

**PEMODELAN MATEMATIKA PADA GEMPA BUMI
MENGUNAKAN METODE BEDA HINGGA**

Skripsi

Oleh

**RAFIKA RAHMAWATI
NPM. 2217031166**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING OF EARTHQUAKES USING THE FINITE DIFFERENCE METHOD

By

Rafika Rahmawati

This study aims to apply and verify the finite difference method in modeling the propagation of earthquake vibrations around the epicenter. The data used is an earthquake with a magnitude of 6.2 in the Blang Pidie region, Southwest Aceh based on BMKG data, with the research domain divided into nine grid points and the center point (T_1) as the initial condition. The value at each point is calculated based on the average of four neighboring points using the finite difference method, then arranged in the form of a system of equations and solved manually and with the help of a Python program. The results show that the value of the vibration propagation decreases gradually from the epicenter to the surrounding points, and the results of manual calculations are identical to the results of Python computations, so that the method used is declared consistent and accurate in representing the propagation of earthquake vibrations numerically.

keywords: Earthquake, finite difference method, python programming

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA PADA GEMPA BUMI MENGUNAKAN METODE BEDA HINGGA

Oleh

Rafika Rahmawati

Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan dan memverifikasi metode beda hingga dalam memodelkan penyebaran getaran gempa bumi di sekitar episentrum. Data yang digunakan merupakan gempa bumi bermagnitudo 6,2 di wilayah Blang Pidie, Aceh Barat Daya berdasarkan data BMKG, dengan domain penelitian dibagi menjadi sembilan titik grid dan titik pusat (T_1) sebagai kondisi awal. Nilai pada setiap titik dihitung berdasarkan rata-rata empat titik tetangganya menggunakan metode beda hingga, kemudian disusun dalam bentuk sistem persamaan dan diselesaikan secara manual serta dengan bantuan program Python. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai penyebaran getaran menurun secara bertahap dari episentrum ke titik-titik sekitarnya, dan hasil perhitungan manual identik dengan hasil komputasi Python, sehingga metode yang digunakan dinyatakan konsisten dan akurat dalam merepresentasikan penyebaran getaran gempa secara numerik.

kata-kata kunci: Gempa bumi, metode beda hingga, pemrograman python

**PEMODELAN MATEMATIKA PADA GEMPA BUMI
MENGUNAKAN METODE BEDA HINGGA**

RAFIKA RAHMAWATI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

Judul Skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA PADA
GEMPA BUMI MENGGUNAKAN METODE
BEDA HINGGA**

Nama Mahasiswa : **Rafka Rahmawati**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031166**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



Tiryono Ruby
Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 196207041988031002

Agus Sutrisno
Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.
NIP 197008311999031002

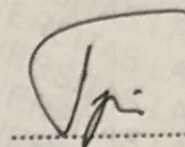
2. Ketua Jurusan Matematika

Aang Nuryaman
Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

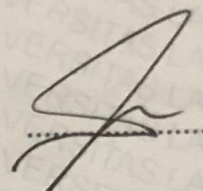
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

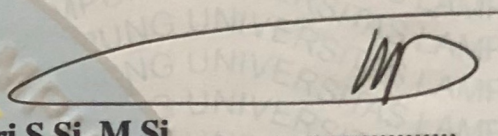
Ketua : Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.



Sekretaris : Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.



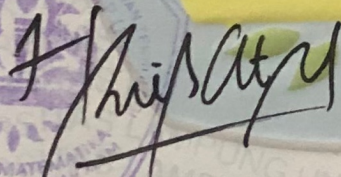
**Penguji
Bukan Pembimbing : Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002



Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 03 Maret 2026

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Rafika Rahmawati**
Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031166**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **Pemodelan Matematika Pada Gempa Bumi Menggunakan Meode Beda Hingga**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 03 Maret 2026

Penulis



Rafika Rahmawati

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Rafika Rahmawati yang lahir di Pengaleman pada tanggal 04 Desember 2003. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara, seorang anak dari pasangan Bapak Nasirin dan Ibu Isa Fitriani.

Penulis memulai pendidikan awal di TK Raudhatul Ulum Kresnomulyo pada tahun 2008-2010. Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan dasar di SD Negeri 3 Kresnomulyo pada tahun 2010-2016. Setelah itu penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 2 Ambarawa pada tahun 2016-2019. Selanjutnya, Penulis melanjutkan pendidikan menengah atas di SMK Yasmida Ambarawa pada tahun 2019-2022.

Pada tahun 2022, penulis diterima di program studi S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Selama masa studi, aktif berpartisipasi dalam berbagai kegiatan kepanitiaan dan kemahasiswaan, antara lain MIPA Expo, DINAMIKA, serta kegiatan akademik dan nonakademik lainnya.

Sebagai bagian dari pengabdian kepada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada bulan Januari hingga awal Februari 2025 di Desa Sri Basuki, Kecamatan Seputih Banyak, Kabupaten Lampung Tengah. Selain itu pada bulan Juni 2025, penulis melaksanakan Kerja Praktik di PT. TASPEN Persero Kc Bandar Lampung selama 40 hari yang berlokasi di Jl. Raden Intan No. 67, Kecamatan Enggal, Kota Bandar Lampung.

