengan:

$\emptyset(B)$	=	operator AR (p);
$\theta(B)$	=	operator MA (q);
$(1-B)^d$	=	operator *differencing*;
$\emptyset(1-B)^d y_t$	=	nilai masa lalu dari deret waktu yang telah dibuat stasioner memiliki pengaruh terhadap nilai saat ini;
β_0	=	konstanta;
$\sum_{i=i}^{k} \beta_1 (1-B)^d x_{i,t}$	=	perubahan level stasioner dari seluruh variabel eksogen secara simultan memengaruhi variabel dependen;
ε_t	=	*white noise.*

Sehingga bentuk eksplisit tanpa operator dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{i,t} + \sum_{j=1}^{p} \emptyset_j y_{t-j} + \sum_{l=1}^{r} \theta_l \varepsilon_{t-l} + \varepsilon_t \tag{2.17}$$

dengan:

y_t = variabel dependen pada waktu t;

β_0 = konstanta;

$x_{i,t}$ = variabel penjelas ke-i pada waktu t;

β_i = koefisien yang menunjukkan efek langsung $x_{i,t}$ terhadap y_t;

$\beta_i x_{i,t}$ = perubahan pada variabel eksogen ke-*i* akan menyebabkan perubahan pada variabel dependen, dengan besar perubahan ditentukan oleh nilai β_i;

$\emptyset_j y_{t-j}$ = komponen *autoregressive* yang menyatakan pengaruh nilai variabel dependen pada periode sebelumnya terhadap nilai pada periode sekarang;

$\theta_l \varepsilon_{t-l}$ = komponen *moving average* yang menyatakan pengaruh acak (*shock*) pada periode sebelumnya terhadap nilai variabel periode sekarang;

$\emptyset_j$ = besaran pengaruh *lag* ke-j.

y_{t-j} = nilai y pada *lag* j;

ε_{t-l} = *white noise* (*shock*) pada waktu $t - l$;

θ_l = koefisien yang mengukur seberapa besar *shock* masa lalu memengaruhi y_t;

ε_t = *white noise.*

2.8 Estimasi Parameter dengan Metode *Ordinary Least Square* (OLS)

Estimeter parameter dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) bertujuan untuk memperoleh nilai koefisien yang meminimalkan jumlah kuadrat selisih antara nilai aktual dan nilai hasil prediksi model (Gujarati & Porter, 2009). Metode OLS juga mengasumsikan bahwa *error* berdistribusi normal dengan rata-rata varians nol. Persamaan model ARIMAX dapat ditulis sebagai berikut (Gujarati & Porter, 2009):

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{i,t} + \sum_{j=1}^{p} \emptyset_j y_{t-j} + \sum_{l=1}^{r} \theta_l \varepsilon_{t-l} + \varepsilon_t \tag{2.18}$$

atau dijabarkan menjadi,

$$\begin{aligned} y_t = \; & \beta_0 + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \cdots + \emptyset_j y_{t-j} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \\ & \theta_l \varepsilon_{t-l} + \beta_1 x_{1,t} + \cdots + \beta_i x_{i,t} + \varepsilon_t \end{aligned} \tag{2.19}$$

selanjutnya, dituliskan dalam bentuk matriks umum untuk regresi linear, sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.20}$$

Dengan demikian, model dalam bentuk matriks dari persamaan 2.20 adalah:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1(t-1)} & \dots & Y_{1(t-p)} & \varepsilon_{1(t-1)} & \dots & \varepsilon_{1(t-p)} & X_{1,1} & \dots & X_{1,k} \\ 1 & Y_{2(t-2)} & \dots & Y_{2(t-p)} & \varepsilon_{2(t-2)} & \dots & \varepsilon_{2(t-p)} & X_{2,1} & \dots & X_{2,k} \\ \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{T(t-1)} & \dots & Y_{T(t-p)} & \varepsilon_{T(t-1)} & \dots & \varepsilon_{T(t-p)} & X_{T,1} & \dots & X_{T,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \emptyset_0 \\ \emptyset_1 \\ \vdots \\ \emptyset_p \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \\ \beta_1 \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

dengan:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_T \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1(t-1)} & \dots & Y_{1(t-p)} & \varepsilon_{1(t-1)} & \dots & \varepsilon_{1(t-p)} & X_{1,1} & \dots & X_{1,k} \\ 1 & Y_{2(t-2)} & \dots & Y_{2(t-p)} & \varepsilon_{2(t-2)} & \dots & \varepsilon_{2(t-p)} & X_{2,1} & \dots & X_{2,k} \\ \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{T(t-1)} & \dots & Y_{T(t-p)} & \varepsilon_{T(t-1)} & \dots & \varepsilon_{T(t-p)} & X_{T,1} & \dots & X_{T,k} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \emptyset_0 \\ \emptyset_1 \\ \vdots \\ \emptyset_p \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \\ \beta_1 \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{bmatrix}$$

dengan:

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = matriks dari variabel *error* acak data;

$\boldsymbol{\beta}$ = parameter penduga;

$\boldsymbol{x}$ = matriks dari variabel bebas data;

$\boldsymbol{y}$ = matriks dari variabel terikat data.

