APLIKASI *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (GWNBR) DALAM MEMODELKAN FAKTOR KOMPLIKASI PADA IBU HAMIL DI PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2024

(Skripsi)

Oleh

NOVI LIA KARTIKA
NPM. 2217031109

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

ABSTRACT

APPLICATION OF GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION (GWNBR) IN MODELING COMPLICATION FACTORS IN PREGNANT WOMEN IN LAMPUNG PROVINCE IN 2024

By

Novi Lia Kartika

Complications during pregnancy pose a serious risk to both the mother and the fetus. Globally, more than 700 women die every day due to pregnancy complications (WHO, 2023). The maternal mortality rate in Indonesia is 140 deaths per 100,000 live births. This figure is still far from the *Sustainable Development Goals* (SDGs) target of reducing the maternal mortality rate to 70 cases per 100,000 live births by 2030. In Lampung Province, 28,847 pregnant women experienced complications, with a maternal mortality ratio of 71 per 100,000 live births. The data on the number of complication cases among pregnant women is count data that often exhibits overdispersion, meaning the variance of the data is greater than its mean. To address this issue, an analysis was conducted on the factors influencing complications in pregnant women in Lampung Province using the *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) method; this method is capable of addressing overdispersion and accounting for spatial aspects between regions, such as spatial heterogeneity. The analysis results show that the AIC value for the GWNBR method is the smallest at 247.84 and the *McFadden's R-Squared* is 89%. Factors that significantly influence complications in pregnant women include pregnant women suffering from chronic energy deficiency (KEK), the percentage of pregnant women receiving iron supplements (TTD), the percentage of basic health services for mothers and children (Posyandu), the percentage of pregnant women receiving tetanus-diphtheria (Td 2) immunization, and the percentage of pregnant women attending *Antenatal Care* (K6) visits.

Keywords: *Pregnancy Complications, Overdispersion, Negative Binomial Regression, GWNBR.*

ABSTRAK

APLIKASI *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (GWNBR) DALAM MEMODELKAN FAKTOR KOMPLIKASI PADA IBU HAMIL DI PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2024

Oleh

Novi Lia Kartika

Komplikasi pada ibu hamil merupakan kondisi berbahaya bagi ibu serta janin. Secara global lebih dari 700 wanita meninggal dunia setiap hari karena komplikasi kehamilan (WHO, 2023). Angka Kematian ibu di Indonesia yaitu sebanyak 140 ibu meninggal per 100.000 kelahiran hidup. Angka tersebut masih jauh dari target *Sustainable Development Goals* (SDGs) dalam menurunkan angka kematian ibu hingga 70 kasus per 100.000 kelahiran hidup di tahun 2030. Di Provinsi Lampung, tercatat 28.847 ibu hamil mengalami komplikasi, dengan rasio kematian ibu mencapai 71 per 100.000 kelahiran hidup. Data jumlah kasus komplikasi pada ibu hamil merupakan data cacah yang sering kali menunjukkan gejala overdispersi, yaitu varians data lebih besar dari pada rata-ratanya. Dari permasalahan tersebut, dilakukan analisis mengenai faktor-faktor yang memengaruhi komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung menggunakan metode *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR), metode ini mampu mengatasi overdispersi dan mempertimbangkan aspek spasial antar wilayah seperti heterogenitas spasial. Hasil analisis menunjukkan bahwa nilai AIC metode GWNBR adalah yang terkecil yaitu sebesar 247,84 dan *McFadden's R-Squared* sebesar 89%. Faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap kasus komplikasi pada ibu hamil meliputi ibu hamil yang mengalami kurang energi kronis (KEK), persentase ibu hamil yang mendapat tablet tambah darah (TTD), persentase pelayanan kesehatan dasar bagi ibu dan anak (Posyandu), persentase ibu hamil yang mendapat imunisasi tetanus difteri (Td 2), dan persentase ibu hamil yang melakukan kunjungan *Antenatal Care* (K6).

Kata Kunci: *Komplikasi Ibu Hamil, Overdispersi, Regresi Binomial Negatif, GWNBR.*

APLIKASI *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (GWNBR) DALAM MEMODELKAN FAKTOR KOMPLIKASI PADA IBU HAMIL DI PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2024

NOVI LIA KARTIKA

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

Judul Skripsi	:	**APLIKASI *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (GWNBR) DALAM MEMODELKAN FAKTOR KOMPLIKASI PADA IBU HAMIL DI PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2024**
Nama Mahasiswa	:	*Novi Lia Kartika*
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031109**
Program Studi	:	**Matematika**
Fakultas	:	**Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si.	**Dr. Bernadhita H. S. Utami, S.Si., M.Sc.**
NIP 198008212008121001	NIP 199206302023212034

2. Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama, FMIPA Universitas Lampung

Mulyono, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 197406112000031002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	:	**Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si.**	....
Sekretaris	:	**Dr. Bernadhita H. S. Utami, S.Si., M.Sc.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	:	**Drs. Nusyirwan, M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **13 April 2026**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	**Novi Lia Kartika**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031109**
Jurusan	:	**Matematika**
Judul Skripsi	:	**Aplikasi *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) Dalam Memodelkan Faktor Komplikasi Pada Ibu Hamil Di Provinsi Lampung Tahun 2024**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 28 April 2026

Penulis,

Novi Lia Kartika

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Novi Lia Kartika yang lahir di Purajaya pada tanggal 01 November 2003. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara pasangan Bapak Sana'an Afif dan Ibu Ratna Nengsih, kakak dari Desi Nurul Jamil dan Zain Alkafi Hasan.