KATA INSPIRASI

”Allah tidak mengatakan hidup ini mudah. Tetapi Allah berjanji, bahwa sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan”

(Q.S AL-Insyirah: Ayat 5-6)

”dan aku menyerahkan urusanku kepada allah”

(Q.S Ghafir : Ayat 44)

”kesulitan itu adalah hasil dari dosa, kamu itu pendosa tidak layak mengeluh atas kesulitan yang menimpamu”

(Ustadz imam hanafi)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Bapak dan Ibuku Tercinta

Terimakasih kepada orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Derivasi Triple Jordan pada modul Polinomial" dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing 1 yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc. selaku dosen Pembimbing Akademik.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Bapak, ibu, serta adik yang selalu memberikan dukungan dan doa sehingga penulis dapat segera menyelesaikan skripsi ini.
8. Seluruh guru TK, SD, SMP, dan SMA yang telah mengajarkan dan memberikan ilmu hingga penulis bisa menduduki bangku perkuliahan.
9. Untuk diri sendiri, terima kasih atas segala usaha, kesabaran, dan perjuangan yang telah dilalui hingga sampai di tahap ini.
10. Fikri Haikal yang telah menemani penulis sejak sebelum masa perkuliahan hingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Terima kasih atas segala semangat, dukungan, motivasi, doa, dan kasih sayang yang senantiasa diberikan dengan tulus. Terima kasih telah hadir dan menjadi bagian terindah dalam perjalanan hidup penulis.
11. Sahabat Penulis Ririn, Meli dan Dayat yang selalu memberikan dukungan kepada penulis.
12. Sahabat seperjuangan, Karin, April, Aprial, Puan, vira, Puput, Hana, Salsa dan Tri. Terima kasih untuk semua motivasi, dukungan, semangat, serta kebersamaan dalam menjalani perkuliahan dan selama proses penyusunan skripsi ini.
13. Terimakasih untuk teman-teman KKN Desa Sribasuki
14. Untuk Taylor Swift, penulis mengucapkan terima kasih atas karya-karya yang telah menemani perjalanan skripsi ini hingga akhirnya penulis dapat mencapai tahap ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 03 Maret 2026

Rafika Rahmawati

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Manfaat Penelitian	2
II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Pemodelan Matematika	3
2.2 Persamaan Diferensial Parsial	3
2.3 Persamaan Diferensial Parsial Pada Metode Beda Hingga	5
2.4 Metode Beda Hingga	10
2.5 Gempa Bumi	13
2.6 <i>Python</i>	14
III METODE PENELITIAN	15
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	15
3.2 Data dan Sumber Data	15
3.3 Langkah-Langkah Penelitian	15
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	17
4.1 Data Penelitian	17
4.2 Hasil Metode Beda Hingga dengan Perhitungan Manual	18
4.3 Hasil Metode Beda Hingga dengan Pemograman <i>Python</i>	24
V KESIMPULAN DAN SARAN	27
5.1 Kesimpulan	27
5.2 Saran	28
DAFTAR PUSTAKA	29

DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik Beda Maju	6
2.2	Grafik Beda Mundur	6
2.3	Grafik Beda Tengah	7
2.4	Grid metode beda hingga skema maju	9
2.5	Grid metode beda hingga skema mundur	9
2.6	Grid metode beda hingga skema tengah	10
2.7	Beda hingga pada bidang empat titik	11
2.8	Beda hingga pada bidang sembilan titik	11
2.9	Garis Horizontal	12
2.10	Garis Vertikal	12
2.11	Garis Horizontal dan vertikal	13
3.1	Diagram Penelitian	16
4.1	Titik Pengambilan Data Gempa Bumi	17
4.2	Grid Perhitungan Metode Beda Hingga	18
4.3	Grid Perhitungan Tahap 1	19
4.4	Grid Perhitungan Tahap 2	20
4.5	Hasil Output	25

DAFTAR TABEL

4.1	Hasil Penyebaran Getaran Gempa Bumi dan Laju Penyebaran Getaran	21
4.2	Verifikasi Hasil Perhitungan Manual dan <i>Python</i>	26

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Gempa bumi merupakan peristiwa alam yang dapat memberikan pengaruh besar terhadap kehidupan manusia. Peristiwa ini terjadi akibat pelepasan energi yang tersimpan di dalam kerak bumi secara tiba-tiba, yang menimbulkan guncangan pada permukaan bumi (Kanamori & Brodsky, 2004). Getaran yang ditimbulkan dapat menyebabkan kerusakan infrastruktur, perubahan morfologi permukaan bumi, bahkan korban jiwa dalam jumlah besar, fenomena ini terutama terjadi di kawasan dengan aktivitas tektonik tinggi seperti Indonesia. Oleh karena itu, analisis karakteristik getaran di sekitar pusat gempa menjadi penting untuk memberikan gambaran awal penyebaran pengaruh gempa yang dapat mendukung kajian mitigasi bencana dan perencanaan pembangunan yang memperhitungkan ketahanan terhadap gempa (Badrudin et al., 2025).