Estimasi parameter OLS

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\beta}) &= \textstyle\sum_{\boldsymbol{n=1}} \boldsymbol{\varepsilon i^2} = \boldsymbol{\varepsilon^t.\varepsilon} \\
&= (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x\beta})^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x\beta}) \\
&= (\boldsymbol{y^T} - \boldsymbol{\beta^T} - \boldsymbol{x^T})(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x\beta}) \\
&= \boldsymbol{y^T y} - \boldsymbol{y^T x\beta} - \boldsymbol{\beta^T x^T y} + \boldsymbol{\beta^T x^T x\beta} \\
&= \boldsymbol{y^T y} - \boldsymbol{2\beta^T x^T y} + \boldsymbol{\beta^T x^T x\beta} && (2.22)
\end{aligned}$$

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right| \boldsymbol{b} = -\boldsymbol{2x^T y} + \boldsymbol{2x^T xb} = \boldsymbol{0} \quad (2.23)$$

$$(\boldsymbol{x^T x})\boldsymbol{b} = \boldsymbol{x^T y} \quad (2.24)$$

$$(\boldsymbol{x^T x})^{-\boldsymbol{1}}(\boldsymbol{x^T x})\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{x^T x})^{-\boldsymbol{1}}(\boldsymbol{x^T y}) \quad (2.25)$$

$$\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{x^T x})^{-\boldsymbol{1}}(\boldsymbol{x^T y}) \quad (2.26)$$

$$\boldsymbol{\hat{\beta}} = (\boldsymbol{x^T x})^{-1}(\boldsymbol{x^T y}) \tag{2.27}$$

sehingga didapatkan estimasi parameter OLS adalah $\boldsymbol{\hat{\beta}} = (\boldsymbol{x^T x})^{-1}(\boldsymbol{x^T y})$. Berdasarkan asumsi dalam model regresi linear klasik, estimator OLS memiliki varians terkecil jika dibandingkan dengan estimator tak bias lainnya, sehingga OLS disebut dengan estimator tak bias linear yang optimal. Pembuktian dari sifat estimator OLS sebagai berikut (Gujarati & Porter, 2009).

1) Linear

Estimator yang diperoleh bersifat linear dari metode OLS:

$$\boldsymbol{\hat{\beta}} = (\boldsymbol{x^T x})^{-1}(\boldsymbol{x^T y}) \tag{2.28}$$

karena $(\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T}$ merupakan matriks dengan elemen tetap, maka $\boldsymbol{\hat{\beta}}$ dianggap sebagai fungsi linear dari y.

2) Tak bias

$\boldsymbol{\hat{\beta}}$ merupakan penduga tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\hat{\beta}}) &= \boldsymbol{\beta} \qquad (2.29)\\
&= \boldsymbol{E}((\boldsymbol{x^T x})^{-1}(\boldsymbol{x^T y}))\\
&= ((\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{y})\\
&= (\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T}\big(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x\beta} + \boldsymbol{\varepsilon})\big)\\
&= (\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T x\beta} + (\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varepsilon})\\
&= \boldsymbol{I\beta}\\
&= \boldsymbol{\beta}
\end{aligned}$$

dengan demikian, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan penduga tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$.

3) Varians minimum

Supaya terbukti bahwa semua $\boldsymbol{\beta_i}$ dan vektor $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan penaksir terbaik, maka perlu dibuktikan bahwa $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ memiliki variansi terkecil atau minimum dibandingkan variansi estimator tak bias linear lainnya.

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \boldsymbol{E}[(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})^{\boldsymbol{2}}] \qquad (2.30)\\
&= \boldsymbol{E}[(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})^{\boldsymbol{T}}]\\
&= \boldsymbol{E}[\{(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^Ty}\}\{\{(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^Ty}\}^{\boldsymbol{T}}]\\
&= \boldsymbol{E}[(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^Tyy^Tx}(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}]\\
&= (\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{E}[\boldsymbol{yy^T}]\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\\
&= (\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T}\boldsymbol{\sigma^2 I x}(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\\
&= \boldsymbol{\sigma^2}(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^Tx}(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\\
&= \boldsymbol{\sigma^2}(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{I}\\
&= \boldsymbol{\sigma^2}(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}
\end{aligned}
$$

maka, akan dibuktikan bahwa $\boldsymbol{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$. Misal $(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$ adalah estimator linear lain dari $\boldsymbol{\beta}$ yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*) &= [(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T}+\boldsymbol{c}]\boldsymbol{y} \qquad (2.31)\\
&= [(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T}+\boldsymbol{c}]\ (\boldsymbol{x\beta}+\ \boldsymbol{\varepsilon})\\
&= [(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T}+\boldsymbol{x\beta}+\boldsymbol{cx\beta}+(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T\varepsilon}+\boldsymbol{c\varepsilon}\\
&= \boldsymbol{I\beta}+\boldsymbol{cx\beta}+(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T\varepsilon}+\boldsymbol{c\varepsilon}\\
&= \boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{cx\beta}+(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T\varepsilon}+\boldsymbol{c\varepsilon}\\
\boldsymbol{\beta} &= \boldsymbol{cx\beta}+(\boldsymbol{x^Tx})^{\boldsymbol{-1}}\boldsymbol{x^T\varepsilon}+\boldsymbol{c\varepsilon} \qquad (2.32)
\end{aligned}
$$

karena diasumsikan bahwa $(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$ estimator tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$, maka $\boldsymbol{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*) = \ \boldsymbol{\beta}$. Dengan kata lain $\boldsymbol{cx\beta}$ harusnya merupakan matriks nol atau dengan kata lain $\boldsymbol{cx}=\boldsymbol{0}$.