Penulis memulai pendidikan dari taman kanak-kanak di TK Dharma Wanita pada tahun 2009-2010. Kemudian melanjutkan pendidikan di SD Negeri 2 Purajaya pada tahun 2010-2016. Pendidikan menengah pertama di MTs Nurul Ulum pada tahun 2016-2019. Pendidikan menengah atas di MA Yapsi Sumber Jaya pada tahun 2019-2022.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (UNILA) melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN) tahun 2022. Penulis aktif di organisasi kampus maupun luar kampus selama menjadi mahasiswa diantara lain menjadi Anggota Dinas Sains, Apresiasi, dan Prestasi (Sainpres) di Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) FMIPA periode 2023, dan menjadi Sekretaris Komisi Kelembagaan (Komisi III) di Dewan Perwakilan Mahasiswa (DPM) FMIPA periode 2024. Kemudian penulis menjadi Penanggung Jawab Departemen Media dan Propaganda di Liga Mahasiswa Indonesia Untuk Demokrasi (LMID) periode 2025, dan menjadi Sekretaris Departemen Organisasi dan Jaringan di Serikat Mahasiswa Indonesia (SMI) periode 2026.

Penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik (BPS) Lampung Barat pada bulan Desemeber 2024-Januari 2025. Pada bulan Juli-Agustus 2025 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kelurahan Sukarame Baru, Permata Biru, Kecamatan Sukarame, Kota Bandar Lampung.

KATA INSPIRASI

" Tujuan pendidikan itu untuk mempertajam kecerdasan, memperkukuh kemauan serta memperhalus perasaan "

– Tan Malaka –

"Fungsi pendidikan adalah sebagai alat pembebasan, membebaskan manusia dari ketertindasan sosial, ekonomi, dan politik"

– Paulo Freire –

"Semua akan baik-baik saja, berdoa dan berusahalah, serahkan semuanya pada Allah SWT"

– Sana'an Afif –

"Kita bisa lebih berkembang sesuai passion kita, tidak harus mengikuti mereka yang berkembang sesuai passion-nya. Bersyukurlah karena kita sudah sampai di tahap ini dan cobalah apresiasi diri sendiri atas pencapaian yang sudah diraih"

– Wahyu Eka Saputa –

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Ayah dan Ibuku Tercinta

Terimakasih kepada orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Orang Spesial

Terimakasih banyak telah menjadi bagian dari perjalanan hidup penulis, pendamping yang selalu menemani, mendukung, menghibur dalam kesedihan, dan berkontribusi dalam segala hal yang penulis lakukan. Semoga segala hal yang dilakukan kembali padamu membentuk dalam kesuksesan dan kebahagiaan yang tiada tara.

Almamater Tercinta
Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul ”Aplikasi *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) dalam Memodelkan Faktor Komplikasi pada Ibu Hamil di Provinsi Lampung Tahun 2024” dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing 1 yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Ibu Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik.
6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Kedua orang tua tercinta, bapak dan mama yang tiada henti mendoakan dan mengusahakan yang terbaik bagi putra-putrinya.

8. Adik-adikku tersayang, Desi Nurul Jamil dan Zain Alkafi Hasan yang selalu memberikan keceriaan.

9. Orang spesial, Wahyu Eka Saputra yang selalu menemani setiap proses perjalanan yang penuh lika-liku, tiada henti memberi semangat dan kontribusi, mengorbankan waktu, tenaga dan materinya bagi penulis.

10. Sahabatku, Herti, Elizabeth, Veny, Dafiani yang selalu berbagi keseruan bagi penulis.

11. Teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2022.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 28 April 2026
Penulis

Novi Lia Kartika

DAFTAR ISI

Halaman

KATA INSPIRASI . . . . **vi**
DAFTAR ISI . . . . **ii**
DAFTAR TABEL . . . . **xiv**
DAFTAR GAMBAR . . . . **xv**
I PENDAHULUAN **1**
1.1 Latar Belakang dan Masalah 1
1.2 Tujuan Penelitian 3
1.3 Manfaat Penelitian 4
II TINJAUAN PUSTAKA **5**
2.1 Multikolinearitas 5
2.2 Regresi Poisson 6
2.2.1 Estimasi Parameter Regresi Poisson 7
2.2.2 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Poisson 9
2.3 Overdispersi 11
2.4 Disribusi Binomial 12
2.5 Distribusi Binomial Negatif 13
2.6 Regresi Binomial Negatif 13
2.6.1 Estimasi Parameter Regresi Binomial Negatif 15
2.6.2 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Binomial Negatif 18
2.7 Uji Efek Spasial 19
2.7.1 Dependendsi Spasial 19
2.7.2 Heterogenitas Spasial 21
2.8 *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) 22
2.8.1 Estimasi Parameter Model GWNBR 23
2.8.2 Uji Signifikansi Parameter Model GWNBR 27
2.9 Pemilihan Nilai *Bandwidth* dan Pembobot Optimum 28