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengkaji fenomena tersebut adalah pemodelan matematika. Melalui pemodelan matematika, pengaruh gempa pada suatu wilayah dapat direpresentasikan ke dalam hubungan matematis antar titik pengamatan dalam ruang. Namun, penyelesaian model secara analitik seringkali sulit dilakukan sehingga diperlukan pendekatan numerik. Metode beda hingga merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk memperoleh solusi hampiran melalui proses diskretisasi wilayah pengamatan menjadi titik-titik grid (Chapra & Canale, 2015).

Pada penelitian ini, titik-titik grid digunakan untuk merepresentasikan area di sekitar episentrum sehingga nilai pada setiap titik dipengaruhi oleh titik-titik tetangganya. Melalui hubungan tersebut, metode beda hingga digunakan untuk menghitung nilai pada setiap titik secara bertahap sehingga diperoleh gambaran bagaimana pengaruh getaran gempa menyebar dari pusat ke daerah di sekitarnya (Chapra & Canale, 2015). Seiring perkembangan teknologi komputasi, penerapan metode beda hingga

dapat dilakukan dengan bantuan bahasa pemrograman *Python*. Penggunaan *Python* memungkinkan proses perhitungan dilakukan secara lebih cepat dan sistematis sehingga dapat membantu memverifikasi hasil perhitungan manual (Harris et al., 2020).

Berdasarkan berbagai penelitian terdahulu, metode beda hingga telah banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial, khususnya pada permasalahan gelombang dan fenomena seismik (Virieux, 1986). Namun, penggunaan metode beda hingga dalam bentuk model sederhana untuk menggambarkan tingkat pengaruh gempa bumi dari pusat gempa ke titik-titik di sekitarnya masih jarang dijelaskan secara bertahap, terutama yang memperlihatkan hubungan antara perhitungan manual dan hasil numerik dari program *Python*. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk menghitung penyebaran getaran gempa bumi di sekitar episentrum menggunakan metode beda hingga serta memverifikasi hasil perhitungan manual melalui implementasi program *Python*.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu:

Menerapkan dan memverifikasi metode beda hingga untuk menghitung penyebaran getaran gempa bumi pada beberapa titik di sekitar episentrum melalui perhitungan manual dan implementasi program *Python*, serta analisis kesesuaian hasil dari keduanya.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang ingin diperoleh dari penelitian ini yaitu:

1. Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan dalam bidang analisis numerik, khususnya dalam penerapan metode beda hingga untuk menganalisis pola getaran di sekitar pusat gempa bumi.
2. Menambah referensi kajian dalam bidang pemodelan numerik fenomena geofisika, khususnya untuk mempelajari perilaku getaran di area sekitar sumber gempa.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan suatu kegiatan menyusun deskripsi fenomena dunia nyata ke dalam bentuk model matematis sehingga dapat dianalisis dan dipahami secara sistematis (Giordano & Weir, 2014). Model matematika mencakup variabel, parameter, serta fungsi yang menggambarkan hubungan di antara keduanya. Dalam proses pemodelan, penting untuk menentukan secara tepat aspek-aspek mana yang dapat diabaikan dan mana yang harus disertakan dalam model. Pemilihan ini sangat bergantung pada jenis permasalahan yang sedang dipelajari atau diteliti (Aprilia, 2022).

Model matematika memiliki peran yang signifikan dalam menghubungkan teori dengan hasil pengamatan nyata, khususnya pada fenomena yang kompleks dan melibatkan banyak variabel. Melalui pemodelan, peneliti dapat mengenali pola, memperkirakan perilaku sistem, serta memberikan representasi kuantitatif terhadap proses yang sulit diamati secara langsung. Dalam bidang geofisika, pendekatan matematis dimanfaatkan untuk menjelaskan hubungan antara energi, waktu, dan distribusi kejadian yang berkaitan dengan aktivitas getaran bumi tanpa perlu menjelaskan seluruh proses fisiknya secara spesifik (Karim et al., 2017).

2.2 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) adalah persamaan diferensial yang melibatkan turunan parsial dari satu atau beberapa fungsi terhadap berbagai variabel bebas. PDP digunakan secara luas untuk memodelkan fenomena fisika dan teknik yang berubah seiring ruang dan waktu, seperti perambatan gelombang, aliran panas, dan pergerakan fluida (Boyce & DiPrima, 2012).

Secara umum, sebuah PDE dapat ditulis sebagai:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \partial_{x_1} u, \partial_{x_2} u, \dots, \partial_{x_i x_j}^2 u, \dots) = 0 \quad (2.2.1)$$

Fungsi $u = u$ Berdasarkan sifat turunan keduanya terhadap variabel ruang, persamaan diferensial parsial dapat diklasifikasikan menjadi tiga tipe utama, yaitu eliptik, parabolik, dan hiperbolik (Knabner 2003).

