# ANALISIS REGRESI SURVIVAL DISTRIBUSI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN PADA PASIEN PENDERITA JANTUNG KORONER

**Skripsi**

**Oleh**

**HERTI ELISABETH SILALAHI**
**NPM. 2217031005**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDAR LAMPUNG**
**2026**

# ABSTRACT

## WEIBULL DISTRIBUTION SURVIVAL REGRESSION ANALYSIS WITH A BAYESIAN APPROACH IN CORONARY HEART DISEASE PATIENTS

By

**HERTI ELISABETH SILALAHI**

Coronary heart disease (CHD) is a cardiac disorder caused by the narrowing or blockage of the coronary arteries due to atherosclerosis, namely the accumulation of fatty plaques on the arterial walls. This study aims to model the survival time of patients with CHD using parametric survival regression with a Weibull distribution and a Bayesian approach. The data used are secondary medical record data of 40 CHD patients at Pelamonia Hospital, Makassar, in 2021. The response variable is the patients' survival time, while the explanatory variables include age, sex, *Low Density Lipoprotein* (LDL) levels, body mass index (BMI), systolic blood pressure, and diastolic blood pressure. The Bayesian approach is implemented by combining the prior distribution, the likelihood function of censored survival data, and the posterior distribution. Parameter estimation is performed using the *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) method. The results show that the Weibull distribution is appropriate for modeling the survival data of CHD patients. Although no covariates are found to have a statistically significant effect, the Bayesian Weibull regression model is still able to describe the survival pattern of patients and can be used for survival modeling and prediction purposes.



**Keywords:** Coronary heart disease, Survival analysis, Weibull regression, Bayesian approach.

# ABSTRAK

## ANALISIS REGRESI SURVIVAL DISTRIBUSI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN PADA PASIEN PENDERITA JANTUNG KORONER

**Oleh**

**HERTI ELISABETH SILALAHI**

Penyakit jantung koroner (PJK) merupakan gangguan pada jantung yang disebabkan oleh penyempitan atau penyumbatan arteri koroner akibat proses aterosklerosis, yaitu penumpukan plak lemak pada dinding pembuluh darah arteri. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan ketahanan hidup pasien PJK menggunakan regresi survival parametrik berdistribusi Weibull dengan pendekatan Bayesian. Data yang digunakan adalah data sekunder rekam medis sebanyak 40 pasien PJK di Rumah Sakit Pelamonia Makassar tahun 2021. Variabel respon berupa lama ketahanan hidup pasien, sedangkan variabel penjelas meliputi usia, jenis kelamin, kadar *Low Density Lipoprotein* (LDL), indeks massa tubuh (IMT), tekanan darah sistolik, dan tekanan darah diastolik. Pendekatan Bayesian dilakukan dengan menggabungkan distribusi prior, fungsi likelihood dari data survival tersensor, dan distribusi posterior. Estimasi parameter dilakukan menggunakan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Hasil analisis menunjukkan bahwa distribusi Weibull sesuai digunakan untuk memodelkan data ketahanan hidup pasien PJK. Meskipun tidak ditemukan variabel kovariat yang berpengaruh signifikan secara statistik, model regresi Weibull Bayesian tetap mampu menggambarkan pola ketahanan hidup pasien dan dapat digunakan untuk tujuan pemodelan serta prediksi ketahanan hidup.



**Kata-kata kunci:** Penyakit jantung koroner, Analisis survival, Regresi Weibull, Pendekatan Bayesian.

# ANALISIS REGRESI SURVIVAL DISTRIBUSI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN PADA PASIEN PENDERITA JANTUNG KORONER

**HERTI ELISABETH SILALAHI**

**Skripsi**

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDAR LAMPUNG**
**2026**

| | | |
|---|---|---|
| Judul Skripsi | : | **ANALISIS REGRESI SURVIVAL DISTRIBUSI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN PADA PASIEN PENDERITA JANTUNG KORONER** |
| Nama Mahasiswa | : | *Herti Elisabeth Silalahi* |
| Nomor Pokok Mahasiswa | : | **2217031005** |
| Program Studi | : | **Matematika** |
| Fakultas | : | **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam** |

**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

| | |
|---|---|
| **Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si** | **Dr. Bernadhita H. S. U, S.Si., M.Sc** |
| NIP 198008212008121001 | NIP 199206302023212034 |

2. Ketua Jurusan Matematika

**Dr.Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si.**
NIP. 197403162005011001

# MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ketua | : | **Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si** | ..................... |
| Sekretaris | : | **Dr. Bernadhita H. S. U, S.Si., M.Sc** | ..................... |
| Penguji Bukan Pembimbing | : | **Drs. Nusyirwan, M.Si** | ..................... |

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.**
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **14 April 2026**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

| | | |
|---|---|---|
| Nama | : | **HERTI ELISABETH SILALAHI** |
| Nomor Pokok Mahasiswa | : | **2217031005** |
| Jurusan | : | **Matematika** |
| Judul Skripsi | : | **ANALISIS REGRESI SURVIVAL DISTRIBUSI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN PADA PASIEN PENDERITA JANTUNG KORONER** |

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi inni merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 14 April 2026

Penulis

METERAI TEMPEL

F97C6ANX352073335

HERTI ELISABETH SILALAHI

# RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Herti Elisabeth Silalahi yang lahir di Panombean, 11 Juli 2004 merupakan anak pertama dari 5 bersaudara, dari bapak Jhon Heryanto Silalahi dan Ibu Nengsih Sumarsini Purba. Bertempat tinggal di Huta Panombean, Kabupaten Simalungun, Sumatera Utara. Riwayat pendidikan penulis yaitu, SDN 091296 Panombean tahun 2010 dan tamat tahun 2016. SMP Negeri 2 Panombean Panei tahun 2016 dan tamat tahun 2019. SMA Swasta RK Bintang Timur Pematangsiantar tahun 2019 dan tamat tahun 2022, dan penulis melanjutkan pendidikan tinggi di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada tahun 2022 melalui jalur SNMPTN. Selama menjalani proses perkuliahan, penulis mengikuti berbagai kegiatan seperti organisasi internal kampus seperti UKM Mahasiswa Pecinta Alam Universitas Lampung (MAPALA UNILA) menjabat sebagai sekretaris umum tahun 2024 dan Kepala divisi Petualangan Alam Bebas (PAB). Selain itu, sebagai anggota kesekretariatan Himpunan Matematika (HIMATIKA) Universitas Lampung tahun 2023. Kemudian, organisasi eksternal kampus yang pernah di ikuti adalah Ikatan Keluarga Alumni Bintang Timur Pematangsiantar Lampung dan Pusat Kordinasi Daerah Mahasiswa Pecinta Alam Tingkat Perguruan Tinggi Provinsi Lampung (PKD Lampung).

## KATA INSPIRASI

[1]TUHAN adalah terangku dan keselamatanku, kepada siapakah aku harus takut?
TUHAN adalah benteng hidupku, terhadap siapakah aku harus gemetar? [2]Ketika
orang-orang jahat menyerang aku untuk memakan dagingku, lawan-lawanku dan
musuh-musuhku itu sendiri yang tergelincir dan jatuh. [3]Sekalipun tentara berkemah
mengepung aku, hatiku tidak takut; sekalipun peperangan bangkit melawan aku,
dalam hal itu pun aku tetap percaya. [4]Satu hal telah kuminta kepada TUHAN, itulah
yang kuingini: diam di rumah TUHAN seumur hidupku, menyaksikan kemurahan
TUHAN dan menikmati bait-Nya. [5]Sebab Ia melindungi aku dalam pondok Nya
pada hari malapetaka; Ia menyembunyikan aku dalam persembunyian di
kemah-Nya; Ia mengangkat aku ke atas gunung batu.[6]Maka sekarang kepalaku
tegak di atas musuh-musuhku yang mengelilingi aku; aku mau mempersembahkan
korban di dalam kemah-Nya dengan sorak-sorai, aku mau menyanyi dan bermazmur
bagi TUHAN.

–Mazmur 27:1-6 –

*" Skripsi bukan sesuatu yang mengendalikan kita, melainkan kita yang mengendalikan proses pengerjaannya.Setiap hasil yang diperoleh merupakan bagian dari kehendak Tuhan yang patut diterima dengan penuh syukur,tanpa mengabaikan kewajiban untuk terus berusaha dan bekerja secara maksimal."*

–Mamak –

# PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas berkat dan perlindungan-Nya, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

**Bapak dan Mamak Terhebat**

Terimakasih kepada Bapak dan Mamak atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

**Dosen Pembimbing dan Pembahas**

Dengan penuh rasa hormat dan terima kasih, menyampaikan apresiasi yang mendalam kepada dosen pembimbing dan dosen pembahas atas bimbingan, perhatian, serta dorongan yang senantiasa diberikan. Setiap masukan dan arahan yang disampaikan menjadi bagian penting dalam proses pembelajaran dan penyempurnaan skripsi ini.

**Adik-adikku**

Terima kasih kepada adik-adikku tercinta atas kasih sayang, kebersamaan, dan perhatian yang selalu diberikan. Doa, semangat, dan dukungan yang mengalir tanpa henti menjadi penguat hati dan sumber motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini.

**Temen-temenku**

Terima kasih kepada teman-teman atas setiap kebersamaan, cerita, dan dukungan yang telah diberikan. Semangat, motivasi, serta doa yang mengalir tulus menjadi bagian penting dalam perjalanan menyelesaikan skripsi ini.

**Almamater Tercinta**

Universitas Lampung

## SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yesus Kristus atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul ”ANALISIS REGRESI SURVIVAL DISTRIBUSI WEIBULL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN PADA PASIEN PENDERITA JANTUNG KORONER” dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing 1 yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing II yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA.,Ph.D. selaku dosen pembimbing akademik.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

8. Yang teristimewa Bapak dan Mamak, Sauadara-saudariku Indri, Herwin, Hani dan Divita yang selalu memberikan motivasi, pehatian dan dukungan yang tak pernah putus dalam setiap proses lika-liku perjalanan hidup.