Sehingga didapatkan $\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) - \boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T \varepsilon} + \boldsymbol{c\varepsilon} = ((\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T \varepsilon} + \boldsymbol{c})\boldsymbol{\varepsilon}$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Var}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) &= \boldsymbol{E}\left[\left(\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) - \boldsymbol{\beta}\right)\left(\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) - \boldsymbol{\beta}\right)^{\boldsymbol{T}}\right] \\ &= \boldsymbol{E}\left[\left(\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) - \boldsymbol{\beta}\right)\left(\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*\right) - \boldsymbol{\beta}\right)^{\boldsymbol{T}}\right] \\ &= \boldsymbol{E}[(\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T} + \boldsymbol{c})\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon^T}((\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T} + \boldsymbol{c})^{\boldsymbol{T}}] \\ &= \boldsymbol{\sigma^2}((\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T} + \boldsymbol{c})((\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T} + \boldsymbol{c^T}) \\ &= \boldsymbol{\sigma^2}((\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T x}(\boldsymbol{x^T x})^{-1} + (\boldsymbol{x^T x})^{-1}\boldsymbol{x^T c^T} + \\ &\quad \boldsymbol{cx}(\boldsymbol{x^T x})^{-1}) + \boldsymbol{cc^T}) \\ &= \boldsymbol{Var}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) + \boldsymbol{\sigma^2 cc^T} \end{aligned} \tag{2.33}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa matriks varians estimator linear tak bias $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*$ merupakan penjumlahan matriks varians estimator OLS dengan $\boldsymbol{\sigma^2 cc^T}$. Secara sistematis, terbukti bahwa $\boldsymbol{Var}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) \leq \boldsymbol{Var}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*\right)$.

2.9 *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH)

Menurut Gujarati & Porter (2009) model GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) adalah model yang dikembangkan dari ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) digunakan untuk menggambarkan varians dari residual yang tidak konstan dari waktu ke waktu, melainkan berubah-ubah (heteroskedastisitas bersyarat). GARCH sangat diperlukan oleh data keuangan yang memiliki *volatility clustering* seperti *return* saham, nilai tukar, atau indeks harga (Brooks, 2019). Model GARCH terdiri dari dua persamaan yaitu persamaan rata-rata dan persamaan varians bersyarat (Enders, 2015). GARCH memperluas ARCH dengan menambahkan efek varians masa lalu ke dalam persamaan (Gujarati & Porter, 2009). Model ARCH (q) dirumuskan sebagai berikut:

$$\varepsilon_t = z_t + \sqrt{h_t} \tag{2.34}$$

dengan:

$$h_t = \omega + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q\varepsilon_{t-q}^2 \tag{2.35}$$

keterangan:

h_t = varians bersyarat dari *error* pada waktu t.

ω = nilai varians minimum jangka panjang;

α_i = besarnya pengaruh kuadrat *error* masa lalu;

ε_{t-i}^2 = besarnya *shock* pada waktu sebelumnya;

z_t = *white noise* dengan distibusi normal $N(0,1)$.

Menurut Enders (2015) varians sekarang bergantung pada kuadrat *error* masa lalu hingga q *lag* sebelumnya, sehingga menurut Brooks (2019) ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) hanya melihat pengaruh *shock* masa lalu, tetapi tidak memperhitungkan persistensi volatilitas yakni bagaimana volatilitas masa lalu tersebut memengaruhi volatilitas masa kini. Untuk mengatasi kekurangannya dibuatlah model GARCH (Enders, 2015) secara umum sebagai berikut:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p}\beta_j h_{t-j} \tag{2.36}$$

Enders (2015) menjelaskan bahwa model GARCH menggabungkan dua pengaruh yaitu ARCH *term* (efek *shock* masa lalu) dan GARCH *term* (efek persistensi volatilitas).

h_t = varians bersyarat dari *error* pada waktu t.

ω = nilai varians minimum jangka panjang;

α_i = besarnya pengaruh kuadrat *error* masa lalu ARCH *effect*;

$\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ = komponen ARCH dalam model GARCH yang menyatakan pengaruh kuadrat *error* (*shock*) pada periode sebelumnya terhadap varians bersyarat pada periode sekarang**;**

$\beta_j h_{t-j}$ = komponen GARCH yang menyatakan pengaruh varians bersyarat pada periode sebelumnya terhadap varians bersyarat pada periode sekarang;

β_j = daya bertahan volatilitas masa lalu GARCH *effect*;

$\alpha_i + \beta_j$ = derajat persistensi volatilitas;

Syarat stasioneritas : $\alpha_i + \beta_j < 1$

Jika $\alpha_i + \beta_j$ mendekati 1 maka volatilitas sangat persisten, berarti efek kejutan butuh waktu lama untuk hilang.