2.10 Penentuan Model Terbaik 30
2.11 Kasus Komplikasi pada Ibu Hamil 30
III METODOLOGI PENELITIAN 32
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 32
3.2 Data Penelitian 32
3.3 Metodologi Penelitian 33
3.4 *Flowchart* 35
IV HASIL DAN PEMBAHASAN 36
4.1 Analisis Deskriptif 36
4.1.1 Peta Sebaran Kasus Komplikasi pada Ibu Hamil di Provinsi Lampung Tahun 2024 37
4.1.2 Peta Sebaran Jumlah Ibu Hamil Kurangan Energi Kronis di Provinsi Lampung Tahun 2024 39
4.1.3 Peta Sebaran Persentase Ibu Hamil Mengalami Anemia di Provinsi Lampung 2024 40
4.1.4 Peta Sebaran Persentase Ibu Hamil Mendapat Tablet Tambah Darah (TTD) di Provinsi Lampung Tahun 2024 . . 41
4.1.5 Peta Sebaran Persentase Pelayanan Kesehatan Dasar Ibu dan Anak (Posyandu) di Provinsi Lampung Tahun 2024 . . 42
4.1.6 Peta Seabaran Persentase Ibu Hamil Mendapat Imunisasi Tetanus Difteri (Td 2) di Provinsi Lampung Tahun 2024 . . 43
4.1.7 Peta Sebaran Persentase Ibu Hamil Melakukan Kunjungan *Anternatal Care* (K6) di Provinsi Lampung Tahun 2024 . . 44
4.2 Multikolinearitas 45
4.3 Pemodelan Regresi Poisson 47
4.3.1 Estimasi Parameter Model Regresi Poisson 47
4.3.2 Uji Parameter Model Regresi Poisson 47
4.4 Overdispersi 48
4.5 Pemodelan Regresi Binomial Negatif 49
4.5.1 Estimasi Parameter Model Regresi Binomial Negatif 49
4.5.2 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Binomial Negatif 49
4.6 Pengujian Efek Spasial 51
4.6.1 Uji Dependensi Spasial 51
4.6.2 Uji Heterogenitas Spasial 51
4.7 Pemodelan *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) 52
4.7.1 Menghitung Jarak *Euclidean*, *Bandwidth* dan Pembobotan . 52

4.7.2 Uji Signifikansi Parameter Model GWNBR 54
4.7.3 Pemodelan *Geographically Weighted Negatif Binomial Regression* (GWNBR) 59
4.7.4 Pemilihan Model Terbaik 62
V KESIMPULAN DAN SARAN 64
5.1 Kesimpulan 64
5.2 Saran 64
DAFTAR PUSTAKA 66
LAMPIRAN 70

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Statistika Deskriptif Variabel Penelitian 36
2. Koefisien Korelasi antar Variabel Prediktor 45
3. Nilai VIF dari Variabel Prediktor 46
4. Hasil Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Poisson 47
5. Parameter Dispersi Regresi Poisson 48
6. Hasil Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Binomial Negatif 49
7. Hasil Uji Moran's I 51
8. Uji *Breusch Pagan* 52
9. Nilai *Bandwidth* Optimum dan *Cross Validation* 53
10. Parameter Signifikan Model GWNBR 56
11. Pengelompokkan Kabupaten/Kota 57
12. Hasil Pengujian Parameter Model GWNBR di Kota Bandar Lampung . . 59
13. Pemilihan Model Terbaik 63

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. *Flowchart* Penelitian 35
2. Boxplot Variabel Penelitian 37
3. Peta Sebaran Kasus Komplikasi Ibu Hamil di Provinsi Lampung 38
4. Peta Sebaran Ibu Hamil Kurangan Energi Kronis 39
5. Peta Sebaran Persentase Ibu Hamil Mengalami Anemia 40
6. Peta Sebaran Persentase Ibu Hamil Mendapat Tablet Tambah Darah (TTD) 41
7. Peta Sebaran Persentase Pelayanan Kesehatan Dasar Ibu dan Anak (Posyandu) 42
8. Peta Sebaran Persentase Ibu Hamil Mendapat Imunisasi Tetanus Difteri (Td 2) 43
9. Peta Sebaran Persentase Ibu Hamil Melakukan Kunjungan *Anternatal Care* (K6) 44
10. Hasil Pengelompokkan Variabel Signifikan Positif 58
11. Hasil Pengelompokkan Variabel Signifikan Negatif 58

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Komplikasi kehamilan adalah kondisi krusial yang dapat membahayakan ibu dan bayi yang di kandungnya. Kesehatan ibu merupakan indikator penting dalam pengembangan sistem kesehatan bagi masyarakat, karena hal ini tidak hanya berdampak bagi keselamatan ibu, melaikan juga pada kualitas generasi mendatang. Masalah kehamilan pada ibu, seperti kekurangan gizi selama masa kehamilan, dapat berdampak jangka panjang pada anak termasuk gangguan pertumbuhan bayi yang meningkatkan risiko kematian neonatal serta *stunting* di usia dua tahun (BPS, 2024). Selain itu, menurut *World Health Organization* (WHO, 2023), lebih dari 700 wanita meninggal dunia setiap harinya karena komplikasi kehamilan di berbagai belahan dunia, dan sebanyak 90% kejadian tersebut dilaporkan di negara-negara dengan pendapatan rendah hingga menengah, dimana faktor pemicu utamanya meliputi hipertensi dalam kehamilan (preeklampsia/ekslampsia), pendarahan obstetri, infeksi sepsis, gangguan proses kelahiran, dan prosedur aborsi yang beresiko. Isu ini tidak terbatas pada ranah medis semata, melaikan juga dipengaruhi oleh kondisi sosial-ekonomi, ketersediaan fasilitas kesehatan, serta kondisi geografis di suatu wilayah.