9. Teman-temanku Elizabeth, Veny, Dafiani dan Novi yang selalu hadir dengan tawa, semangat, dan dukungan, serta setia menemani di tengah lelahnya perjuangan menyelesaikan skripsi ini.

10. Untuk diri sendiri, sebagai bentuk apresiasi atas keteguhan, keberanian untuk terus bertahan dalam suka dan duka yang dialami hingga titik ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 14 April 2024

Herti Elisabeth Silalahi

# DAFTAR ISI

Halaman

# DAFTAR TABEL

# DAFTAR GAMBAR

# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang Masalah

Analisis survival merupakan metode statistika yang digunakan untuk mempelajari waktu terjadinya suatu peristiwa (*time-to-event*), seperti waktu kematian, kekambuhan penyakit, atau kesembuhan pasien. Data survival sering kali mengandung *censoring*, yaitu ketika kejadian belum terjadi hingga akhir periode pengamatan (Lawless, 1982). Dalam perkembangannya, analisis survival tidak hanya digunakan untuk menggambarkan ketahanan hidup, tetapi juga untuk memodelkan faktor-faktor yang memengaruhi risiko kejadian. Hal ini diwujudkan melalui pendekatan regresi survival, yaitu model yang menghubungkan waktu kejadian dengan sejumlah variabel penjelas (*covariates*) (Kleinbaum & Klein, 2012).Pendekatan analisis survival umumnya terbagi menjadi tiga: non-parametrik (misalnya Kaplan–Meier), semi-parametrik *(Cox Proportional Hazard)*, dan parametrik (misalnya Weibull, Eksponensial, Log-logistik) (Cox, 1972).

Di antara berbagai model parametrik, distribusi Weibull menjadi salah satu yang paling banyak digunakan karena fleksibilitasnya dalam menggambarkan berbagai bentuk pola risiko terhadap waktu baik meningkat, menurun, maupun konstan (Aswi et al., 2020). Distribusi ini cocok untuk menganalisis data survival pada bidang biostatistika, teknik, maupun kesehatan karena dapat menyesuaikan bentuk fungsi hazard sesuai kondisi data. Beberapa penelitian terdahulu menunjukkan pentingnya pengembangan model survival parametrik. Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Nurul Maulidya Al-Izani dengan judul Analisis Survival Pasien Penderita Penyakit Jantung Koroner Di Rs. Pelamonia dengan Menggunakan Model *Bayesian Cox Proportional Hazard*. Hasilnya menunjukkan bahwa model Cox cukup baik menjelaskan data, namun terbatas karena tidak mengasumsikan distribusi tertentu pada fungsi hazard. Oleh karena itu, penelitian tersebut merekomendasikan agar dilakukan pengembangan ke model survival parametrik yang mempertimbangkan bentuk distribusi waktu hidup secara eksplisit, salah satunya menggunakan distribusi Weibull yang lebih interpretatif dan fleksibel (Cahyani & Rakhmawati, 2024).

Dalam penerapannya, distribusi Weibull dapat diperluas menjadi model regresi Weibull, yaitu bentuk khusus dari regresi survival parametrik di mana fungsi hazard dasarnya mengikuti distribusi Weibull (Kleinbaum & Klein, 2012). Model ini memungkinkan peneliti mengukur pengaruh variabel-variabel klinis terhadap risiko kejadian secara kuantitatif, serta memberikan interpretasi langsung melalui nilai *hazard ratio*.Estimasi parameter pada regresi Weibull dapat dilakukan melalui metode klasik seperti *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) atau menggunakan pendekatan Bayesian. Metode Bayesian lebih unggul dalam menangani data tersensor dan ukuran sampel kecil karena menggabungkan informasi awal (*prior*) dengan informasi dari data (*likelihood*) untuk menghasilkan distribusi posterior yang menggambarkan ketidakpastian parameter secara penuh (Gelman et al., 2013; Ibrahim et al., 2001). Penelitian oleh Mahmudah & Sukono (2020) menunjukkan bahwa pendekatan Bayesian pada model Weibull memberikan hasil estimasi yang lebih stabil dan akurat dibanding metode klasik, terutama pada data survival dengan tingkat sensor tinggi.

Salah satu kasus penting yang dapat dianalisis menggunakan regresi Weibull Bayesian adalah ketahanan hidup pasien penyakit jantung koroner (PJK) pada lama rawat inapnya selama perawatan di rumah sakit. PJK merupakan penyempitan pembuluh darah koroner yang menghambat suplai darah dan oksigen ke otot jantung, berisiko menyebabkan gagal jantung hingga kematian mendadak (AHA, 2019). Menurut WHO (2023), penyakit kardiovaskular menjadi penyebab 17,9 juta kematian per tahun di seluruh dunia. Di Indonesia, prevalensi PJK mencapai 0,85 Kondisi ini diperparah oleh gaya hidup modern seperti konsumsi makanan tinggi lemak, kurang aktivitas fisik, stres, serta kebiasaan merokok (Sukarna et al., 2020; Tahir et al., 2014).

Hal ini menjadikan penyakit jantung koroner (PJK) sebagai salah satu objek penelitian yang menarik, sehingga mendorong penulis untuk melakukan penelitian dengan judul “Regresi Survival Distribusi Weibull Dengan Pendekatan Bayesian Pada Pasien Penderita Jantung Koroner”.

## 1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Membangun model fungsi ketahanan hidup $S(t)$ dan fungsi laju risiko $h(t)$ pada pasien penyakit jantung koroner dengan menggunakan model survival parametrik berdistribusi Weibull melalui pendekatan Bayesian.
2. Menentukan faktor-faktor yang memengaruhi ketahanan hidup pasien penyakit jantung koroner.

## 1.3 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan referensi mengenai penerapan model survival parametrik distribusi weibull dengan pendekatan Bayesian.
2. Membantu tim medis memahami faktor-faktor yang memengaruhi ketahanan hidup pasien PJK.
3. Meningkatkan kesadaran masyarakat tentang pencegahan PJK melalui gaya hidup sehat.

# BAB II

# TINJAUAN PUSTAKA

## 2.1 Analisis Survival

Analisis survival adalah suatu metode untuk menganalisis data waktu (durasi), mulai dari *time origin* atau *start-point* sampai dengan terjadinya suatu kejadian khusus atau *end point*. Menurut Kleinbaum dan Klein (Kleinbaum & Klein (2012), dalam menentukan waktu survival terdapat tiga elemen yang diperhatikan, yaitu:

- *Time Origin* atau *Starting Point* (titik awal) adalah waktu dimulainya suatu penelitian.
- *Event Time* atau *End-Point* adalah kejadian yang menjadi inti dari penelitian.
- *Measurement scale for the passage of time* adalah skala pengukuran waktu dari awal hingga akhir kejadian misalnya hari, minggu, bulan, tahun.

Pada analisis survival sering terjadi data tersensor (*censored data*) yaitu adanya informasi mengenai waktu ketahanan hidup tetapi tidak diketahui secara pasti berapa lama waktu ketahanannya. Penyebabnya adalah hingga pengamatan berakhir belum muncul kejadian yang diinginkan. Terdapat 3 tipe data tersensor yaitu:

- Sensor kanan (*Right Censored*), yaitu peristiwa belum terjadi sampai akhir pengamatan,
- Sensor kiri (*Left Censored*), yaitu peristiwa sudah terjadi sebelum awal pengamatan, dan
- Sensor interval (*Interval Censored*), yaitu terjadi ketika suatu event yang diamati pada individu terjadi pada selang waktu tertentu.

Menurut Lee dan Wan (Lee & Wang (2003), data waktu pada analisis survival tergantung pada peubah acak dan setiap peubah acak membentuk sebuah distribusi. Distribusi dari waktu survival biasanya digambarkan atau ditandai oleh tiga fungsi yaitu :

a. Fungsi Kepadatan Peluang

Fungsi kepadatan peluang dari $T$ dinotasikan dengan $f(t)$, sedangkan fungsi distribusi kumulatifnya dinyatakan dengan $F(t)$. Francis dan Lawless (1983) dalam Pratiwi. *dkk* (2015) menjelaskan bahwa fungsi kepadatan peluang menggambarkan probabilitas terjadinya kegagalan pada selang waktu sangat kecil, yaitu antara $t$ dan $t + \Delta t$.

Fungsi kepadatan peluang dirumuskan sebagai:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t)}{\Delta t}. \tag{II.1}$$

Adapun fungsi distribusi kumulatif pada waktu $t$ untuk suatu objek yang dinyatakan dengan $F(t)$ adalah:

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(x)\, dx. \tag{II.2}$$

dengan:

$h(t)$ : Fungsi hazard

$f(t)$ : Fungsi kepadatan peluang

$S(t)$ : Fungsi survival

$F(t)$ : Fungsi distribusi kumulatif

b. Fungsi Survival

Fungsi survival menyatakan peluang bahwa seseorang bertahan lebih lama dari waktu tertentu $t$, yaitu:

$$S(t) = P(T > t) = 1 - F(t). \tag{II.3}$$

Karena:

$$F(t) = \int_0^t f(x)\, dx \tag{II.4}$$

maka fungsi survival dapat dituliskan:

$$S(t) = 1 - \int_0^t f(x)\,dx. \tag{II.5}$$

Diperoleh hubungan penting:

$$S(t) = 1 - F(t). \tag{II.6}$$

$$F(t) = 1 - S(t). \tag{II.7}$$

Karakteristik fungsi survival:

1. $S(t)$ menurun seiring bertambahnya $t$.
2. Pada $t = 0$, $S(0) = 1$.
3. Ketika $t \to \infty$, $S(t) \to 0$.

c. Fungsi Hazard

Fungsi hazard $h(t)$ adalah laju resiko kejadian sesaat pada waktu t $(t, t+\Delta t)$ dengan syarat individu masih bertahan hidup sampai waktu $t$:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t)}{\Delta t}. \tag{II.8}$$

Dengan menggunakan $f(t)$ dan $S(t)$, fungsi hazard dapat diekspresikan sebagai:

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}. \tag{II.9}$$

Atau dengan menggunakan $F(t)$:

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}. \tag{II.10}$$

dengan:

$h(t)$ : Fungsi hazard
$f(t)$ : Fungsi kepadatan peluang
$S(t)$ : Fungsi survival
$F(t)$ : Fungsi distribusi kumulatif.