2.10 Metode ARIMAX-GARCH

Metode *Hybrid* ARIMAX-GARCH merupakan pendekatan *modern* dengan menggabungkan model *mean* (ARIMAX) dan model variansi kondisional (GARCH) supaya dapat menangkap pengaruh variabel eksogen pada rata-rata serta volatilitas yang berubah sepanjang waktu. Metode ini muncul karena model ARIMAX tidak dapat menangkap heteroskedastisitas kondisional pada residual yang variansnya berubah dari waktu ke waktu. Begitupula model GARCH yang hanya bisa menangani *volatility clustering* yang umum dalam data keuangan (Xiang & Pan, 2022). Model *hybrid* ARIMAX-GARCH dapat dituliskan sebagai berikut, dengan komponen *mean* dari model ARIMAX menjelaskan level rata-rata atau tren sedangkan komponen varians dari model GARCH menjelaskan volatilitas yang berubah-ubah.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{i,t} + \sum_{j=1}^{p} \emptyset_j y_{t-j} + \sum_{l=1}^{r} \theta_l \varepsilon_{t-l} + \varepsilon_t, \tag{2.37}$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, \qquad z_t \sim iid(0,1), \tag{2.38}$$

$$\sigma_t^2 = \quad \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2. \tag{2.39}$$

Keterangan:

- baris pertama merupakan komponen ARIMAX;
- baris kedua merupakan struktur *error*;
- baris ketiga merupakan komponen GARCH.

2.11 Pemilihan Model Terbaik

Menurut Hyndman & Athanasopoulus (2021) evaluasi model terbaik bertujuan untuk menilai seberapa baik model memprediksi data aktual, dapat menggunakan RMSE dan AIC.

Pemilihan model terbaik menggunakan AIC (*Akaike Information Criterion*) dengan mempertimbangkan keseimbangan antara kecocokan model dengan data (*likelihood*) dan kompleksitas model (jumlah patameter). Penalti diberikan agar model tidak terlalu kompleks dan *overfit,* bukan sekadar karena menambahkan variabel penjelas. Didefinisikan sebagai berikut:

$$AIC = e^{2k/n}.\frac{\sum \hat{u}_i^2}{n} = e^{2k/n}.\frac{RSS}{n} \tag{2.40}$$

dengan k adalah jumlah variabel penjelas (termasuk intersep) dan n adalah jumlah observasi. Untuk kemudahan matematis persamaan ditulis sebagai berikut:

$$\ln AIC = \left(\frac{2k}{n}\right) + ln\left(\frac{RSS}{n}\right) \tag{2.41}$$

dengan ln AIC adalah logaritma natural dari AIC dan $\frac{2k}{n}$ merupakan faktor penalti (Gujarati & Porter, 2009).

Pemilihan model terbaik menggunakan RMSE dengan menghitung akar dari rata-rata kuadrat selisih antara nilai aktual dan nilai prediksi (Hyndman & Athanasopoulos, 2021), yaitu:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2} \tag{2.42}$$

dengan:

y_t	=	nilai aktual variabel dependen pada waktu t;
$\hat{y}_t$	=	nilai prediksi model pada waktu t;
$(y_t - \hat{y}_t)^2$	=	selisih antara nilai aktual dan prediksi;
$\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2$	=	jumlah kuadrat *error* untuk semua observasi;
$\frac{1}{n}$	=	rata-rata kuadrat *error*;
n	=	jumlah total observasi.

RMSE memberikan penalti yang lebih besar terhadap kesalahan besar (*outlier*) dibandingkan dengan ukuran lain seperti MAE (*Mean Absolute Error*) karena adanya pemangkatan dua pada *error* (Shumway & Stoffer, 2017).

2.12 Uji Diagnostik Residual

Model *time series* memiliki beberapa tahap untuk menguji asumsi residual, yaitu dengan identifikasi model dan estimasi parameter. Setelah estimasi parameter dilakukan pemeriksaan apakah asumsi terpenuhi atau tidak (Wei, 2006). Terdapat asumsi yang harus terpenuhi yaitu asumsi residual *white noise,* yaitu acak (tidak berkorelasi), memiliki *mean* nol, dan varians konstan.

2.12.1 Uji *White Noise*

White noise merupakan residual yang memiliki rata-rata nol, varians konstan, dan tidak berkorelasi satu sama lain. Dengan kata lain, tidak ada pola sistematis yang tersisa setelah model diestimasi (Box, *et al.*, 2016). Uji ini bertujuan untuk memastikan residual tidak berkorelasi serial (independen antar waktu), jika residual tidak berkorelasi (*white noise*), maka model dianggap *fit* dan memadai (Hyndman & Athanasopoulus, 2021).

Uji independensi biasanya menggunakan Ljung-Box *test*, yang bertujuan untuk menguji apakah residual dari model deret waktu bersifat *white noise* atau tidak (Box *et al.*, 2016). Berikut merupakan persamaan uji Ljung-Box:

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \tag{2.43}$$

dengan n jumlah observasi, m jumlah *lag*, dan $\hat{\rho}_k$ autokorelasi sampel pada *lag* k. Di bawah hipotesis nol, statistik Ljung-Box (Q) merupakan statistik yang menggabungkan informasi autokorelasi residual sampai *lag* ke m menjadi satu angka. Nilai Ljung-Box (Q) mengikuti distribusi chi-square (X^2) dengan derajat bebas ($df = m - p - q$) untuk model ARMA (p, q). Jika nilai *P-Value* lebih besar dari 0,05 maka residual dianggap tidak memiliki autokorelasi dan dapat diperlakukan sebagai *white noise*, sebaliknya jika *P-Value* signifikan maka model perlu diperbaiki (Ljung & Box, 1978).