Indonesia menjadi negara dengan beban tinggi dalam menurunkan angka komplikasi dan kematian pada ibu hamil. Dibandingkan dengan negara tetangga yang lain *Maternal Mortality Rate* (MMR) Indonesia relatif lebih tinggi, yaitu sebanyak 140 ibu meninggal per 100.000 kelahiran hidup (WHO, 2025). Jumlah tersebut jauh lebih besar dibandingkan negara-negara tetangga seperti Malaysia dengan angka 26 per 100.000 kelahiran hidup, dan Thailand sebesar 34 per 100.000 kelahiran hidup. Nilai MMR di Indonesia yang masih tinggi ini menjadi tantangan yang harus segera di atasi dalam upaya mengurangi MMR akibat komplikasi kehamilan di Indonesia, karena angka tersebut masih jauh dari target *Sustainable Development Goals* (SDGs) yang menargetkan penurunan MMR atau angka kematian ibu hingga 70 kasus per 100.000 kelahiran hidup pada tahun 2030.

Provinsi Lampung termasuk ke dalam wilayah di Indonesia yang masih menghadapi tingginya kasus komplikasi pada ibu hamil. Berdasarkan data Dinas Kesehatan Provinsi Lampung tahun 2024, tercatat sebanyak 28.847 ibu hamil mengalami komplikasi, dengan rasio kematian ibu mencapai 71 per 100.000 kelahiran hidup. Situasi tersebut mengindikasikan bahwa strategi penurunan angka kematian ibu di Provinsi Lampung belum menunjukkan hasil yang optimal. Beberapa kabupaten seperti Lampung Tengah, Lampung Timur, dan Pringsewu tercatat sebagai daerah dengan tingkat kematian ibu hamil tertinggi. Variasi ini menunjukkan bahwa terdapat perbedaaan spasial yang tinggi dalam faktor komplikasi kehamilan yang akhirnya memengaruhi tingkat kematian ibu hamil di tiap wilayah.

Perbedaan kasus antar wilayah ini dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor, seperti akses terhadap pelayanan kesehatan, penyebaran tenaga medis, kondisi sosial-ekonomi, jarak menuju layanan obstetri, dan faktor geografis (pegunungan, dataran rendah, dan kepulauan). Faktor-faktor ini tidak hanya memengaruhi risiko ibu hamil terkena komplikasi, tetapi juga seberapa tepat dan cepat penanganan ketika komplikasi terjadi. Hal ini selaras dengan konsep *three delays model* yang menjelaskan jika keterlambatan dalam mengambil keputusan, keterlambatan mencapai fasilitas, dan keterlambatan mendapat layanan adalah penyebab utama kematian ibu akibat komplikasi (Thaddeus,*et al*., 1994).

Pada analisis data kesehatan, model yang umum digunakan adalah model regresi Poisson, namun model ini memiliki keterbatasan karena mengasumsikan nilai varians sama dengan nilai rata-rata (equidispersi). Dari segi metodologi, analisis kasus komplikasi pada ibu hamil biasanya melibatkan data *count* (jumlah kasus komplikasi ibu hamil perwilayah) yang sering overdispersi (varians lebih besar dari rata-rata). Model regresi Poisson klasik tidak mampu mengatasi fenomena ini dengan baik sehingga estimasi parameter yang kurang akurat, karena hal itu model *Negative Binomial Regression* (NBR) lebih tepat karena dapat mengakomodasi masalah overdispersi (Cameron, *et al*., 2013). Namun, NBR juga memiliki keterbatasan yang hanya mengahasilkan estimasi global, sehingga asumsi pengaruh setiap faktor risiko terhadap komplikasi ibu hamil bernilai sama di setiap wilayah yang padahal faktor risiko di tiap wilayah berbeda.

Keterbatasan NBR dapat diatasi dengan pendekatan *Geographically Weighted*

Negative Binomial Regression (GWNBR). GWNBR merupakan pengembangan dari NBR yaitu model yang mampu menghasilkan parameter lokal untuk setiap setiap wilayah, karena model ini mampu menganalisis data *count* yang bersifat heterogenitas spasial dengan overdispersi sehingga faktor komplikasi pada ibu hamil antar wilayah dapat dianalisis.

Penelitian terdahulu yang dilakukan oleh (Fadilah, *at al*., 2019) menerapkan metode *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) dalam mengkaji berbagai faktor yang berpengaruh terhadap kasus kematian ibu hamil di Provinsi Jawa Tengah. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa persentase rumah tangga dengan perilaku hidup bersih dan sehat serta jumlah puskesmas merupakan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap kejadian kematian ibu hamil di wilayah tersebut. Selanjutnya, studi lain yang dilakukan oleh (Ramadhan & Kurniawan, 2016) dalam pemodelan data kematian bayi menggunakan pendekatan GWNBR menemukan bahwa model GWNBR memberikan kinerja lebih unggul daripada regresi Poisson maupun regresi Binomial Negatif. Selanjutnya penelitian dalam pemodelan penyakit tuberkulosis di Provinsi Jawa Barat menggunakan GWNBR menunjukkan bahwa setiap wilayah memiliki karakteristik yang berbeda dalam faktor risiko terhadap jumlah kasus tuberkulosis (Salim, *et al*., 2021).