Tujuan utama analisis survival adalah memperkirakan fungsi ketahanan hidup (*survival function*) dan risiko kejadian (*hazard function*) dari suatu populasi selama periode pengamatan. Namun, metode analisis survival hanya mampu membandingkan perbedaan ketahanan hidup antar kelompok tanpa mempertimbangkan pengaruh banyak variabel secara bersamaan. Metode tersebut bersifat deskriptif dan tidak memberikan model matematis yang menjelaskan bagaimana faktor-faktor kovariat memengaruhi waktu kejadian. Pendekatan ini memungkinkan analisis survival tidak hanya menggambarkan perbedaan antar kelompok, tetapi juga mengukur secara kuantitatif pengaruh setiap faktor terhadap risiko atau waktu bertahan hidup. Oleh karena itu, regresi survival menjadi dasar utama dalam penelitian medis dan epidemiologi yang melibatkan variabel-variabel klinis.Keterbatasan tersebut mendorong pengembangan model regresi survival, yaitu pendekatan analitik yang memasukkan variabel-variabel penjelas (*covariates*) untuk menjelaskan variasi waktu kejadian antar individu. Regresi survival memodelkan hubungan antara fungsi hazard dan kovariat secara umum (Komárek, 2025).

## 2.2 Regresi Survival

Regresi survival merupakan pengembangan dari analisis survival sederhana yang hanya mampu membandingkan kurva survival antar kelompok tanpa mempertimbangkan pengaruh banyak variabel secara bersamaan (Klein & Klein, 2014). Regresi survival bertujuan untuk menganalisis hubungan antara waktu kejadian (*time-to-event*) dengan satu atau lebih variabel penjelas (*covariates*). Model regresi survival digunakan untuk menjelaskan bagaimana risiko (*hazard*) terjadinya suatu *event* tertentu pada suatu waktu dipengaruhi oleh variabel-variabel penjelas berdasarkan teori yang menerangkan kejadian tersebut (Wuryandari,2020). Model ini memungkinkan peneliti mengukur dan menguji pengaruh faktor-faktor seperti usia, jenis kelamin, tekanan darah, atau jenis pengobatan terhadap waktu bertahan atau risiko kematian pasien.

Dalam pendekatan parametrik berbasis distribusi Weibull, fungsi survival bersyarat terhadap kovariat $X = (X_1, X_2, \ldots, X_p)$ dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$S(t \mid X) = \exp\Big[-\lambda t^k \exp(\beta_1 X_1 + \cdots + \beta_p X_p)\Big], \tag{II.11}$$

dengan $\lambda$ merupakan parameter skala yang menentukan skala waktu bertahan hidup, sedangkan $\alpha$ adalah parameter bentuk yang mengatur perubahan risiko seiring waktu. Koefisien regresi $\beta_j$ menunjukkan pengaruh masing-masing kovariat $X_j$ terhadap probabilitas bertahan hidup.

- Jika $\beta_j > 0$, maka peningkatan $X_j$ meningkatkan risiko kejadian;
- Jika $\beta_j < 0$, maka peningkatan $X_j$ menurunkan risiko kejadian;
- Nilai $\exp(\beta_j)$ menunjukkan *hazard ratio*, yaitu perbandingan risiko antara dua individu yang berbeda satu unit pada kovariat $X_j$.

Fungsi hazard bersyarat terhadap kovariat dapat diperoleh dari fungsi survival di atas dan biasanya dituliskan sebagai

$$h(t \mid X) = h_0(t) \exp(\beta_1 X_1 + \cdots + \beta_p X_p),$$

dengan:

$h(t|X)$ : fungsi hazard individu dengan kovariat $X$

$h_0(t)$ : *baseline hazard* (risiko dasar tanpa pengaruh kovariat)

$\beta_j$ : koefisien regresi yang menunjukkan arah dan besar pengaruh kovariat $X_j$ terhadap risiko kejadian.

Dengan demikian, regresi survival memperluas analisis ketahanan hidup dari sekadar membandingkan kelompok menjadi pemodelan kuantitatif yang dapat menjelaskan pengaruh variabel terhadap waktu kejadian. Regresi survival menjadi dasar bagi pengembangan berbagai model survival parametrik, salah satunya adalah Regresi Weibull, yang mengasumsikan bahwa fungsi hazard dasarnya mengikuti distribusi Weibull(Klein & Klein,2014).

## 2.3 Distribusi Weibull

Distribusi Weibull merupakan salah satu distribusi kontinu yang banyak digunakan dalam analisis survival karena sifatnya yang fleksibel dalam menggambarkan berbagai bentuk pola risiko (*hazard rate*) terhadap waktu, baik meningkat, menurun, maupun konstan. Distribusi ini pertama kali diperkenalkan oleh Waloddi Weibull pada tahun 1951 dan banyak digunakan dalam bidang biostatistik serta analisis ketahanan hidup (*time-to-event*) (Aswi et al.,2020).

Dalam konteks analisis survival, distribusi Weibull digunakan untuk memodelkan waktu ketahanan hidup ($T$) yang bersifat non-negatif, baik pada data lengkap maupun data tersensor. Distribusi ini memiliki dua parameter utama, yaitu parameter skala ($\alpha$) dan parameter bentuk ($\beta$), yang memungkinkan fungsi hazard berubah sesuai kondisi data. Fungsi kepadatan peluang, fungsi distribusi kumulatif, dan fungsi hazard dari distribusi Weibull secara berturut-turut dinyatakan sebagai berikut:

1. **Fungsi kepadatan peluang:**

$$f(t;\alpha,\beta) = \begin{cases} \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-(\alpha t)^{\beta}}, & t > 0,\ \alpha,\beta > 0, \\ 0, & t \leq 0. \end{cases} \tag{II.13}$$

2. **Fungsi distribusi kumulatif:**

$$F(t) = 1 - e^{-(\alpha t)^{\beta}}. \tag{II.14}$$

3. **Fungsi survival :**

$$S(t) = e^{-(\alpha t)^{\beta}}. \tag{II.15}$$

4. **Fungsi hazard (laju risiko):**

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \alpha\beta t^{\beta-1}. \tag{II.16}$$

dengan:

$t$ = waktu ketahanan hidup,
$\alpha$ = parameter skala (*scale parameter*),
$\beta$ = parameter bentuk (*shape parameter*),
$e$ = bilangan eksponensial natural ($\approx$ 2,71828),
$f(t)$ = fungsi kepadatan peluang (*probability density function*),
$F(t)$ = fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function*),
$S(t)$ = fungsi survival (*survival function*), dan
$h(t)$ = fungsi hazard (*hazard rate function*).

Agar model Weibull dapat digunakan secara tepat dalam analisis survival, terdapat beberapa asumsi dasar yang perlu dipenuhi, yaitu:

1. Waktu Ketahanan Hidup Bersifat Non-Negatif ($T \geq 0$)
   Distribusi Weibull hanya berlaku untuk waktu positif karena waktu kejadian ($t$) tidak dapat bernilai negatif. Hal ini memastikan bahwa seluruh data waktu survival logis secara matematis dan sesuai dengan konteks biologis.
   Hipotesis:

   - $H_0$: $T_i \geq 0$.
   - $H_1$: $T_i < 0$.

   Taraf Signifikan:
   Tidak ditetapkan taraf signifikansi karena pengujian bersifat pemeriksaan asumsi dan bukan uji inferensial.

   Uji Statistik:
   Pemeriksaan domain data dilakukan dengan mengevaluasi nilai minimum dari variabel waktu ketahanan hidup T.

   Kriteria Uji:
   Jika tidak terdapat min satu nilai $T_i \geq 0$, maka $H_0$ tidak ditolak. Jika terdapat min satu nilai $T_i < 0$, maka $H_0$ ditolak.

   Kesimpulan:
   Pemeriksaan dilakukan dengan memastikan seluruh nilai $T_i \geq 0$. Jika seluruh nilai waktu kejadian bernilai positif, maka asumsi terpenuhi.

2. Independensi Antar Individu Pengamatan
   Model Weibull mengasumsikan bahwa waktu survival antar individu bersifat independen, artinya kejadian pada satu individu tidak memengaruhi individu lainnya.
   Hipotesis:

   - $H_0$: Waktu survival antar individu pengamatan bersifat independen.
   - $H_1$: Waktu survival antar individu pengamatan tidak independen.

   Taraf Signifikansi:
   Tidak ditetapkan taraf signifikansi karena pengujian independensi merupakan pemeriksaan asumsi struktural data dan bukan uji statistik inferensial.

Uji Statistik:
Pemeriksaan independensi dilakukan secara struktural dengan mengevaluasi desain dan karakteristik data pengamatan.

Kriteria Uji:
Hipotesis nol ($H_0$) tidak ditolak apabila:

- setiap individu hanya memberikan satu kali pengamatan,
- tidak terdapat hubungan atau ketergantungan antar individu (misalnya keluarga, *cluster*, atau *repeated measures*),
- tidak terdapat individu yang muncul lebih dari satu kali dalam data.

Kesimpulan:
Berdasarkan struktur data, setiap individu hanya diamati satu kali dan tidak terdapat ketergantungan antar individu pengamatan. Dengan demikian, hipotesis nol ($H_0$) tidak ditolak dan asumsi independensi antar individu pengamatan terpenuhi.