2.12.2 Uji Nilai Tengah

Rata-rata residual dalam analisis model ARIMAX sebaiknya nol supaya model tidak bias dalam peramalan (Hyndman & Athanasopoulos, 2021). Jika rata-rata residual berbeda dari nol, maka model meninggalkan bias sistematis sehingga peramalan bisa terjadi *under-predict* atau *over-predict* (Hyndman & Athanasopoulos, 2021).

Uji nilai tengah biasanya menggunakan *t-test* untuk memeriksa apakah rerata residual berbeda secara signifikan dari nol, dengan hipotesis uji H_0 = $\mu_{residual} = 0$ dan H_1 = $\mu_{residual} \neq 0$. Statistik uji *t* dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$t = \frac{\bar{e}}{s_e/\sqrt{n}}$$

dengan $\bar{e}$ adalah rata-rata residual, s_e adalah simpangan baku residual, dan n jumlah observasi. Hasil *P-Value* > 0,05 mengindikasi rerata residual tidak berbeda signifikan dari nol artinya model tidak bias (Hyndman & Athanasopoulos, 2021).

2.13 Uji Heteroskedastisitas

Heteroskedastisitas terjadi ketika varians *error* tidak konstan sepanjang waktu, melainkan berubah-ubah tergantung waktu atau nilai variabel tertentu. Menurut Gujarati & Porter (2009) asumsi klasik regresi linear mengharuskan *error* memiliki varians homogen. Karena heteroskedastisitas menyebabkan estimator OLS tetap tidak bias tetapi tidak efisien, sehingga uji statistik menjadi tidak valid (Wooldridge, 2020). Uji heteroskedastisitas biasanya menggunakan ARCH-LM untuk mendeteksi adanya efek heteroskedastisitas bersyarat pada residual model.

2.14 Nilai Tukar USD/IDR

Nilai tukar USD/IDR merupakan cara menunjukkan seberapa banyak rupiah (IDR) yang diperlukan unuk membeli 1 dolar AS (USD). Pergerakan nilai tukar ini dipengaruhi dengan interaksi permintaan dan penawaran pasar valuta asing dan dipengaruhi faktor ekonomi domestik dan global (Sugandi, 2020). Perbedaan suku bunga antara AS dan Indonesia memengaruhi arus modal dan tekanan kurs. Bank Indonesia bertindak lewat suku bunga dan intervensi pasar sebagai cara menstabilkan rupiah (Sugandi, 2020).

Pergerakan nilai tukar USD/IDR memberikan dampak signifikan terhadap perekonomian Indonesia. Ketika rupiah melemah dan USD menguat, maka harga barang impor menjadi lebih mahal, biaya utang luar negeri meningkat, dan tekanan inflasi cenderung naik (Susanto & Sugiharti, 2020). Pelemahan rupiah dapat memicu peningkatan biaya produksi di sektor industri bergantung pada bahan baku impor (Ahmar, *et al.*, 2024).

2.15 Indeks S&P 500 dan *Spillover Effect*

Indeks S&P 500 merupakan indeks pasar saham yang terdiri dari 500 perusahaan besar yang tercatat di New York *Stock Exchange* (NYSE) dan Nasdaq. Indeks ini dianggap sebagai tolok ukur utama kinerja pasar saham Amerika Serikat dan barometer kondisi ekonomi global (Khan, *et al*., 2023). Pergerakan S&P 500 menjadi indikator sentimen pasar global karena indeks ini mencerminkan perusahaan-perusahaan besar di Amerika Serikat. Ketika indeks mengalami perupahan signifikan, investor global merespon dengan melakukan penyesuaian portofolio sehingga dapat menimbulkan efek *spillover* (rambatan) ke pasar negara berkembang contohnya Indonesia (International Monetary Fund, 2022).

Efek *spillover* merupakan fenomena ketika guncangan ekonomi di suatu negara menyebar dan memengaruhi negara lain. Dalam pasar keuangan, *spillover* terjadi pada arus modal, perdagangan internasional, ekspektasi investor, serta ketertarikan sistem keuangan global. Hal ini membuat pasar keuangan global seperti Amerika Serikat, dapat menimbulkan efek rambatan ke pasar negara berkembang termasuk Indonesia (International Monetary Fund, 2022). Menurut Agénor & Pereira da Silva (2022) tingkat *spillover* antar pasar keuangan cenderung meningkat seiring dengan meningkatnya integrasi dan keterbukaan pasar global.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 yang bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data Kurs USD/IDR dan data S&P 500 berupa data harian dari 1 Januari 2020 – 30 September 2025. Data nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika (Kurs USD/IDR) dan data S&P 500 diperoleh melalui publikasi *Yahoo Finance*. Periode data tersebut dipilih karena mencakup peristiwa ekonomi, seperti krisis global akibat pandemi COVID-19, fluktuasi pasar modal, serta perubahan nilai tukar dan kebijakan moneter internasional (World Bank, 2022 & International Monetary Fund, 2023). Dengan rentang waktu yang cukup panjang, diharapkan dapat menganalisis pola dinamika volatilitas, sehingga mendukung keakuratan model peramalan (Bollerslev, 1986).