Berdasarkan penelitian tersebut, penulis tertarik untuk mengidentifikasi faktor-faktor penyebab komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung dengan pendekatan GWNBR yang dikembangkan dari regresi *Negative Binomial* dengan mempertimbangkan adanya efek spasial serta kemampuan model dalam mengatasi permasalahan overdispersi pada data melalui penerapan pembobotan berdasarkan jarak antar wilayah, penelitian ini menggunakan kasus komplikasi pada ibu hamil yang merupakan variabel respon, dan beberapa faktor yang diduga berpengaruh sebagai variabel prediktor.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun fokus tujuan dari penelitian ini antara lain sebagai berikut.

1. Memodelkan kasus komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung dengan metode *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR).
2. Menganalisis faktor yang memengaruhi kasus komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dihasilkan dari penelitian ini antara lain sebagai berikut.

1. Memberikan informasi terkait faktor-faktor yang memengaruhi komplikasi pada ibu hamil.
2. Memberikan informasi mengenai aplikasi model *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) dalam sektor kesehatan.
3. Memberikan informasi bagi pembuat kebijakan dalam merancang intervensi kesehatan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Multikolinearitas

Dalam penyusunan model regresi yang melibatkan lebih dari satu variabel penjelas, asumsi penting yang harus terpenuhi yaitu tidak terjadinya multikolinearitas. Multikolinearitas merupakan suatu kondisi ketika dua atau lebih variabel bebas terdapat hubungan atau korelasi yang kuat sehingga variabel-variabel tersebut tidak benar-benar independen satu sama lain. Kebebasan statistik antar variabel prediktor ditunjukkan oleh matriks korelasi yang berbentuk matriks identitas. Adanya korelasi antar variabel prediktor dapat mengakibatkan estimasi parameter menjadi kurang efisien dan menghasilkan galat (*error*) yang relatif besar.

Untuk mengidentifikasi adanya multikolineritas, dapat menggunakan beberapa metode meliputi.

1. Apabila nilai koefisien korelasi Pearson (r_{ij}) antar variabel prediktor melebihi 0,95 ($r_{ij} > 0,95$), maka dapat disimpulkan bahwa antar variabel tersebut memiliki korelasi dan mengindikasikan adanya multikolinearitas. Nilai r_{ij} dinyatakan dengan rumus sebagai berikut,

$$r_{ij} = \frac{n\sum x_i x_j - (\sum x_i)(\sum x_j)}{\sqrt{\left[n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2\right]\left[n\sum x_j^2 - (\sum x_j)^2\right]}}. \tag{1}$$

2. Apabila nilai VIF (*Varian Inflation Factor*) lebih besar dari 10 menunjukkan adanya multikolinearitas antar variabel prediktor. Nilai VIF dinyatakan sebagai berikut,

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2}. \tag{2}$$

Dimana nilai R_j^2 merupakan determinasi antar X_j dengan variabel penjelas lainnya.

2.2 Regresi Poisson

Regresi Poisson adalah metode pemodelan data yang berupa banyaknya peristiwa acak dalam rentang waktu atau area tertentu. Variabel dependen (Y) pada distribusi ini merupakan data cacahan (*count data*) atau data diskrit. Distribusi ini memberikan representasi yang realistis terhadap berbagai peristiwa acak, selama nilai dari peubah acaknya merupakan bilangan bulat non-negatif. Jika Y_i merupakan variabel respon yang mengikuti distribusi Poisson dengan parameter μ_i, maka fungsi massa peluangnya dapat dituliskan sebagai berikut (Cahyandari, 2014).

$$f(y_i;\mu_i) = \frac{e^{-\mu}\,\mu^y}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, \ldots . \tag{3}$$

Distribusi Poisson memiliki sifat khusus dimana nilai harapan (*mean*) sama dengan variansnya (equidispersi), sehingga nilai harapan dan varians dari Y_i dinyatakan sebagai berikut,

$$E(Y_i) = \mu_i = Var(Y_i).$$

Hal ini menunjukkan bahwa pada distribusi Poisson, nilai rata-rata kejadian sama dengan varians kejadian tersebut. Secara umum, model regresi Poisson dirumuskan dengan bentuk berikut (Rahmadeni, *et al.*, 2019).

$$\ln(\mu_i) = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi}$$

$$\mu_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi}}$$

$$\mu_i = e^{(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})}$$

$$\mu_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi}) \tag{4}$$

dengan,

μ_i	= nilai harapan (*mean*)
β_0	= nilai konstanta (intersep)
$X_{1i}, \cdots, X_{pi}$	= variabel prediktor
$\beta_1, \cdots, \beta_p$	= koefisien regresi.

2.2.1 Estimasi Parameter Regresi Poisson

Pendugaan parameter yang digunakan dalam model regresi ini yaitu *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Cara ini dilakukan dalam menentukan nilai parameter yang memaksimalkan fungsi *likelihood* berdasarkan asumsi distribusi Poisson pada variabel respon. Estimasi parameter dilakukan dengan membentuk fungsi *likelihood* yang merepresentasikan peluang terjadinya data yang diamati.