3. Bentuk Fungsi Hazard Bersifat Monoton
Distribusi Weibull mengasumsikan bahwa fungsi hazard bersifat monoton terhadap waktu, yaitu dapat meningkat, menurun, atau konstan, bergantung pada nilai parameter bentuk $k$. Secara teoritis, sifat monoton tersebut ditentukan sebagai berikut:

- $k > 1$: fungsi hazard meningkat terhadap waktu,
- $k = 1$: fungsi hazard konstan,
- $k < 1$: fungsi hazard menurun terhadap waktu.

Karena nilai parameter $k$ belum diketahui sebelum proses estimasi model, maka pemeriksaan bentuk fungsi hazard tidak dapat dilakukan secara langsung. Oleh karena itu, pemeriksaan dilakukan melalui kecocokan data terhadap distribusi Weibull. Apabila data mengikuti distribusi Weibull, maka secara implisit fungsi hazard bersifat monoton.

Hipotesis:

- $H_0$: Fungsi hazard bersifat monoton terhadap waktu.
- $H_1$: Fungsi hazard tidak bersifat monoton terhadap waktu.

Taraf Signifikansi:
Tidak ditetapkan taraf signifikansi karena pengujian ini merupakan pemeriksaan asumsi grafis dan bukan uji statistik inferensial.

Uji Statistik:
Uji dilakukan menggunakan *Weibull probability plot* dengan memeriksa hubungan antara transformasi

$$\log[-\log \hat{S}(t)] \quad \text{terhadap} \quad \log(t).$$

Apabila hubungan tersebut membentuk pola garis lurus, maka data mengikuti distribusi Weibull dan fungsi hazard bersifat monoton. Berikut rumus matematisnya:

$$\hat{S}(t) = \prod_{t_j \leq t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right), \tag{II.17}$$

dengan:
$t_j$ : waktu kejadian dengan event ( s = 1)
$d_j$ : jumlah event pada waktu $t_j$
$n_j$ : jumlah individu yang masih berisiko tepat sebelum $t_j$

Langkah Pemeriksaan:

(a) Mengurutkan data berdasarkan waktu survival secara menaik.

(b) Mengidentifikasi waktu kejadian dengan event ($\delta = 1$).

(c) Menghitung nilai $n_j$ dan $d_j$ pada setiap waktu kejadian.

(d) Menghitung peluang bertahan:

$$p_j = 1 - \frac{d_j}{n_j}. \tag{II.18}$$

(e) Menghitung estimator survival kumulatif:

$$\hat{S}(t_j) = \hat{S}(t_{j-1}) \times p_j. \tag{II.19}$$

(f) Melakukan transformasi $\log(t)$ dan $\log[-\log \hat{S}(t)]$ serta memvisualisasikannya dalam bentuk grafik.

Kriteria Uji:

- Jika titik-titik pada grafik $\log[-\log \hat{S}(t)]$ terhadap $\log(t)$ berada mendekati garis lurus, maka $H_0$ tidak ditolak.
- Jika titik-titik menyebar jauh dari pola garis lurus, maka $H_0$ ditolak.

Kesimpulan:
Apabila hasil visualisasi menunjukkan pola mendekati garis lurus, maka hipotesis nol tidak ditolak dan asumsi fungsi hazard monoton terpenuhi.

4. Homogenitas Satuan Waktu
Distribusi Weibull mengasumsikan bahwa seluruh waktu survival diukur menggunakan satuan waktu yang sama, sehingga waktu kegagalan antar individu dapat dibandingkan secara konsisten. Asumsi ini diperlukan agar estimasi parameter Weibull ($\beta$ dan $\eta$) bersifat valid dan interpretasi model tidak bias.

Hipotesis:

- $H_0$: Seluruh pengamatan menggunakan satuan waktu yang homogen.
- $H_1$: Terdapat pengamatan dengan satuan waktu yang tidak homogen.

Taraf Signifikansi:
Tidak ditetapkan taraf signifikansi karena pemeriksaan homogenitas satuan waktu merupakan pemeriksaan struktural data dan bukan uji statistik inferensial.

Uji Statistik:
Pemeriksaan dilakukan secara administratif dengan meninjau definisi variabel waktu dan sumber data, yaitu memastikan bahwa seluruh waktu survival dicatat dalam satuan waktu yang sama.

Kriteria Uji:

- Jika seluruh waktu survival dicatat dalam satuan waktu yang sama, maka $H_0$ tidak ditolak.
- Jika ditemukan perbedaan satuan waktu antar pengamatan, maka $H_0$ ditolak.

Kesimpulan:
Berdasarkan definisi variabel dan sumber data, seluruh waktu survival dicatat dalam satuan waktu yang sama. Dengan demikian, hipotesis nol tidak ditolak dan asumsi homogenitas satuan waktu terpenuhi.

5. Tidak Terdapat Multikolinearitas
   Dalam model regresi Weibull, kovariat yang digunakan harus bebas dari hubungan linear yang kuat antar variabel penjelas agar estimasi parameter model bersifat stabil dan dapat diinterpretasikan dengan baik.

   Hipotesis:

   - $H_0$: Tidak terdapat multikolinearitas antar kovariat.
   - $H_1$: Terdapat multikolinearitas antar kovariat.

   Taraf Signifikansi:
   Tidak ditetapkan taraf signifikansi karena pengujian multikolinearitas dilakukan sebagai pemeriksaan asumsi model dan tidak melibatkan uji inferensial berbasis *p-value*.

   Uji Statistik:
   Pemeriksaan multikolinearitas dilakukan menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) untuk setiap kovariat.

   Nilai *Variance Inflation Factor* untuk kovariat ke-$j$ didefinisikan sebagai:

$$\mathrm{VIF}_j = \frac{1}{1 - R_j^2}, \tag{II.20}$$

   dengan:
   $\mathrm{VIF}_j$ : nilai VIF untuk variabel ke-$j$
   $R_j^2$ : koefisien determinasi dari regresi variabel $X_j$ terhadap seluruh variabel penjelas lainnya.

   Kriteria Uji:

   - Jika $\mathrm{VIF}_j < 10$ untuk seluruh kovariat, maka hipotesis nol ($H_0$) tidak ditolak.
   - Jika terdapat kovariat dengan $\mathrm{VIF}_j \geq 10$, maka hipotesis nol ($H_0$) ditolak.

Kesimpulan:
Berdasarkan hasil perhitungan nilai VIF, seluruh kovariat memiliki nilai $\text{VIF}_j < 10$. Dengan demikian, hipotesis nol ($H_0$) tidak ditolak dan dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat multikolinearitas antar kovariat dalam model regresi Weibull.

6. Pemeriksaan *Outlier*

Pemeriksaan *outlier* dilakukan untuk mengidentifikasi adanya pengamatan ekstrem yang berpotensi memengaruhi estimasi parameter, bentuk distribusi Weibull, serta kestabilan model regresi.

Hipotesis:

- $H_0$: Tidak terdapat *outlier* dalam data.
- $H_1$: Terdapat *outlier* dalam data.

Taraf Signifikansi:
Tidak ditetapkan taraf signifikansi karena pemeriksaan *outlier* bersifat diagnostik dan tidak menggunakan uji inferensial berbasis *p-value*.

Uji Statistik:
Pemeriksaan outlier dilakukan menggunakan nilai *Z-score* pada variabel waktu survival dan/atau kovariat yang digunakan dalam model. Nilai *Z-score* didefinisikan sebagai:

$$Z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}, \tag{II.21}$$

dengan:
$Z_i$ : nilai *Z-score* pengamatan ke-$i$
$x_i$ : nilai pengamatan ke-$i$
$\mu$ : rata-rata data
$\sigma$ : standar deviasi data.

Kriteria Uji:

- Jika seluruh nilai $Z$ berada dalam rentang $-3 \leq Z \leq 3$ dan tidak terdapat pola penyimpangan ekstrem pada plot terhadap waktu, maka hipotesis nol ($H_0$) tidak ditolak.
- Jika terdapat pengamatan dengan nilai $|Z| > 3$ atau pola ekstrem yang menyimpang secara jelas, maka hipotesis nol ($H_0$) ditolak.

Kesimpulan:
Berdasarkan hasil pemeriksaan nilai *Z-score* dan visualisasi data, tidak ditemukan pengamatan ekstrem yang signifikan. Dengan demikian, hipotesis nol ($H_0$) tidak ditolak dan dapat disimpulkan bahwa data tidak mengandung outlier yang memengaruhi model.

7. Kesesuaian Data terhadap Distribusi Weibull (*Goodness-of-Fit*)
   Pemilihan distribusi yang tepat dalam analisis survival diperlukan agar model mampu merepresentasikan pola waktu kejadian secara akurat. Beberapa distribusi yang umum digunakan antara lain eksponensial, Weibull, lognormal, log-logistic, dan gamma.

   Hipotesis:

   - $H_0$: Model distribusi Weibull tidak lebih baik dibandingkan model distribusi alternatif dalam menjelaskan data.
   - $H_1$: Model distribusi Weibull lebih baik dibandingkan model distribusi alternatif dalam menjelaskan data.

   Taraf Signifikansi:
   Tidak ditetapkan taraf signifikansi karena pemilihan model dilakukan berdasarkan kriteria informasi dan bukan uji hipotesis berbasis *p-value*.

   Uji Statistik:
   Pemilihan model dilakukan menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC). Model dengan nilai AIC terkecil dianggap sebagai model yang paling sesuai dengan data.

   Statistik Uji:
   Nilai AIC didefinisikan sebagai:

$$\text{AIC} = -2\ln(L) + 2k, \tag{II.22}$$

   dengan:
   $L$ : nilai maksimum fungsi likelihood
   $k$ : jumlah parameter dalam model (termasuk *intercept*).

   Kriteria Uji:

   - Jika nilai AIC distribusi Weibull merupakan yang terkecil dibandingkan distribusi lain, maka $H_0$ ditolak.