1. Persamaan Eliptik

Persamaan diferensial parsial eliptik digunakan untuk menggambarkan keadaan stasioner atau kondisi keseimbangan, di mana solusi tidak bergantung pada waktu. Jenis persamaan ini banyak digunakan dalam pemodelan fenomena fisis yang telah mencapai keadaan tunak, seperti medan potensial dan distribusi suhu konstan. Contoh paling umum dari persamaan eliptik adalah Persamaan Laplace, yang dinyatakan sebagai

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (2.2.2)$$

2. Persamaan Parabolik

Persamaan diferensial parsial parabolik digunakan untuk memodelkan proses yang melibatkan perubahan terhadap waktu dan ruang secara simultan, khususnya fenomena difusi. Pada tipe ini, solusi berkembang secara bertahap dari kondisi awal menuju keadaan tertentu. Salah satu contoh utama dari persamaan parabolik adalah Persamaan Panas, yang dituliskan sebagai

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (2.2.3)$$

3. Persamaan Hiperbolik

Persamaan diferensial parsial hiperbolik digunakan untuk merepresentasikan fenomena perambatan gelombang, di mana gangguan merambat dalam ruang dan waktu dengan kecepatan terbatas. Jenis persamaan ini banyak digunakan dalam analisis gelombang mekanik maupun gelombang seismik. Contoh persamaan hiperbolik adalah Persamaan Gelombang, yang secara umum dinyatakan sebagai

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (2.2.4)$$

Menurut Knabner (2003), pengelompokan tipe-tipe Persamaan Diferensial Parsial sangat membantu dalam menentukan metode penyelesaian yang tepat, baik melalui pendekatan analitik maupun numerik. Mengingat sebagian besar persamaan diferensial parsial tidak dapat diselesaikan secara eksak, maka diperlukan metode numerik sebagai alternatif. Salah satu pendekatan numerik yang banyak digunakan adalah Metode Beda Hingga (*Finite Difference Method*), yang dinilai efektif dan stabil dalam memperoleh solusi hampiran yang merepresentasikan kondisi sistem yang sebenarnya.

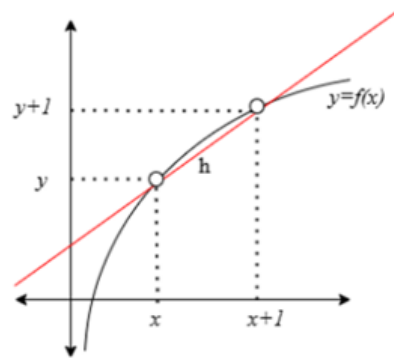
2.3 Persamaan Diferensial Parsial Pada Metode Beda Hingga

Penyelesaian numerik persamaan diferensial parsial (PDP) umumnya dilakukan dengan metode beda hingga, karena metode ini memungkinkan diperolehnya solusi pendekatan yang stabil dan mendekati solusi analitik. Prinsip utama metode ini adalah mengganti turunan parsial dalam persamaan diferensial dengan selisih terbatas (*finite differences*), yang diperoleh melalui diskretisasi fungsi pada titik-titik grid di seluruh domain. Dengan membagi domain kontinu menjadi sekumpulan titik diskrit (*mesh*), turunan yang awalnya kontinu dapat diaproksimasi secara numerik pada setiap titik, sehingga persamaan dapat diselesaikan meskipun solusi analitik sulit diperoleh (Larsson & Thomée, 2003).

Menurut Bukhari dkk. (2023), dalam metode beda hingga terdapat tiga pendekatan utama yang digunakan untuk mendekati nilai turunan suatu fungsi, yaitu hampiran beda maju (*forward difference*), hampiran beda mundur (*backward difference*), dan hampiran beda pusat (*central difference*). Ketiga metode ini digunakan untuk menggantikan turunan analitik dengan bentuk selisih nilai fungsi pada titik-titik diskrit yang berjarak tertentu. Perbedaan di antara ketiganya terletak pada arah pengambilan titik selisih terhadap titik pusat perhitungan.

- Beda Maju (*forward difference*)

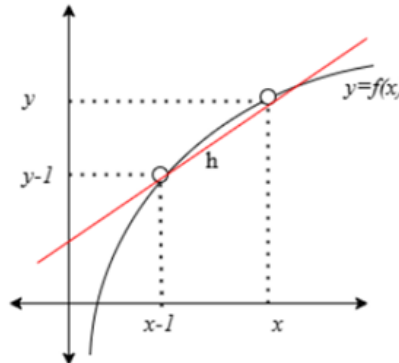
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



Gambar 2.1 Grafik Beda Maju

- Beda Mundur (*backward difference*)

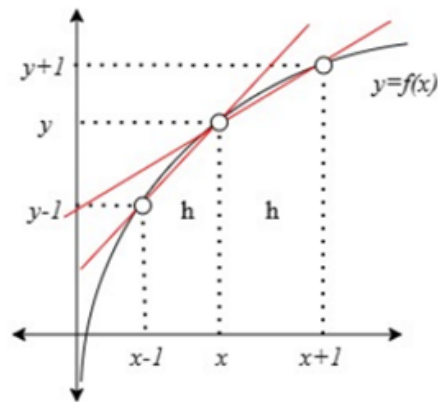
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$