Karena fungsi *likelihood* tersebut tidak memiliki solusi analitik tertutup, proses estimasi dilakukan secara iteratif menggunakan metode numerik, salah satunya algoritma Newton–Raphson. Metode ini bekerja dengan memperbarui nilai parameter secara berulang hingga mencapai kondisi konvergen, yaitu ketika perubahan nilai parameter antar iterasi menjadi sangat kecil. Adapun proses estimasi parameter meliputi (Cameron, & Trivedi, 1998).

a. Fungsi *Likelihood* Regresi Poisson

$$L(\beta) = \left(\prod_{i=1}^{n} \frac{e^{(-\mu_i)}\, \mu_i^{y_i}}{y_i!} \right). \tag{5}$$

b. Log Natural *Likelihood*

$$\ln L(\beta) = \ln \left(\prod_{i=1}^{n} \frac{e^{(-\mu_i)}\, \mu_i^{y_i}}{y_i!} \right)$$

$$\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \ln \left(\prod_{i=1}^{n} \frac{e^{(-\mu_i)}\, \mu_i^{y_i}}{y_i!} \right)$$

$$\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^{n} [-\mu_i + y_i \ln \mu_i - \ln(y_i!)]$$

karena $\mu_i = exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})$, maka:

$$\ln L(\beta) = -\sum_{i=1}^{n} \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}) + \sum_{i=1}^{n} y_i\, \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} - \sum_{i=1}^{n} \ln(y_i!). \tag{6}$$

c. Turunan Pertama (Vektor Gradien)

Pada Persamaan (6), fungsi *log-likelihood* diturunkan terhadap vektor $\boldsymbol{\beta}^T$.

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = 0$$

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = \sum_{i=1}^{n} [-exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})\mathbf{X}_i + y_i \mathbf{X}_i]$$

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = -\sum_{i=1}^{n} [\mu_i \mathbf{X}_i - y_i \mathbf{X}_i] = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{X}_i (y_i - \mu_i) \tag{7}$$

jika ditulis dalam bentuk vektor turunan (gradien) $\boldsymbol{g}$, maka:

$$\boldsymbol{g}^T(\boldsymbol{\beta}_{(m)}) = \left(\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_0}, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}, \ldots, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_k} \right)$$

dengan k merupakan jumlah parameter yang diestimasi.

d. Turunan Kedua (Hessian)

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{X}_i (y_i - \mu_i) = \sum_{i=1}^{n} y_i \mathbf{X}_i - \sum_{i=1}^{n} (exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})\mathbf{X}_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} = -\sum_{i=1}^{n} \mathbf{X}_i (exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})\mathbf{X}_i) = -\sum_{i=1}^{n} \mathbf{X}_i \mu_i \mathbf{X}_i$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} = -\sum_{i=1}^{n} \mathbf{X}_i \mu_i \mathbf{X}_i \tag{8}$$

apabila dituliskan dalam bentuk matriks Hessian $\boldsymbol{H}$, maka:

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\beta}_{(m)}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_k} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \boldsymbol{\beta}_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_k} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \boldsymbol{\beta}_k} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_k^2} \end{pmatrix}$$

matriks Hessian juga disebut sebagai matriks informasi.

e. Iterasi Newton–Raphson

Estimasi parameter awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ umumnya di dapat menggunakan pendekatan *Ordinary Least Squares* (OLS), sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}. \tag{9}$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ diproyeksikan ke matriks $\boldsymbol{H}$ dan vektor gradien $\boldsymbol{g}$, maka dihasilkan matriks $\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)})$ dan vektor $\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)})$. Iterasi Newton Raphson dimulai dari $m = 0$ dengan:

$$\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} = \boldsymbol{\beta}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\beta}_{(m)})\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\beta}_{(m)}). \tag{10}$$

Vektor $\boldsymbol{\beta}_{(m)}$ merupakan kumpulan parameter yang ditaksir dan dinyatakan telah konvergensi pada iterasi ke-m apabila memenuhi kriteria $||\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} + \boldsymbol{\beta}_{(m)}|| < \epsilon$. Apabila kondisi konvergensi tersebut belum terpenuhi, maka proses iterasi dilanjutkan kembali menggunakan Persamaan (10) hingga diperoleh itersi selanjutnya, yaitu $m = (m + 1)$.

2.2.2 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Poisson

Pengujian signifikansi parameter dalam regresi Poisson dilakukan untuk menilai keberartian pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon. Tujuan dari pengujian ini adalah untuk mengidentifikasi sejauh mana masing-masing parameter regresi berkontribusi dalam menjelaskan variasi jumlah kejadian yang dianalisis.

Pengujian simultan dianalisis melalui uji rasio *likelihood* (*Likelihood Ratio Test*). Uji ini dilakukan dengan membandingkan model yang memuat seluruh variabel prediktor dengan model yang lebih sederhana. Hasil pengujian digunakan untuk mengevaluasi apakah keberadaan variabel prediktor secara simultan mampu meningkatkan kesesuaian model secara signifikan.

a. Uji Simultan

Hipotesisnya yaitu:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$

H_1 : paling sedikit terdapat satu $\beta_j \neq 0; \quad j = 1, 2, \ldots, p.$

Statistik uji:

$$D(\hat{\beta}) = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2[\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})] \tag{11}$$

dengan,

$\ln L(\hat{\omega})$ = log *likelihood* untuk model tanpa melibatkan variabel prediktor

$\ln L(\hat{\Omega})$ = log *likelihood* untuk model yang melibatkan variabel prediktor.

Uji $D(\hat{\beta})$ diasumsikan berdistribusi χ^2 dengan derajat bebas p. Pengambilan keputusan tolak hipotesis nol (H_0) apabila $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(p,\alpha)}$, artinya paling sedikit terdapat salah satu parameter yang berpengaruh signifikan pada regresi Poisson.