- Jika nilai AIC distribusi Weibull lebih besar atau sebanding dengan distribusi lain, maka $H_0$ tidak ditolak.

Kesimpulan:
Berdasarkan perbandingan nilai AIC, distribusi Weibull memiliki nilai AIC paling kecil dibandingkan distribusi alternatif lainnya. Dengan demikian, $H_0$ ditolak dan dapat disimpulkan bahwa distribusi Weibull merupakan model yang paling sesuai untuk memodelkan data waktu survival.

Distribusi Weibull sering diaplikasikan untuk pemodelan di berbagai bidang, antara lain bidang teknologi, meteorologi, hidrologi, kimia, kesehatan, dan lingkungan (Rinne, 2009). Pembahasan distribusi Weibull pada umumnya hanya terbatas pada penaksiran parameter dan pengujian distribusi data. Fakta di lapangan menunjukkan bahwa data respon dipengaruhi oleh faktor eksternal (*covariates*), sehingga perlu dilakukan pengembangan dari distribusi Weibull ke model distribusi yang dipengaruhi langsung oleh kovariat. Model distribusi Weibull yang dipengaruhi langsung oleh kovariat selanjutnya dinamakan Regresi Weibull.

## 2.4 Regresi Weibull

Regresi Weibull merupakan bentuk khusus dari model regresi survival parametrik, di mana fungsi hazard dasar $h_0(t)$ mengikuti distribusi Weibull. Distribusi ini banyak digunakan karena fleksibel dalam menggambarkan pola risiko yang meningkat, menurun, atau konstan terhadap waktu (Rinne,2009). Menurut Klein *et al.*((13),2014), Regresi Weibull digunakan untuk mempelajari pengaruh kovariat terhadap waktu kejadian dengan asumsi waktu survival berdistribusi Weibull.

### 2.4.1 Fungsi Dasar Distribusi Weibull

Distribusi Weibull memiliki dua parameter, yaitu:

- $k > 0$ : parameter bentuk (*shape parameter*);

- $\lambda > 0$ : parameter skala (*scale parameter*).

Fungsi kepadatan peluang (*probability density function*) Weibull didefinisikan sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k}\right], \quad t > 0. \tag{II.23}$$

Fungsi survival-nya adalah:

$$S(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k}\right]. \tag{II.24}$$

dan fungsi hazard dasarnya:

$$h_0(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1}. \tag{II.25}$$

Bentuk hazard tergantung pada nilai $k$:

- Jika $k > 1$, hazard meningkat terhadap waktu (risiko makin besar)
- Jika $k = 1$, hazard konstan
- Jika $k < 1$, hazard menurun terhadap waktu (risiko makin kecil seiring waktu).

### 2.4.2 Model Regresi Weibull

Dalam model regresi survival, efek kovariat $X = (X_1, X_2, \ldots, X_p)$ dimasukkan untuk menjelaskan variasi waktu survival antar individu. Model hazard Weibull bersyarat terhadap kovariat ditulis sebagai:

$$h(t|X) = h_0(t)\exp(X'\beta). \tag{II.26}$$

Substitusi fungsi hazard dasar Weibull $h_0(t)$ menghasilkan:

$$h(t|X) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1}\exp(X'\beta). \tag{II.27}$$

dengan:

$h(t|X)$ : fungsi hazard individu dengan kovariat $X$, yaitu tingkat risiko terjadinya kejadian pada waktu $t$

$X'\beta = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p$ : kombinasi linier antara kovariat dan koefisien regresinya

$\exp(X'\beta)$ : faktor pengali hazard dasar sesuai karakteristik individu

Berdasarkan bentuk fungsi hazard di atas, fungsi survival bersyarat terhadap kovariat dapat dituliskan sebagai berikut:

$$S(t|X) = \exp\left[-\int_0^t h(u|X)\,du\right]. \tag{II.28}$$

Substitusi bentuk hazard Weibull:

$$S(t|X) = \exp\left[-\int_0^t \frac{k}{\lambda}\left(\frac{u}{\lambda}\right)^{k-1}\exp(X'\beta)\,du\right]. \tag{II.29}$$

Karena $\exp(X'\beta)$ tidak bergantung pada $u$, faktor ini dapat dikeluarkan dari integral:

$$S(t|X) = \exp\left[-\exp(X'\beta)\int_0^t \frac{k}{\lambda}\left(\frac{u}{\lambda}\right)^{k-1}\,du\right]. \tag{II.30}$$

Integral di dalamnya adalah:

$$\begin{aligned}\int_0^t \frac{k}{\lambda}\left(\frac{u}{\lambda}\right)^{k-1}du &= \frac{k}{\lambda^k}\int_0^t u^{k-1}\,du \\ &= \frac{k}{\lambda^k}\cdot\frac{t^k}{k} \\ &= \left(\frac{t}{\lambda}\right)^k. \end{aligned} \tag{II.31}$$

Substitusikan kembali ke fungsi survival:

$$S(t|X) = \exp\left[-\exp(X'\beta)\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k\right]. \tag{II.32}$$

dengan:

$S(t|X)$ : fungsi survival bersyarat terhadap kovariat, yaitu peluang individu dengan karakteristik $X$ masih bertahan hingga waktu $t$

$\exp(X'\beta)$ : efek kovariat terhadap percepatan atau perlambatan waktu kejadian (semakin besar nilainya, semakin cepat kejadian terjadi)

$\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k$ : fungsi kumulatif hazard Weibull yang menunjukkan total risiko hingga waktu $t$.

Berdasarkan hubungan antara fungsi hazard dan fungsi survival, fungsi kepadatan Weibull dengan kovariat diturunkan dari hubungan dasar $f(t|X) = h(t|X)S(t|X)$ sebagai berikut:

$$f(t|X) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1}\exp(X'\beta)\exp\left[-\exp(X'\beta)\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k\right]. \tag{II.33}$$

dengan:

$f(t|X)$ : fungsi kepadatan peluang waktu kejadian untuk individu dengan kovariat $X$

$\frac{k}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1}\exp(X'\beta)$ : menggambarkan laju kejadian sesaat

$\exp\left[-\exp(X'\beta)\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k\right]$ : menggambarkan probabilitas masih bertahan sampai waktu $t$

Parameter bentuk ($k$) : menentukan arah perubahan hazard terhadap waktu. Jika $k > 1$ (hazard meningkat), $k < 1$ (hazard menurun), dan $k = 1$ (hazard konstan)

Parameter skala ($\lambda$) : mengontrol skala waktu pengamatan; nilai besar menunjukkan waktu survival lebih panjang

Koefisien regresi ($\beta_j$) : menunjukkan besar dan arah pengaruh kovariat $X_j$ terhadap hazard

Rasio hazard ($\exp(\beta_j)$) : menunjukkan perubahan risiko relatif akibat perubahan satu unit pada $X_j$

Secara keseluruhan, regresi Weibull merupakan bentuk khusus dari regresi survival parametrik yang mengasumsikan bahwa waktu kejadian (*time-to-event*) mengikuti distribusi Weibull. Dengan demikian, penelitian ini tetap berada dalam kerangka analisis regresi survival, namun dengan fokus pada model Weibull sebagai distribusi dasar fungsi hazard-nya. Model ini memungkinkan pengaruh kovariat terhadap waktu kejadian dimasukkan secara eksplisit melalui fungsi hazard dan fungsi survival.

Pendekatan Bayesian digunakan dalam penelitian ini untuk mengestimasi parameter model Weibull secara lebih fleksibel dan akurat, terutama pada data yang bersifat tersensor atau berukuran sampel kecil. Dengan menggabungkan informasi awal (prior) dan informasi dari data (*likelihood*), pendekatan Bayesian menghasilkan distribusi posterior yang mencerminkan ketidakpastian parameter secara penuh. Kombinasi antara model Weibull dan metode Bayesian inilah yang disebut sebagai **Regresi Survival Distribusi Weibull dengan Pendekatan Bayesian**, yang menjadi dasar analisis pada penelitian ini.

## 2.5 Pendekatan Bayesian

Pendekatan Bayesian merupakan metode inferensi statistik yang menggabungkan informasi awal (prior) dengan informasi dari data (*likelihood*) untuk menghasilkan distribusi posterior dari parameter model. Berbeda dengan metode klasik seperti *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang hanya menghasilkan satu estimasi titik, pendekatan Bayesian memberikan distribusi probabilistik penuh dari parameter, sehingga ketidakpastian hasil dapat diperhitungkan secara eksplisit. Dalam konteks analisis survival, pendekatan Bayesian sangat berguna karena dapat menangani data tersensor, bekerja optimal pada ukuran sampel kecil, dan fleksibel dalam menggabungkan informasi sebelumnya melalui prior.

Pendekatan ini banyak digunakan dalam regresi survival parametrik, khususnya model Weibull, untuk memperkirakan parameter bentuk ($k$), skala ($\lambda$), dan koefisien regresi ($\beta$) berdasarkan informasi data dan keyakinan awal.

Pendekatan Bayesian didasarkan pada Teorema Bayes:

$$p(\theta|D) = \frac{p(D|\theta)\, p(\theta)}{p(D)}, \tag{II.34}$$

dengan:

$\theta$ : parameter yang ingin diestimasi $(k, \lambda, \beta)$

$D$ : data yang diamati (observasi waktu survival, kovariat, dan sebagainya

$p(\theta|D)$ : distribusi posterior parameter $\theta$ setelah mengamati data $D$ (pengetahuan baru)

$p(D|\theta)$ : fungsi likelihood, yaitu peluang mengamati data $D$ untuk nilai parameter tertentu

$p(\theta)$ : prior, yaitu keyakinan awal terhadap parameter sebelum melihat data

$p(D)$ : konstanta normalisasi atau marginal likelihood.