3.3 Metode Penelitian

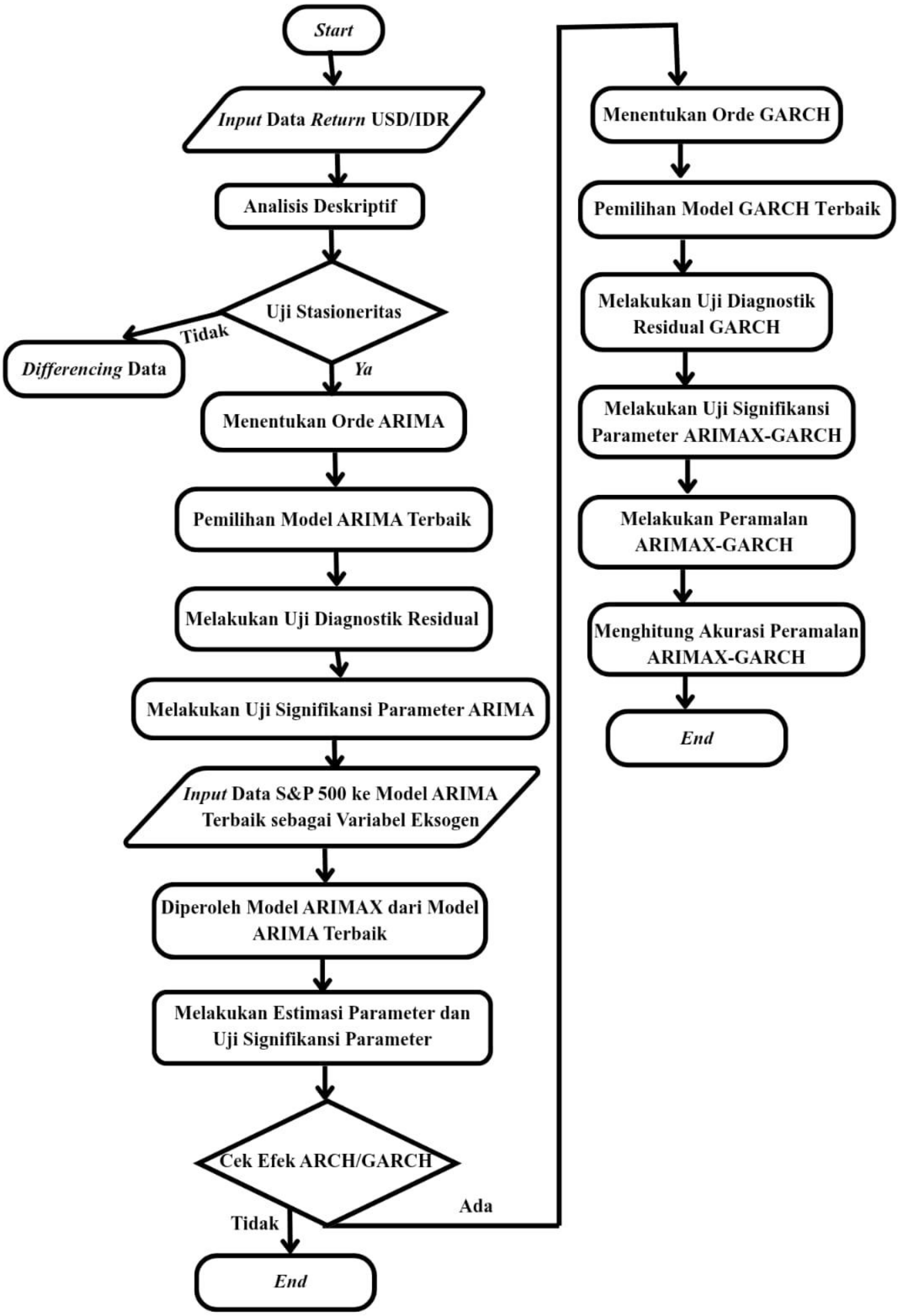
Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif terhadap variabel *return* nilai tukar USD/IDR.
2. Sebelum melakukan pemodelan menggunakan ARIMAX, dilakukan terlebih dahulu pemodelan dengan ARIMA. Berikut langkah-langkah dalam memodelkan ARIMA sebagai berikut:
    a. Melakukan uji stasioner data dalam varians dari data Kurs USD/IDR menggunakan transformasi *Box-Cox* dan uji stasioner data dalam rata-rata (*mean*) dari data Kurs USD/IDR menggunakan uji akar unit (ADF/KPSS). Apabila data belum stasioner dalam *mean*, maka dilakukan proses *differencing* hingga data stasioner
    b. Menentukan orde model ARIMA (p, d, q) menggunakan *plot* ACF dan *plot* PACF dari data yang telah stasioner.
    c. Pemilihan model ARIMA terbaik berdasarkan AIC terkecil dari berbagai kombinasi orde p dan q.
    d. Melakukan uji diagnostik residual model ARIMA menggunakan uji Ljung-Box.
    e. Melakukan uji signifikansi parameter ARIMA melalui *t-statistic* atau *P-Value.*
3. Setelah mendapatkan model ARIMA terbaik, lalu *input* data S&P 500 sebagai variabel eksogen ke dalam model ARIMA terbaik untuk memperoleh model ARIMAX.
4. Melakukan estimasi parameter ARIMAX dan identifikasi parameter signifikan secara statistik.
5. Melakukan uji diagnostik residual ARIMAX menggunakan uji Ljung-Box dan uji *mean* residual.
6. Mengecek efek ARCH/GARCH menggunakan ARCH-LM *Test*.
7. Apabila terdapat efek ARCH, maka dilakukan pemodelan GARCH (p, q) dengan:

a. Menentukan orde GARCH berdasarkan *plot* ACF/PACF dari kuadrat residual ARIMAX.
b. Memilih model GARCH terbaik berdasarkan nilai AIC terkecil.