Gambar 2.2 Grafik Beda Mundur

- Beda Tengah (*central difference*)

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$



Gambar 2.3 Grafik Beda Tengah

- Dan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

Berdasarkan definisi tersebut, maka dapat diketahui definisi dari turunan parsial sebagai berikut:

- Beda Maju

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h}$$

- Beda Mundur

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x-h, y)}{h}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x, y-h)}{h}$$

- Beda Tengah

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x-h, y)}{2h}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y-h)}{2h}$$

Turunan Parsial Tingkat Dua (Strauss, 2008)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) + f(x-h, y) - 2f(x, y)}{h^2}$$

Dan

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) + f(x, y-h) - 2f(x, y)}{h^2}$$

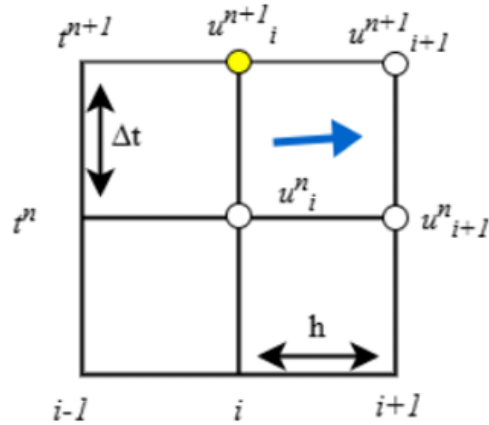
Metode Beda Hingga merupakan salah satu pendekatan numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial dengan cara mengganti turunan kontinu menjadi bentuk diskrit pada selang yang sangat kecil. Pendekatan ini didasarkan pada pengembangan deret Taylor, di mana nilai turunan suatu fungsi dapat dihipotesiskan menggunakan kombinasi nilai fungsi pada titik-titik di sekitarnya. Dengan proses diskretisasi tersebut, persamaan diferensial yang semula bersifat kontinu dapat diubah menjadi sistem persamaan aljabar yang lebih mudah diselesaikan secara komputasional. Secara konseptual, deret Taylor menunjukkan bahwa perilaku suatu fungsi pada satu titik dapat diperkirakan dari nilai fungsi pada titik lain yang berjarak sangat dekat, baik dalam domain ruang maupun waktu, sehingga metode ini efektif untuk menganalisis fenomena dinamis secara numerik (Chapra & Canale, 2015).

Berdasarkan pendekatan deret Taylor tersebut, metode beda hingga umumnya diklasifikasikan ke dalam tiga skema utama, yaitu skema beda maju (*forward difference*), skema beda mundur (*backward difference*), dan skema beda tengah (*central difference*), yang masing-masing memiliki karakteristik dan tingkat ketelitian yang berbeda dalam menghampiri nilai turunan.

1. Skema beda maju (*forward difference*)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h}$$

Dalam skema beda maju, perhitungan pada titik i dilakukan dengan menggunakan nilai pada titik $i + 1$ yang berada di posisi selanjutnya.

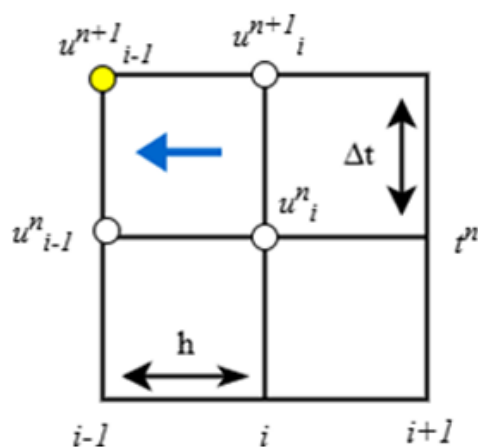


Gambar 2.4 Grid metode beda hingga skema maju

2. Skema beda mundur (*backward difference*)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i) - u(x_i - h)}{h}$$

Dalam skema beda mundur, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i - 1$ yang berada di belakangnya.

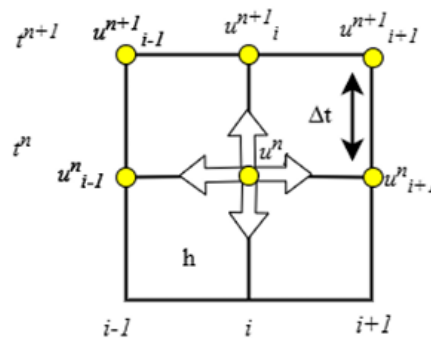


Gambar 2.5 Grid metode beda hingga skema mundur

3. Skema beda tengah (*central difference*)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i - h)}{h^2} \quad (2.3.21)$$

Dalam skema beda tengah, perhitungan pada titik i melibatkan dua titik tetangga, yakni titik $i + 1$ dan titik $i - 1$.