### 2.5.1 Model Regresi Weibull Bayesian

Pada model regresi survival parametrik dengan distribusi Weibull, fungsi hazard bersyarat terhadap kovariat $X$ dan parameter $\theta = (\lambda, k, \beta)$ ditulis sebagai:

$$h(t_i|X_i, \theta) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k-1} \exp(\mathbf{X}_i'\boldsymbol{\beta}). \tag{II.35}$$

dan fungsi survival-nya:

$$S(t_i \mid X_i, \boldsymbol{\theta}) = \exp\left[-\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k} \exp(\mathbf{X}_i'\boldsymbol{\beta})\right]. \tag{II.36}$$

Untuk data ke-$i$, dengan $s_i = 1$ menandakan kejadian (event) terjadi dan $s_i = 0$ menunjukkan data tersensor, fungsi *likelihood* total dari $n$ individu adalah:

$$L(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) = \prod_{i=1}^{n} [h(t_i|X_i, \theta)]^{s_i} [S(t_i|X_i, \theta)]^{1-s_i}. \tag{II.37}$$

Bentuk *likelihood* inilah yang digunakan untuk membangun distribusi posterior dalam model Bayesian (Wuryandari,2020).

### 2.5.2 Distribusi Prior

Sebelum menghitung posterior, perlu ditentukan distribusi prior untuk setiap parameter:

- Koefisien regresi ($\beta$) mengikuti prior distribusi Normal lemah:

$$\beta_j \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

$$p(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{j=0}^{X_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\beta_j^2}{2\sigma^2}\right). \tag{II.38}$$

$$\log p(\boldsymbol{\beta}) = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=0}^{X_i} \beta_j^2 + C_1. \tag{II.39}$$

- Parameter bentuk ($k$) dan skala ($\lambda$) mengikuti prior distribusi Gamma karena bernilai positif:

$$k \sim \text{Gamma}(a_k, b_k), \qquad \lambda \sim \text{Gamma}(a_\lambda, b_\lambda)$$

$$\log p(k) = (a_k - 1) \log k - b_k\, k + C_2. \tag{II.40}$$

$$\log p(\lambda) = (a_\lambda - 1) \log \lambda - b_\lambda\, \lambda + C_3. \tag{II.41}$$

### 2.5.3 Fungsi *Likelihood*

Fungsi *likelihood* merupakan dasar utama dalam inferensi Bayesian, yang menggambarkan peluang terjadinya data yang diamati ($D$) diberikan parameter model $(\lambda, k, \beta)$. Pada analisis survival, data yang digunakan biasanya terdiri dari waktu survival ($t_i$), indikator sensor ($s_i$), dan kovariat ($X_i$) untuk setiap individu ke-$i$. Nilai $s_i = 1$ menunjukkan bahwa peristiwa (*event*) telah terjadi, sedangkan $s_i = 0$ menunjukkan bahwa data tersebut tersensor. Secara umum, fungsi *likelihood* untuk data survival tersensor dapat ditulis sebagai berikut:

$$L(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) = \prod_{i=1}^{n} [f(t_i)]^{s_i} [S(t_i)]^{1-s_i}, \tag{II.42}$$

dengan:

- $f(t_i)$ : fungsi kepadatan peluang (PDF) dari waktu survival $t_i$,
- $S(t_i)$ : fungsi survival pada waktu $t_i$,
- $s_i$ : indikator sensor untuk individu ke-$i$.

Berdasarkan model Weibull dengan kovariat, fungsi kepadatan peluang dan fungsi survival berturut-turut diberikan oleh:

$$f(t_i|X_i) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k-1} \exp(X_i'\beta) \exp\left[-\exp(X_i'\beta)\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k}\right]. \tag{II.43}$$

$$S(t_i|X_i) = \exp\left[-\exp(X_i'\beta)\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k}\right]. \tag{II.44}$$

Dengan mensubstitusikan $f(t_i)$ dan $S(t_i)$ ke dalam Persamaan $(II.2)$, diperoleh fungsi *likelihood* model regresi Weibull sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \log L(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) = &\sum_{i=1}^{n} s_i \left[\log k - \log \lambda + (k-1)\log t_i + X_i'\beta\right] \\ &- \sum_{i=1}^{n} \exp(X_i'\beta)\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k}. \end{aligned} \tag{II.45}$$

Selanjutnya, dengan menggabungkan komponen eksponensial yang memiliki pangkat sama, diperoleh bentuk sederhana:

$$L(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) = \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{k}{\lambda}\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k-1} \exp(X_i'\beta)\right]^{s_i} \exp\left[-\exp(X_i'\beta)\left(\frac{t_i}{\lambda}\right)^{k}\right]. \tag{II.46}$$

Dengan demikian, fungsi *likelihood* untuk model regresi Weibull dengan data tersensor dapat ditulis secara eksplisit sebagai:

$$L(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) = \prod_{i=1}^{n} \left[ \frac{k}{\lambda} t_i^{k-1} \lambda^{-k+1} \exp(X_i' \beta) \right]^{s_i} \exp \left[ -\exp(X_i' \beta) \left( \frac{t_i}{\lambda} \right)^{k} \right]. \tag{II.47}$$

Untuk mempermudah perhitungan pada proses estimasi Bayesian, fungsi *likelihood* biasanya diubah menjadi bentuk *log-likelihood*:

$$\begin{aligned} \log L(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) = & \sum_{i=1}^{n} s_i \left[ \log k - \log \lambda + (k-1) \log t_i + X_i' \boldsymbol{\beta} \right] \\ & - \sum_{i=1}^{n} \exp(X_i' \boldsymbol{\beta}) \left( \frac{t_i}{\lambda} \right)^{k}. \end{aligned} \tag{II.48}$$

Persamaan $(II.28)$ merupakan bentuk *log-likelihood* dari model regresi Weibull yang digunakan dalam pendekatan Bayesian. Nilai parameter $\lambda$, $k$, dan $\beta$ kemudian diestimasi berdasarkan distribusi posterior yang diperoleh dari kombinasi fungsi prior dan *likelihood* sesuai Teorema Bayes.

### 2.5.4 Posterior

Dalam pendekatan Bayesian, inferensi parameter didasarkan pada distribusi posterior yang diperoleh dari penggabungan informasi data dan informasi awal (prior). Untuk parameter

$$\boldsymbol{\theta} = (\lambda, k, \boldsymbol{\beta}),$$

distribusi posterior dinyatakan sebagai berikut :

$$p(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) \propto L(D \mid \lambda, k, \boldsymbol{\beta})\, p(\lambda)\, p(k)\, p(\boldsymbol{\beta}). \tag{II.49}$$

Distribusi posterior merepresentasikan ketidakpastian parameter setelah mempertimbangkan data pengamatan. Pada model Weibull dengan kovariat, distribusi posterior umumnya tidak memiliki bentuk tertutup secara analitik karena melibatkan beberapa parameter yang saling bergantung secara nonlinier. Akibatnya, perhitungan nilai harapan dan interval kepercayaan posterior tidak dapat dilakukan secara langsung melalui integrasi analitik.

### 2.5.5 Estimasi Parameter

Karena distribusi posterior tidak memiliki bentuk tertutup, estimasi parameter dilakukan menggunakan metode numerik, khususnya *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Metode MCMC digunakan untuk menghasilkan sampel dari distribusi posterior dengan membangun suatu rantai Markov yang memiliki distribusi stasioner sama dengan distribusi posterior target. MCMC memungkinkan pengambilan sampel dari distribusi posterior dengan cara membentuk rantai Markov yang pada akhirnya konvergen ke distribusi target. Dengan demikian, nilai-nilai parameter dapat diestimasi berdasarkan rata-rata dari sampel posterior tersebut. Algoritma MCMC yang umum digunakan antara lain *Metropolis–Hastings* dan *Gibbs Sampling*, yang keduanya berfungsi untuk menghasilkan nilai-nilai parameter yang mengikuti distribusi posterior secara bertahap sampai mencapai kestabilan (Gelman et al., 2013). Hasil estimasi Bayesian berupa nilai rata-rata posterior, median posterior, dan *credible interval* (misalnya 95% CI) untuk setiap parameter (Lukitasari et al.,2015.

dengan:

| | |
|---|---|
| Parameter bentuk ($k$) | : menunjukkan arah perubahan risiko terhadap waktu. Jika $k > 1$, risiko meningkat; jika $k < 1$, risiko menurun; dan jika $k = 1$, risiko konstan |
| Parameter skala ($\lambda$) | : merepresentasikan lamanya waktu survival; semakin besar nilai $\lambda$, semakin panjang waktu ketahanan hidup |
| Koefisien regresi ($\beta_j$) | : menunjukkan pengaruh kovariat $X_j$ terhadap risiko kejadian.Jika $\beta_j > 0$, peningkatan $X_j$ meningkatkan risiko kejadian, sedangkan jika $\beta_j < 0$, peningkatan $X_j$ menurunkan risiko kejadian.Nilai $\exp(\beta_j)$ mengindikasikan rasio hazard antara dua individu dengan perbedaan satu unit pada kovariat $X_j$. |

#### Mekanisme Terima–Tolak *Metropolis–Hastings*

Karena distribusi posterior $p(\boldsymbol{\beta}, k, \lambda \mid D)$ tidak memiliki bentuk tertutup, maka digunakan algoritma *Metropolis–Hastings* (MH) untuk membangkitkan sampel parameter secara iteratif.