Selain itu, uji parameter parsial umumnya menggunakan uji Wald. Nilai statistik uji diperoleh dari perbandingan antara estimasi parameter dan simpangan bakunya. Penentuan keputusan pengujian didasarkan pada nilai *p-value* atau nilai statistik uji dengan tingkat signifikansi tertentu. Parameter yang dinyatakan signifikan menunjukkan bahwa variabel prediktor terkait memiliki pengaruh yang bermakna secara statistik terhadap tingkat kejadian variabel respon.

b. Uji Parsial
Hipotesis:
$H_0 : \beta_j = 0$
$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, p.$

Statistik uji:

$$Z_{\text{hitung}} = \frac{\hat{\beta}_j}{\text{se}(\hat{\beta}_j)} \tag{12}$$

dengan,

$\hat{\beta}_j$ = koefisien model variabel prediktor ke-j

$\text{se}(\hat{\beta}_j)$ = standar error dari estimasi *Maximum Likelihood.*

Statistik uji Z_{hitung} mengikuti distribusi normal baku (Z). Keputusan diambil dengan menolak H_0 jika p-value $< \alpha$ atau $|Z_{\text{hitung}}| > Z_{(\alpha/2)}$.

2.3 Overdispersi

Overdispersi pada data cacah terjadi ketika tingkat variasi variabel respon melebihi nilai rataan, sehingga melanggar asumsi utama regresi Poisson yang menyatakan bahwa rataan dan varians harus bernilai sama. Kondisi ini mengindikasikan bahwa model Poisson belum sepenuhnya mampu merepresentasikan keragaman data yang ada.

Munculnya overdispersi dapat disebabkan oleh adanya perbedaan karakteristik yang tidak teramati antar unit pengamatan, pengaruh faktor relevan yang belum dimasukkan ke dalam model, serta variasi kondisi antar wilayah pengamatan. Apabila permasalahan ini tidak diperhatikan, maka hasil estimasi parameter cenderung memiliki nilai simpangan baku yang tereduksi, sehingga berisiko menghasilkan inferensi statistik yang tidak akurat.

Identifikasi overdispersi umumnya dilakukan dengan mengevaluasi rasio antara nilai *deviance* terhadap derajat kebebasan. Rasio yang bernilai lebih dari satu menjadi indikasi adanya overdispersi pada model. Dalam kondisi tersebut, regresi Poisson dinilai kurang sesuai dan diperlukan pendekatan pemodelan lain yang lebih adaptif, seperti regresi Binomial Negatif, guna memperoleh estimasi parameter yang lebih baik (Damayanti, *et al.*, 2022).

Overdispersi dapat diketahui melalui nilai parameter dispersi yang diperoleh melalui rumus:

$$\theta = \frac{D^2}{df} \tag{13}$$

dengan,

θ = parameter dispersi

df = *degree of freedom*

D^2 = nilai devians

nilai devians didefinisikan sebagai berikut.

$$D^2 = 2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i \ln\left(\frac{y_i}{\mu_i}\right) - (y_i - \mu_i)\right].$$

Ketika $\theta > 1$, regresi Poisson mengalami overdispersi, jika $\theta < 1$ maka kondisi tersebut disebut underdispersi, sedangkan jika $\theta = 1$ maka data memenuhi equidispersi (Famoye, *et al.*, 2004).

2.4 Disribusi Binomial

Distribusi Binomial merupakan distribusi yang muncul dari percobaan Binomial, yaitu suatu rangkaian percobaan Bernoulli yang dilakukan sebanyak *n* kali secara independen. Misalkan dalam eksperimen tersebut hanya terdapat dua kemungkinan hasil, yakni sukses (S) dan gagal (G). Probabilitas terjadinya peristiwa sukses p(S) sebesar *p*, sedangkan probabilitas peristiwa gagal p(G) adalah $1–p$ (Setyaningsih, *et al.*, 2021). Eksperimen tersebut dilakukan berulang kali sebanyak *n* kali secara bebas, sehingga peristiwa sukses (S) terjadi sebanyak *x* kali dan peristiwa gagal (G) sebanyak $(n - x)$ kali. Maka probabilitas peristiwa sukses (S) terjadi sebanyak *x* kali adalah:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 1, 2, 3, \ldots, n \tag{14}$$

sehingga definisi distribusi Binomial adalah:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n - x)!} p^x q^{n-x} \tag{15}$$

dengan

$$E(X) = np \quad \text{dan} \quad Var(X) = np(1 - p)$$

keterangan:

p $=$ peluang terjadinya keberhasilan

q $=$ peluang terjadinya kegagalan

n $=$ total percobaan yang dilakukan

x $=$ jumlah keberhasilan yang terjadi dari n percobaan.

Distribusi ini mengasumsikan bahwa banyaknya percobaan *n* adalah tetap, hanya ada dua hasil yaitu sukses dan gagal, peluang sukses setiap percobaan bernilai sama, dan independen. Namun begitu, kondisi overdispersi tidak dapat dijelaskan dengan baik oleh distribusi Binomial. Oleh karena itu, distribusi Binomial Negatif digunakan sebagai perluasan dari distribusi Binomial untuk mengakomodasi variansi yang lebih besar dari nilai harapan.