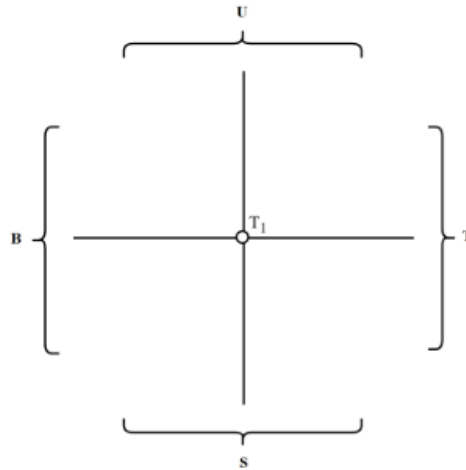


Gambar 2.6 Grid metode beda hingga skema tengah

2.4 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk memperoleh solusi hampiran dari persamaan diferensial parsial yang merepresentasikan fenomena fisis. Metode ini dilakukan dengan mendiskritisasi domain kontinu ke dalam titik-titik grid diskrit, kemudian menggantikan turunan-turunan pada persamaan diferensial dengan bentuk selisih hingga yang diturunkan dari ekspansi deret Taylor. Melalui pendekatan tersebut, persamaan diferensial parsial dapat diubah menjadi sistem persamaan aljabar yang dapat diselesaikan secara komputasi. Metode beda hingga banyak diterapkan dalam pemodelan fenomena fisis, khususnya persamaan gelombang, karena mampu menghasilkan solusi numerik yang mendekati solusi analitik dengan tingkat akurasi yang baik melalui pemilihan skema diskritisasi yang sesuai (Robbaniyyah et al., 2024).

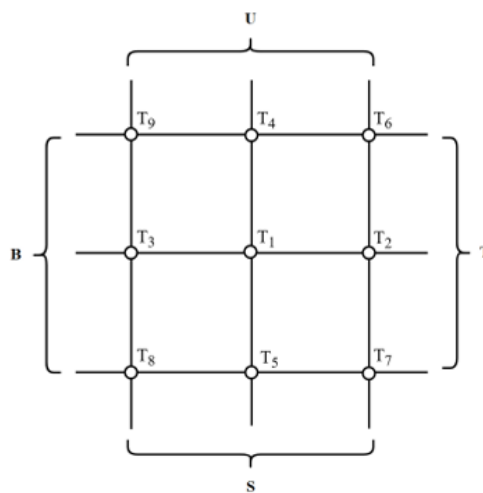
- Nilai fungsi di titik T_1



Gambar 2.7 Beda hingga pada bidang empat titik

$$B + T + S + U - 4T_1 = 0$$

- Nilai fungsi di titik $T_1, T_2, T_3, \dots, T_9$



Gambar 2.8 Beda hingga pada bidang sembilan titik

$$T_1 : B + T + S + U - 4T_1 = 0$$

$$T_2 : T_1 + T + S + U - 4T_2 = 0$$

$$T_3 : B + T_1 + S + U - 4T_3 = 0$$

$$T_4 : B + T + T_1 + U - 4T_4 = 0$$

$$T_5 : B + T + S + T_1 - 4T_5 = 0$$

$$T_6 : T_4 + T + T_2 + U - 4T_6 = 0$$

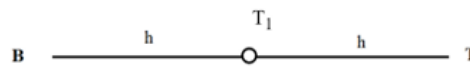
$$T_7 : T_5 + T + S + T_2 - 4T_7 = 0$$

$$T_8 : B + T_5 + S + T_3 - 4T_8 = 0$$

$$T_9 : B + T_4 + T_3 + U - 4T_9 = 0$$

Metode beda hingga dapat digambarkan ke dalam grafik yang lebih sederhana:

1. Horizontal



Gambar 2.9 Garis Horizontal

- Nilai T_1

$$\frac{B + T}{2h}$$

- Laju T_1

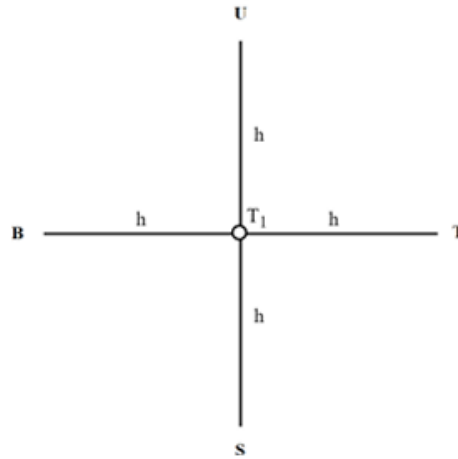
$$\partial T_1 = \frac{B - T}{2h}$$

2. Garis Vertikal



Gambar 2.10 Garis Vertikal

3. Garis Horizontal dan Vertikal



Gambar 2.11 Garis Horizontal dan vertikal

- Nilai T_1

$$T_1 = \frac{T_{1h} + T_{1h}}{2} = \frac{\frac{B+T}{2h} + \frac{S+U}{2h}}{2} = \frac{B + T + S + U}{4h}$$