Misalkan pada iterasi ke-$(m-1)$ parameter bernilai $\boldsymbol{\theta}^{(m-1)} = (\boldsymbol{\beta}^{(m-1)}, k^{(m-1)}, \lambda^{(m-1)})$. Selanjutnya dibangkitkan parameter proposal $\boldsymbol{\theta}^* = (\boldsymbol{\beta}^*, k^*, \lambda^*)$ dari distribusi proposal $q(\boldsymbol{\theta}^* \mid \boldsymbol{\theta}^{(m-1)})$. Rasio penerimaan didefinisikan sebagai berikut:

$$\alpha = \min\left\{1, \frac{p(\boldsymbol{\theta}^* \mid D)}{p(\boldsymbol{\theta}^{(m-1)} \mid D)}\right\}, \tag{II.50}$$

dengan asumsi distribusi proposal bersifat simetris.Dalam praktik, perhitungan dilakukan dalam skala logaritmik, sehingga

$$\log \alpha = \log p(\boldsymbol{\theta}^* \mid D) - \log p(\boldsymbol{\theta}^{(m-1)} \mid D), \tag{II.51}$$

dengan:

$$\log p(\boldsymbol{\theta} \mid D) = \log L(\lambda, k, \boldsymbol{\beta} \mid D) + \log p(\boldsymbol{\beta}) + \log p(k) + \log p(\lambda). \tag{II.52}$$

Selanjutnya dibangkitkan bilangan acak $u \sim \text{Uniform}(0,1)$. Parameter proposal diterima apabila

$$\log u \leq \log \alpha, \tag{II.53}$$

dan ditolak apabila sebaliknya. Jika proposal ditolak, maka $\boldsymbol{\theta}^{(m)} = \boldsymbol{\theta}^{(m-1)}$. Penolakan pada iterasi tertentu merupakan bagian alami dari algoritma *Metropolis–Hastings* dan tidak memengaruhi konvergensi rantai Markov menuju distribusi posterior target.

### 2.5.6 Keunggulan Pendekatan Bayesian

Berdasarkan hasil penelitian oleh Klein *et al.* (2014) dan Jurnal Utama (2021), pendekatan Bayesian memiliki sejumlah keunggulan dibandingkan metode klasik:

- Dapat menangani data tersensor dengan baik.
- Memungkinkan penggunaan informasi awal (prior) dalam estimasi parameter.
- Memberikan hasil estimasi yang stabil meskipun ukuran sampel kecil.

- Menghasilkan distribusi posterior yang menggambarkan ketidakpastian parameter secara penuh.
- Cocok untuk model survival kompleks seperti model hierarkis atau multilevel.

Pendekatan Bayesian dalam Regresi Weibull merupakan metode yang kuat untuk menganalisis data survival dengan kovariat. Dengan menggabungkan informasi dari data dan prior, pendekatan ini menghasilkan estimasi parameter yang lebih stabil dan interpretatif, terutama pada data yang mengandung penyensoran tinggi seperti pada kasus ketahanan hidup pasien penyakit jantung koroner. Inferensi dilakukan berdasarkan distribusi posterior yang diperoleh melalui algoritma MCMC, dan hasilnya dapat dinyatakan dalam bentuk *credible interval* sebagai ukuran ketepatan estimasi (Mahmudah & Sukono,2020).

## 2.6 Penyakit Jantung Koroner

Penyakit jantung koroner (PJK) adalah gangguan pada jantung yang disebabkan oleh penyempitan atau penyumbatan arteri koroner akibat proses aterosklerosis, yaitu penumpukan plak lemak pada dinding pembuluh darah arteri. Kondisi ini menghambat aliran darah dan oksigen menuju otot jantung, yang dapat menimbulkan gejala berupa nyeri dada atau angina, sesak napas, hingga serangan jantung (AHA, 2019).

Faktor risiko utama PJK meliputi hipertensi, kadar kolesterol tinggi, diabetes melitus, obesitas, kebiasaan merokok, kurangnya aktivitas fisik, stres kronis, serta faktor usia dan genetik (AHA, 2019). Gaya hidup modern, seperti konsumsi makanan cepat saji tinggi lemak, kurang olahraga, serta pola hidup sedentari, semakin meningkatkan prevalensi penyakit ini (WHO, 2021).

Secara global, PJK merupakan penyebab utama kematian di dunia, dengan lebih dari 7,4 juta kematian per tahun atau sekitar 16% dari total kematian global (WHO, 2021). Di Indonesia, prevalensi PJK berdasarkan diagnosis dokter mencapai 1,5% populasi atau sekitar 2,7 juta orang, dan menjadi penyebab kematian tertinggi dengan kontribusi lebih dari 13% terhadap seluruh kematian nasional (Kemenkes RI, 2019; GBD, 2019).

Dari sisi ekonomi, beban biaya pengobatan PJK juga sangat besar. Berdasarkan laporan BPJS Kesehatan (2020), total pembiayaan untuk penyakit jantung mencapai Rp 10,5 triliun pada tahun 2019, menjadikannya salah satu penyebab terbesar pengeluaran dalam program Jaminan Kesehatan Nasional. Dengan tingginya angka kejadian dan kematian akibat PJK, penelitian mengenai ketahanan hidup pasien menjadi sangat penting. Analisis survival memberikan pemahaman tentang peluang bertahan hidup pasien setelah serangan atau perawatan awal.

# BAB III

# METODOLOGI PENELITIAN

## 3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil 2025/2026 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung. Lokasi bertempat di Jalan Prof. Dr. Soemantri Brojonegoro No.1, Gedong Meneng, Bandar Lampung.

## 3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang bersumber dari penelitian yang dilakukan oleh Nurul Maulidya Al-Izani (Al-Izani, 2022) yaitu rekam medis pasien penderita Penyakit Jantung Koroner (PJK) di Rumah Sakit Pelamonia Makassar tahun 2021. Jumlah sampel yang digunakan sebanyak 40 pasien penderita PJK. Data penelitian terdiri atas variabel dependen dan variabel independen berikut penjelasannya ;

- Y = Lama ketahanan hidup pasien penyakit jantung koroner (PJK), yaitu waktu yang dihitung sejak pasien didiagnosis hingga terjadinya peristiwa (meninggal) atau sensor (masih hidup pada akhir pengamatan).
- $X_1$ = Usia pasien (tahun), dihitung sejak tanggal lahir hingga waktu pengamatan. Usia merupakan salah satu faktor risiko utama PJK karena berkaitan dengan penurunan fungsi kardiovaskular dan elastisitas pembuluh darah.

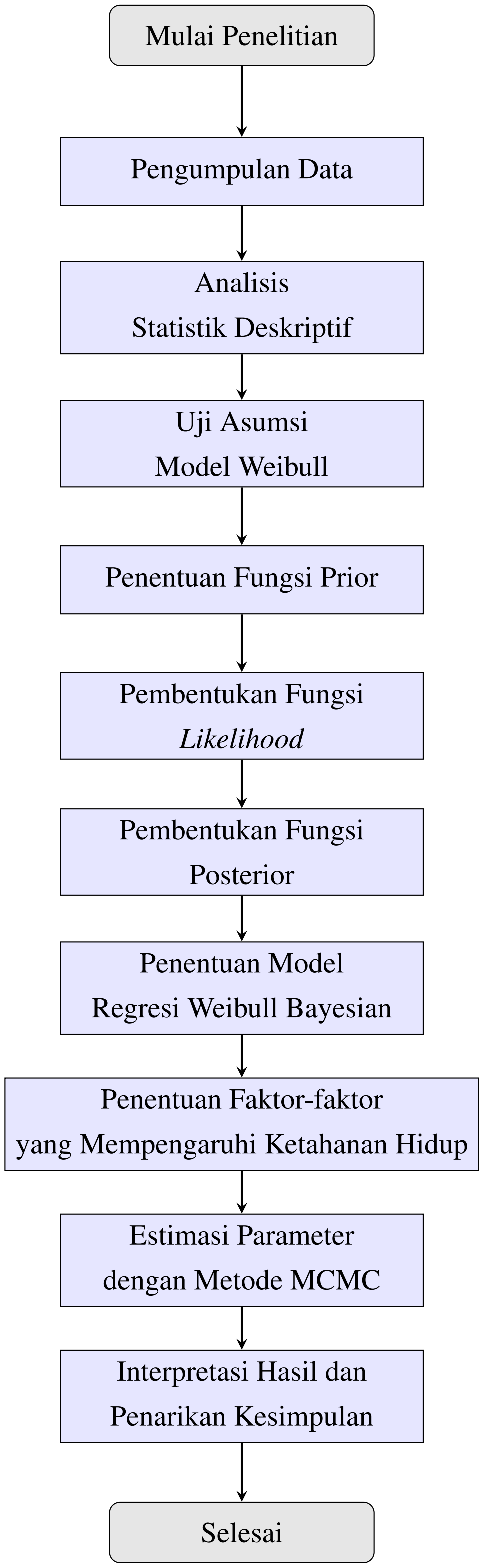
- $X_2$ = Jenis kelamin pasien sebagaimana tercatat dalam data medis. Jenis kelamin merupakan variabel nominal yang berpotensi memengaruhi risiko PJK, dengan 1 menunjukkan laki-laki dan 0 menunjukkan perempuan.
- $X_3$ = Kadar *Low Density Lipoprotein* (LDL) pasien (mg/dL). LDL dikenal sebagai kolesterol "jahat" karena dapat menyebabkan penumpukan plak pada dinding arteri yang memicu aterosklerosis dan meningkatkan risiko PJK.
- $X_4$ = Indeks Massa Tubuh (IMT) pasien (kg/m$^2$), dihitung dari perbandingan antara berat badan dan kuadrat tinggi badan. IMT digunakan untuk menilai status gizi; nilai yang tinggi menandakan obesitas yang merupakan faktor risiko PJK.
- $X_5$ = Tekanan darah sistolik (mmHg), yaitu tekanan maksimum dalam arteri ketika jantung berkontraksi (memompa darah keluar). Nilai yang tinggi menunjukkan hipertensi sistolik yang dapat memperberat kerja jantung dan meningkatkan risiko komplikasi kardiovaskular.
- $X_6$ = Tekanan darah diastolik (mmHg), yaitu tekanan minimum dalam arteri ketika jantung berelaksasi di antara dua denyut. Nilai diastolik yang tinggi menunjukkan peningkatan resistensi pembuluh darah dan berhubungan dengan peningkatan risiko PJK.