8. Melakukan uji diagnostik pada model GARCH kembali untuk mengecek efek ARCH setelah menggunakan GARCH.
9. Melakukan uji signifikansi parameter ARIMAX-GARCH.
10. Melakukan peramalan dengan model terbaik ARIMAX-GARCH.
11. Menghitung akurasi peramalan menggunakan RMSE.

Proses peramalan menggunakan model ARIMAX-GARCH diperoleh menggunakan *software R-Studio.* Berikut diberikan *flowchart* dari proses penelitian ini:



Gambar 1. *Flowchart* ARIMAX-GARCH

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada Bab IV mengenai peramalan *return* dan volatilitas nilai tukar USD/IDR dengan pendekatan ARIMAX–GARCH menggunakan variabel eksogen indeks S&P 500 pada periode Januari 2020 – September 2025, maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Penelitian ini mampu membangun model peramalan nilai tukar USD/IDR menggunakan pendekatan ARIMAX dengan variabel eksogen Indeks S&P 500. Hasil dari identifikasi dan estimasi menunjukkan bahwa model ARIMAX (11,0,12) nerupakan model terbaik berdasarkan kriteria model, serta memenuhi asumsi diagnostik residual rata-rata.
2. Hasil pengujian diagnostik residual model ARIMAX (11,0,12) menunjukkan adanya indikasi heteroskedastisitas bersyarat. Oleh karena itu, model GARCH diterapkan untuk menangkap dinamika varians residual.
3. Berdasarkan proses penentuan orde dan pemilihan model terbaik, diperoleh model ARIMAX (11,0,12) – GARCH (2,5) sebagai model yang paling sesuai. Model ini mampu menangkap karakteristik volatilitas data secara lebih baik dibandingkan model ARIMAX tanpa GARCH.
4. Hasil peramalan menunjukkan bahwa model ARIMAX (11,0,12) – GARCH (2,5) memberikan tingkat akurasi yang lebih baik dibandingkan model ARIMAX saja, yang ditunjukkan oleh nilai ukuran kesalahan peramalan yang lebih kecil. Hal ini menandakan bahwa penambahan komponen GARCH meningkatkan kinerja peramalan, khususnya pada data keuangan yang memiliki volatilitas tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

Agénor, P.-R., & Pereira da Silva, L. A. 2022. Financial Spillovers, Spillbacks, and The Scope For International Macroprudential Policy Coordination. *Journal of Economic Policy*. **19**(1): 79-127.

Ahmar, A. S., Idrus, S. A., & Asmar. 2024. Analyzing Rupiah-USD Exchange Rate Dynamics: A Study with ARCH and GARCH Models. *International Journal on Informatics Visualization*. **8**(3-2): 1802-1809.

Asmarita, A., Kusnandar, D., & Imro'ah, N. 2022. Peramalan Harga Saham Syariah Jakarta Islamic Index dengan Model ARIMAX-GARCH. *Buletin Ilmiah Matematika, Statistika, dan Terapannya (Bimaster).* **11**(2): 263–272.

Azis, M. I., & Karunia, E. 2024. Interaction Between International Exchange Rate and Indonesian Finance Stock Index. *INOVASI: Jurnal Ekonomi, Keuangan dan Manajemen.* **20**(3): 735–749.

Bollerslev, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics,* **31**(3): 307–327.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. 2016. *Time series analysis: Forecasting and control (5th ed.).* John Wiley & Sons. New Jersey.

Brockwell, P. J., & Davis, R. A. 2016. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer. New York.

Brooks, C. 2019. *Introductory Econometrics for Finance (4th ed.).* Cambridge University Press. New York.

Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. 1997. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press. New Jersey.

Chatfield, C. 2003. *The Analysis of Time Series: An Introduction (6th ed.).* Chapman & Hall/CRC. New York.

Christopher, A., Sediono, S., Ana, E., Suliyanto, S., & Mardianto, M. F. F. 2021. Penerapan Model ARIMAX-GARCH dalam Pemodelan dan Peramalan Volume Transaksi Uang Elektronik di Indonesia. *Journal of Mathematics Education, Science and Technology*. **6**(2): 241–256.

Cools, M. M., Elke & Wets. 2009. *Investigating The Variability in Daily Traffic Counts Using ARIMAX and SARIMA (X) Models: Assessing Impact of Holiday on Two Divergent Site Locations.* Hasselt University, Belgia.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. 2018. *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches (5th ed.).* SAGE Publications. London.

Cryer, J. D., & Chan, K.S., 2008. *Time Series Analysis with Aplication in R. 2nd* Ed. Springer. New York.

Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series (4th ed.).* John Willey & Sons. Hoboken.

Fadhilah, D. N., Parmikanti, K., & Ruchjana, B. N. 2024. Peramalan *Return* Saham Subsektor Perbankan Menggunakan Model ARIMA-GARCH. *Jurnal Fourier*. **13**(1): 1–19.

Firdaus, M. 2019. *Aplikasi Ekonometrika untuk Data Panel dan Time Series*. IPB Press. Bogor.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. 2009. *Basic Econometrics (5th ed.).* McGraw-Hill. New York.

Harvey, A. C. 1989. *Forecasting, Structural Time Series Models and The Kalman Filter*. Cambridge University Press. Cambridge.

Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. 2021. *Forecasting: Principles and Practice* (3rd ed.). OTexts. Melbourne.

Indodax Academy. 2024. Apa Itu S&P 500? Panduan Lengkap Investasi Pemula!. Indodax Academy. September 2024. https://indodax.com/academy/apa-itu-s-p-500/. Diakses pada 29 Oktober 2025.

International Monetary Fund. 2023. *World Economic Outlook, October 2023: Navigating Global Divergences*. IMF. Washington, DC.

International Monetary Fund. 2022. *Global Financial Stability Report: Shock Transmission and Emerging Market Vulnerability.* IMF. Washington, DC.

Khan, M., Kayani, U. N., Khan, M., Mughal, K. S., & Haseeb, M. 2023. COVID-19 Pandemic & Financial Market Volatility: Evidence From GARCH Models. *Journal of Risk and Financial Management.* **16**(1): 1-20.

Kumar, A. 2021. Forecasting the Volatility of S&P 500 after COVID-19 Pandemic Using GARCH Model. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry (TOJQI)*. **12**(10): 3311-3317.

Kusdarwati, H., Effendi, U., & Handoyo, S. 2022. *Analisis Deret Waktu Univariat Linier: Teori dan Terapannya dengan RStudio*. UB Press. Malang.

Lipsey, R. G., Steiner, P. O., & Purvis, D. D. 1991. *Pengantar Makro Ekonomi* (ed. ke-8). Erlangga. Jakarta.

Ljung, G. M., & Box, G. E. P. 1978. On A Measure of Lack of Fit In Time Series Models. *Biometrika.* **65**(2): 297–303

Montgomery, D.C., Jennings, C.L., & Kulachi, M. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting.* John Willey & Sons, Inc., New York.

Nahari, R. V., & Ulum, M. 2022. *Artificial Intelligence: Teori dan Aplikasi*. Wade Group. Ponorogo.

Otoritas Jasa Keuangan. 2020. On Volatility Spillover in the Emerging Stock Market: Asymmetric Model for Indonesia. Agustus 2020. https://ojk.go.id/id/data-dan-statistik/research/working-paper/Documents/OJK_WP.19.01.pdf. Diakses pada 29 Oktober 2025.

Pal, A., & Prakash, P. K. S. 2017. *Practical time series analysis: Master time series data processing, visualization, and modeling using Python*. Packt Publishing. Birmingham.

Rachmadi, R. J., & Sulistijanti, W. 2025. Peramalan Nilai Tukar Dolar Amerika Serikat (USD) Terhadap Rupiah Indonesia (IDR) Menggunakan Metode ARIMAX. *INFOTECH: Jurnal Informatika & TeknologI*. **6**(2): 131–142.

Shumway, R. H., & Stoffer, D. S. 2017. *Time Series Analysis and Its Applications: With R Examples*. Springer.Cham.

Spiegel, M. R., & Stephens, L. J. 2007. *Schaum’s outline of theory and problems of statistics* (Edisi ketiga; alih bahasa: Wiwit Kastawan). Penerbit Erlangga. (Karya asli diterbitkan 1999 oleh The McGraw-Hill Companies). Jakarta.

Sugandi, E. A. 2020. *Indonesia’s Financial Markets and Monetary Policy Dunamics Amid The Covid-19 Pandemic*. ADBI Working Paper 1198. Tokyo.

Susanto, M. A. A. & Sugiharti, R. R. R. 2020. The Dynamics of The Rupiah Exchange Rate in 2017-2020. *AFEBI Economic and Finance Review (AEFR)*. **5**(2):1-15.

Tampubolon, D., Khamidah, K., Sutrisno, H., Suprapto, A., Abdussamad, S. N., Masela, M. Y., Rinellana, R., Husain, N. H., Zulhendra, Z., & Yulianto, A. 2025. *Statistika Ekonomi dan Bisnis*. Yayasan Cendikia Mulia Mandiri. Batam.

Tran, M. P. B., & Vo, D. H. 2023. Market *Return* Spillover from the US to the Asia-Pacific Countries: The Role of Geopolitical Risk and the Information & Communication Technologies. *PLOS ONE*. **18**(12): 1-19.

Tsay, R. S. 2005. *Analysis of Financial Time Series*. Wiley.Canada

Wardhono, A., Indrawati, Y., Qoriah, C. G., & Nasir, M. A. 2019. *Analisis Data Time Series dalam Model Makroekonomi*. CV. Pustaka Abadi. Jember.

Wei, W. W. S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods (2nd ed.).* Pearson. New York.

Wooldridge, J.M. 2020. *Introductory Econometrics: A Modern Approach (7th ed.)*. Cengage Learning. India.

World Bank. 2022. *The Economic Impacts of The COVID-19 Crisis*. In *World Development Report 2022: Finance for an equitable recovery* (Chapter 1). World Bank. Washington, DC.

Xiang, Ying & Pan, Wen-Tsao. 2022. Using ARIMA-GARCH Model to Analyze Fluctuation Law of International Oil Price. *Mathematical Problems in Engineering*. **2022**(1):1-7.

Zain, A., & Hascaryani, T. D. 2023. Spillover Volatilitas Harga Minyak Dunia pada Pasar Modal Indonesia Periode Tahun 2017-2022. *Contemporary Studies in Economic, Finance and Banking*. **2**(3): 419-430.