- Laju T_1

$$T_1 = \frac{\delta T_{1h} + \delta T_{1h}}{2} = \frac{\frac{B-T}{2h} + \frac{S-U}{2h}}{2} = \frac{(B - T) + (S - U)}{4h}$$

2.5 Gempa Bumi

Gempa bumi merupakan fenomena alam yang terjadi akibat pelepasan energi secara tiba-tiba dari dalam kerak bumi. Energi ini muncul karena adanya akumulasi tegangan yang terus meningkat di sepanjang zona patahan hingga melewati batas kekuatan batuan, sehingga menyebabkan pergeseran atau patahnya lapisan kerak bumi (Kanamori & Brodsky, 2004). Pelepasan energi tersebut memicu timbulnya gelombang seismik yang merambat ke permukaan dan menimbulkan getaran yang dapat dirasakan manusia. Menurut Scholz (2019), gempa bumi dapat dipahami sebagai pelepasan energi elastik dari deformasi kerak bumi. Berdasarkan penyebabnya, gempa dibedakan menjadi tiga jenis, yaitu gempa tektonik, vulkanik, dan runtuhan (Fadilah & Permanasari, 2024). Di Indonesia, gempa tektonik mendominasi karena wilayah ini berada di pertemuan tiga lempeng besar dunia:

Indo-Australia, Eurasia, dan Pasifik. Pemodelan gempa secara matematis diperlukan untuk menganalisis penyebaran energi getaran dari pusat gempa, sehingga dapat membantu memperkirakan wilayah dengan potensi guncangan tinggi (Boore et al., 1997).

2.6 Python

Python merupakan bahasa pemrograman tingkat tinggi yang bersifat interpreted, general-purpose, dan open-source. Bahasa ini banyak digunakan dalam bidang matematika, statistika, serta ilmu komputer karena kemampuannya dalam menangani berbagai jenis analisis data dan komputasi ilmiah. Sintaks *Python* yang sederhana dan mudah dipahami memungkinkan peneliti untuk lebih berfokus pada analisis dan pemecahan masalah dibandingkan pada kompleksitas sintaksis. Selain itu, *Python* mendukung paradigma pemrograman berorientasi objek serta integrasi dengan berbagai perangkat lunak lain (Lutz, 2013).

Keunggulan utama *Python* terletak pada kelengkapan pustaka ilmiahnya, seperti NumPy, SciPy, Matplotlib, dan Pandas, yang menyediakan fungsi untuk komputasi numerik, penyelesaian persamaan diferensial, serta visualisasi data (Harris et al., et al2020). Kombinasi antara kemudahan sintaks dan dukungan pustaka yang kuat menjadikan *Python* sangat efektif untuk pemodelan matematika, simulasi numerik, dan analisis kuantitatif, termasuk penerapan metode beda hingga dalam studi perambatan gelombang seismik atau fenomena gempa bumi.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 di Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang beralamatkan di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Lampung.

3.2 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data kejadian gempa bumi yang diperoleh dari situs resmi BMKG (Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika). Data tersebut meliputi informasi posisi episenter sumber gempa yang terjadi di wilayah Blang Pidie Aceh Barat Daya.

3.3 Langkah-Langkah Penelitian

Langkah-langkah penelitian yang dilakukan dalam studi ini adalah sebagai berikut:

1. Menelusuri dan mempelajari berbagai sumber referensi yang relevan, baik berupa buku, jurnal ilmiah, maupun sumber daring yang terpercaya.
2. Mengumpulkan data gempa bumi yang diperoleh dari Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG).
3. Melakukan pengolahan data secara manual dengan menerapkan metode beda hingga.
4. Menyusun *syntax* pemrograman *Python* yang digunakan untuk proses perhitungan numerik.

5. Mengolah data gempa bumi menggunakan program *Python* yang telah disiapkan.
6. Memperoleh hasil perhitungan serta solusi dari permasalahan yang dikaji.
7. Melakukan verifikasi dengan membandingkan hasil perhitungan manual dan hasil komputasi menggunakan *Python*.



Gambar 3.1 Diagram Penelitian

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, beberapa kesimpulan yang dapat diambil sebagai berikut:

1. Nilai penyebaran getaran gempa pada 9 titik di wilayah Aceh Barat Daya, tepatnya di Blang Pidie, yang diperoleh berdasarkan perhitungan manual dan hasil komputasi menggunakan perangkat lunak *Python* adalah sebagai berikut:

Titik	Nilai Hasil Manual	Nilai Hasil Python
T_1	6,2	6,2
T_2	1,55	1,55
T_3	1,55	1,55
T_4	1,55	1,55
T_5	1,55	1,55
T_6	0,775	0,775
T_7	0,775	0,775
T_8	0,775	0,775
T_9	0,775	0,775