## 3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode Analisis Regresi Survival parametrik distribusi Weibull dengan pendekatan Bayesian. Metode ini digunakan untuk memodelkan hubungan antara waktu ketahanan hidup pasien penderita Penyakit Jantung Koroner (PJK) dengan beberapa faktor klinis seperti usia, jenis kelamin, kadar LDL, indeks massa tubuh (IMT), dan tekanan darah sistolik serta diastolik.

Pendekatan Bayesian dipilih karena mampu memberikan hasil estimasi yang lebih stabil dan fleksibel dibandingkan metode klasik, terutama pada data dengan jumlah sampel kecil dan tingkat penyensoran yang tinggi. Melalui pendekatan ini, setiap parameter model diestimasi secara probabilistik melalui distribusi posterior yang mencerminkan tingkat keyakinan terhadap nilai parameter setelah mempertimbangkan data yang diamati. Langkah-langkah penelitian secara sistematis dijelaskan sebagai berikut:

1. Analisis statistik deskriptif
2. Uji asumsi model Weibull, meliputi:
    - Waktu ketahanan hidup bersifat non-negatif
    - Independensi antar individu pengamatan
    - Bentuk fungsi hazard bersifat monoton
    - Homogenitas satuan waktu
    - Tidak terdapat multikolinearitas antar kovariat
    - Pemeriksaan outlier pada data survival
    - Kesesuaian data *(goodness-of-fit)*
3. Penentuan fungsi prior
4. Pembentukan fungsi *likelihood*
5. Pembentukan posterior
6. Penentuan model regresi Weibull Bayesian
7. Penentuan faktor-faktor yang mempengaruhi ketahanan hidup
8. Estimasi parameter dengan metode MCMC
9. Interpretasi hasil dan penarikan kesimpulan




Gambar 1 Diagram Alur Metode Penelitian

# BAB V

# KESIMPULAN DAN SARAN

## 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis, kesimpulan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model regresi survival distribusi Weibull pada data waktu rawat inap pasien penyakit jantung koroner adalah:

   Fungsi hazard :

   $$\hat{h}(t \mid X) = \tfrac{1}{4}\exp\left(\begin{matrix} -0,00021 + 0,00085X_1 - 0,00025X_2 - 0,00634X_3 \\ -0,00110X_4 - 0,00426X_5 - 0,00166X_6 \end{matrix}\right).$$

   Fungsi survival :

   $$\hat{S}(t \mid X) = \exp\left\{-\tfrac{t}{4}\exp\left(\begin{matrix} -0,00021 + 0,00085X_1 - 0,00025X_2 - 0,00634X_3 \\ -0,00110X_4 - 0,00426X_5 - 0,00166X_6 \end{matrix}\right)\right\}.$$

2. Kovariat $X_1$ (gender) memiliki koefisien positif, menunjukkan pengaruh positif terhadap hazard. Artinya, peningkatan nilai $X_1$ meningkatkan hazard, sehingga risiko kejadian lebih tinggi, waktu rawat inap lebih singkat, dan kurva survival menurun lebih cepat (peluang bertahan hidup lebih rendah). Sebaliknya, $X_2$ (usia), $X_3$ (LDL), $X_4$ (IMT), $X_5$ (tekanan sistolik), dan $X_6$ (tekanan diastolik) memiliki koefisien negatif, menunjukkan pengaruh negatif terhadap hazard. Artinya, peningkatan nilai kovariat-kovariat ini menurunkan hazard, sehingga risiko kejadian lebih rendah, waktu rawat inap lebih panjang, dan kurva survival menurun lebih lambat (peluang bertahan hidup lebih tinggi). Namun, selang kepercayaan 95% untuk semua parameter mencakup nol, sehingga tidak terdapat bukti signifikan bahwa kovariat-kovariat tersebut memengaruhi ketahanan hidup

pasien pada sampel ini. Dengan demikian, meskipun arah pengaruh sesuai dengan ekspektasi, efeknya tidak cukup kuat untuk disimpulkan secara statistik.

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut:

1. Disarankan untuk memasukkan kovariat tambahan, seperti gaya hidup, kebiasaan merokok, stres, dan riwayat penyakit lain, agar model dapat menjelaskan variasi waktu survival secara lebih komprehensif.
2. Penerapan pendekatan Bayesian tetap direkomendasikan karena mampu menangani data tersensor dan memberikan estimasi posterior yang informatif.
3. Penelitian lanjutan dengan sampel lebih besar atau pada rumah sakit lain disarankan untuk meningkatkan generalisasi hasil dan validitas model Weibull Bayesian.

# DAFTAR PUSTAKA

Al-Izani, N. M. (2022). *Analisis Survival Pasien Penderita Penyakit Jantung Koroner di RS Pelamonia dengan Menggunakan Model Bayesian Cox Proportional Hazard*. Skripsi. Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar.

American Heart Association (AHA). (2019). *Heart Disease and Stroke Statistics—2019 Update*. *Circulation*, 139(10), 56–528.

Aswi, A., Iriawan, N., Lee, M. H., & Nur, F. (2020). *Analisis Survival: Teori dan Aplikasi*. Makassar: Nas Media Pustaka.

BPJS Kesehatan. (2020). *Laporan Pengelolaan Program dan Laporan Keuangan JKN 2019*. Jakarta: BPJS Kesehatan.

Cahyani, W. W., & Rakhmawati, F. (2024). Analisis Survival Menggunakan Regresi Weibull pada Laju Kesembuhan Pasien Jantung Koroner. *Sains dan Matematika*, 9(2), 39–45.

Cox, D. R. (1972). Regression models and life-tables. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 34(2), 187–220.

Francis, B., & Lawless, J. F. (1983). Statistical Models and Methods for Lifetime Data. In *Biometrics* (Vol. 39, Issue 3). https://doi.org/10.2307/2531129

GBD 2019 Diseases and Injuries Collaborators. (2020). Global burden of 369 diseases and injuries in 204 countries and territories, 1990–2019: A systematic analysis for the Global Burden of Disease Study 2019. *The Lancet*, 396(10258), 1204–1222.

Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2013). *Bayesian Data Analysis* (3rd ed.). Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.

Ibrahim, J. G., Chen, M. H., & Sinha, D. (2001). *Bayesian Survival Analysis*. Springer, New York.

Kaplan, E. L., & Meier, P. (1958). Nonparametric estimation from incomplete observations. *Journal of the American Statistical Association*, 53(282), 457–481.

Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (Kemenkes RI). (2019). *Laporan Nasional RISKESDAS 2018*. Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan, Jakarta.

Klein, J. P., & Klein, M. (2014). *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data* (3rd ed.). Springer, New York.

Kleinbaum, D. G., & Klein, M. (2012). *Survival Analysis: A Self-Learning Text* (3rd ed.). Springer, New York.

Komárek, A. (2025). *Package 'bayesSurv': Bayesian Survival Regression with Flexible Error and Random Effects Distributions* (Version 3.8) [Computer software]. CRAN - Comprehensive R Archive Network. Available at: `https://cran.r-project.org/package=bayesSurv`

Lawless, J. F. (1982). *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. New York: John Wiley & Sons.

Lee, E. T., & Wang, J. W. (2003). *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Lukitasari, A. D., Setiawan, A., & Sasongko, L. R. (2015). Bayesian Survival Analysis Untuk Mengestimasi Parameter Model Weibull-Regression Pada Kasus Ketahanan Hidup Pasien Penderita Jantung Koroner. *Jurnal Dinamika Matematika dan Komputasi (JdC)*, 4(1), 27–35.

Mahmudah, I., & Sukono, S. (2020). Pendekatan Bayesian pada Model Survival Weibull untuk Data Tersensor. *Jurnal Matematika dan Sains*, 25(3), 211–220.

Pratiwi, D. I., Wuryandari, T., & Sudarno. (2015). Penggunaan Analisis Ketahanan Hidup untuk Penentuan Periode Garansi dan Harga Produk pada Data Waktu Hidup Lampu Neon. *Jurnal Gaussian*, 4(3), 463–476.

Rinne, H. (2009). *The Weibull Distribution: A Handbook*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

Sanusi, W., Sukarna, & Nurwakia. (2018). Analisis Survival Weibull dengan Pendekatan Bayesian (Studi Kasus Pasien Penderita Penyakit Demam Berdarah Dengue di RSUD Haji Kota Makassar). *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics (JMathCoS)*, 1(2), 108–114.

SKI. (2023). *Survei Kesehatan Indonesia 2023*. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.

Sukarna, W. S., Herrhyanto, N., & Agustina, F. (2020). Distribusi Weibull–Normal–Log–Logistik dan Aplikasinya pada Data Waktu Bertahan Hidup Pasien Penderita Jantung Koroner yang Diberikan Treatment Bypass. *Eureka Matika*, 8(1), 100–112.

Tahir, M. H., Mansoor, M., Zubair, M., & Hamedani, G. G. (2014). McDonald log-logistic distribution with an application to breast cancer data. *Journal of Statistical Theory and Applications*, 13(1), 65–82.

Vehtari, A., Gelman, A., & Gabry, J. (2017). Practical Bayesian model evaluation using leave-one-out cross-validation and WAIC. *Statistics and Computing*, 27(5), 1413–1432.

Vehtari, A., Gelman, A., Simpson, D., Carpenter, B., & Bürkner, P.-C. (2021). *Rank-normalization, folding, and localization: An improved $\hat{R}$ for assessing convergence of MCMC (with discussion)*. Bayesian Analysis, 16(2), 667–718.

World Health Organization (WHO). (2021). *Cardiovascular diseases (CVDs) fact sheet*. Retrieved from `https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)`

World Health Organization (WHO). (2023). *Cardiovascular diseases (CVDs)*. Retrieved from `https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)`

Wuryandari, D. A. (2020). Analisis Regresi Survival dengan Model Proportional Hazard. *Jurnal Statistika dan Aplikasi*, 9(1), 45–56.