2. Metode beda hingga dapat digunakan untuk menghitung dan memodelkan penyebaran gempa bumi pada domain penelitian yang dibagi dalam beberapa titik grid. Melalui pendekatan ini, nilai pada setiap titik dapat dihitung berdasarkan hubungan dengan titik-titik tetangganya, sehingga memberikan gambaran pola penyebaran getaran gempa bumi secara numerik pada area yang dimodelkan.
3. Hasil perhitungan manual menggunakan metode beda hingga menunjukkan kesesuaian dengan hasil yang diperoleh dari implementasi

metode yang sama dalam pemrograman *Python*. Kesamaan tersebut menunjukkan bahwa perhitungan yang dilakukan melalui program *Python* mampu menghasilkan nilai yang sama dengan perhitungan manual secara konsisten. Selain itu, penggunaan *Python* membantu mempermudah dan mempercepat proses perhitungan dibandingkan dengan perhitungan manual yang dilakukan secara bertahap.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, terdapat beberapa saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya:

1. Penelitian selanjutnya dapat memperluas lebih dari 25 titik pengamatan dengan cakupan wilayah yang lebih luas, sehingga penyebaran Getaran Gempa bumi dapat dianalisis dengan lebih mendalam.
2. Penelitian ini menggunakan metode beda hingga dalam pemodelan penyebaran getaran gempa bumi. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan agar membandingkan hasilnya dengan metode numerik lain, guna memperoleh gambaran yang lebih luas terhadap pola penyebaran getaran gempa bumi.

DAFTAR PUSTAKA

- Aprilia, A. 2022. *Analisis Kemampuan Pemodelan Matematis Ditinjau Dari Mathematical Habits Of Mind (MHoM) dan Kemampuan Awal Matematis (KAM) Siswa SMA*. (Disertasi Doktor, Universitas Pendidikan Indonesia).
- Badrudin, A., Kusumawardani, B., Indriana, T., Setyari, A. D., Nurtjahjaningtyas, I., Siddiq, A. M., & Dewi, N. 2025. *Penguatan Budaya Sadar Bencana Bagi Generasi Muda Desa Terdampak Erupsi Gunung Semeru di Desa Sumberwuluh, Kecamatan Candipuro, Kabupaten Lumajang*. *Journal of Community Development*, 5(3), 535–547.
- Boore, D. M., Joyner, W. B., & Fumal, T. E. 1997. *Equations for estimating horizontal response spectra and peak acceleration from western North American earthquakes: A summary of recent work*. *Seismological Research Letters*, 68(1), 128–153.
- Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. 2012. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*.
- Bukhari, F., Nurdiati, S., Julianto, M. T., Najib, M. K., & Valentdio, R. H. 2023. *Implementasi Penyelesaian Persamaan Burgers dengan Metode Beda Hingga dalam Bahasa Pemrograman Julia*. *MILANG Journal of Mathematics and Its Applications*, 19(1), 1–9.
- Burden, R. L., & Faires, J. D. 2011. *Numerical differentiation & integration numerical differentiation I*. *Numerical Analysis*, 174–184.
- Chapra, S. C., Canale, R. P. (2015). *Numerical methods for engineers*. (7th ed.). McGraw-Hill Education
- Fadilah, M., Permanasari, A. (2024). *Literasi Fenomena Kimia-Fisika Alam Pragempa Bumi-Rajawali Pers*. PT. RajaGrafindo Persada.
- Giordano, F. R., Weir, M. D., & Fox, W. P. 2014. *A First Course in Mathematical Modeling* (5th ed.). Brooks/Cole, Cengage Learning.

- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., Kern, R., Picus, M., Hoyer, S., van Kerkwijk, M. H., Brett, M., Haldane, A., Del Río, J. F., Wiebe, M., Peterson, P., Gérard-Marchant, P., ... Oliphant, T. E. 2020. Array programming with NumPy. *Nature*, 585(7825), 357–362. <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>
- Kanamori, H., & Brodsky, E. E. 2004. *The physics of earthquakes. Reports on Progress in Physics*, 67(8), 1429.
- Karim Zadeh Naghshineh, S., Askan Gündoğan, A., Yakut, A. (2017). *Comparison of Real and Simulated Records Through Selected Seismic Intensity Measures*
- Knabner, P., & Angermann, L. 2003. *Numerical Methods for Elliptic and Parabolic Partial Differential Equations*. New York, NY: Springer New York.
- Larsson, S., Thomée, V. (2003). *Partial differential equations with numerical methods*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Lutz, M. 2013. *Learning Python: Powerful Object-Oriented Programming*. O'Reilly Media, Inc.
- Robbaniyyah, N. A. I., Muliyanthi, A. S., Malasso, D. A., Pajri, D. H. (2024). *Simulasi dan Akurasi Numerik Persamaan Gelombang Satu Dimensi Menggunakan Aproksimasi Metode Beda Hingga*. *Semeton Mathematics Journal*, 1(1), 8-14.
- Scholz, C. H. 2019. *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. Cambridge University Press.
- Strauss, W. A. (2008). *Partial Differential Equations: An Introduction*. (2nd ed.). John Wiley Sons
- Virieux, J. 1986. *P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method*. *Geophysics*, 51(4), 889–901.