2.5 Distribusi Binomial Negatif

Suatu percobaan Bernoulli yang bersifat independen dilakukan sebanyak n kali, dengan dua kemungkinan hasil, yaitu sukses dengan probabilitas p dan gagal dengan probabilitas $1 - p = q$. Misalkan x menunjukkan jumlah percobaan yang dibutuhkan untuk mencapai k keberhasilan dari n percobaan tersebut. Dengan demikian, distribusi probabilitas peubah acak y dikenal sebagai distribusi Binomial Negatif, yang dirumuskan sebagai berikut.

$$P(Y = y) = \binom{y-1}{k-1} p^k (1-p)^{y-k}, \quad y = k, k+1, k+2, \ldots \tag{16}$$

dengan nilai harapan dan variansi yaitu:

$$E(Y) = \frac{k}{p} \quad \text{dan} \quad Var(Y) = \frac{k(1-p)}{p^2}$$

keterangan:

y	= jumlah total percobaan sampai diperoleh k keberhasilan
k	= banyaknya keberhasilan yang diharapkan
p	= probabilitas sukses pada setiap percobaan
$(1-p)$	= probabilitas gagal pada setiap percobaan.

Distribusi ini sering digunakan ketika data memiliki sifat varians lebih besar dari pada rata-rata (overdispersi). Dalam konteks regresi, bentuk ini dikembangkan menjadi model Binomial Negatif dalam menangani keterbatasan model Poisson.

2.6 Regresi Binomial Negatif

Regresi Binomial Negatif diterapkan dalam menganalisis variabel respon yang berbentuk data *count* (data cacahan atau jumlah kejadian) yang nilainya non-negatif dan menunjukkan overdispersi, yakni kondisi di mana varians data lebih besar dibandingkan rata-ratanya (Hilbe, 2011). Model ini mengasumsikan bahwa data bersifat independen atau tidak saling memengaruhi satu sama lain, hubungan antara variabel bebas (prediktor) dengan nilai harapan (*mean*) dari variabel dependen mengikuti pola log-linear yang artinya perubahan pada variabel bebas berpengaruh secara eksponensial terhadap nilai rata-rata kejadian, serta tidak terdapat multikolinearitas antar variabel independen (Gujarati, 2009). Selain itu, model ini memiliki parameter dispersi (θ) yang menunjukkan tingkat overdispersi dan akan menyederhana menjadi model Poisson jika θ mendekati nol (Cameron, *et al.*, 2013).

Pada regresi Binomial Negatif, Y_i sebagai variabel respon dianggap mengikuti distribusi Binomial Negatif yang berasal dari *Poisson–Gamma Mixture*, sehingga dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$P(Y \mid \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(y+\alpha)}{y!\,\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{1+\beta}\right)^{\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{y}, \quad y = 1, 2, 3, \ldots, n. \tag{17}$$

$$E(Y) = \alpha\beta \quad \text{dan} \quad Var(Y) = \alpha\beta + \alpha\beta^2.$$

Dalam membuat model regresi pada distribusi Binomial Negatif, parameter distribusi Poisson-Gamma tersebut dibentuk menjadi:

$$\mu = \alpha\beta \quad \text{dan} \quad \theta = \frac{1}{\alpha}$$

akibatnya nilai ekspektasi dan variansi dapat ditulis sebagai:

$$E(Y) = \mu \quad \text{dan} \quad Var(Y) = \mu + \theta\mu^2.$$

Oleh karena itu, fungsi probabilitas dari distribusi Binomial Negatif dapat dinyatakan dalam bentuk.

$$f(y;\mu,\theta) = \frac{\Gamma(y+\frac{1}{\theta})}{y!\,\Gamma(\frac{1}{\theta})} \left(\frac{1}{1+\theta\mu}\right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\theta\mu}{1+\theta\mu}\right)^{y}, \quad y = 1, 2, 3, \ldots, n. \tag{18}$$

Model regresi Binomial Negatif didefinisikan melalui fungsi *log-link* yaitu,

$$\ln(\mu_i) = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi} \tag{19}$$

atau

$$\mu_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi}), i = 1, 2, \cdots, n. \tag{20}$$

2.6.1 Estimasi Parameter Regresi Binomial Negatif

Pendugaan parameter pada regresi ini melalui metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), tujuannya untuk memperoleh nilai koefisien regresi serta parameter dispersi yang memaksimalkan fungsi *likelihood*, berdasarkan asumsi bahwa variabel respon mengikuti distribusi Binomial Negatif.

Karena bentuk fungsi *likelihood* pada model ini bersifat nonlinier dan tidak memiliki solusi tertutup secara analitik, proses estimasi parameter dilakukan menggunakan pendekatan numerik secara iteratif. Salah satu metode yang umum digunakan adalah algoritma Newton–Raphson, di mana nilai parameter diperbarui secara berulang hingga mencapai kondisi konvergen, yaitu ketika selisih nilai parameter antar iterasi menjadi sangat kecil.

Koefisien regresi yang dihasilkan merepresentasikan pengaruh variabel prediktor terhadap nilai rataan kejadian variabel respon, sedangkan parameter dispersi berfungsi untuk mengakomodasi keragaman data yang lebih besar dari rataan. Dengan adanya parameter dispersi tersebut, regresi Binomial Negatif mampu menghasilkan estimasi parameter yang lebih stabil dibandingkan regresi Poisson pada data cacah yang mengalami overdispersi. Fungsi massa peluang y_i dituliskan dengan:

$$f(y_i \mid \mu_i, \theta) = \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\theta})}{y_i! \, \Gamma(\frac{1}{\theta})} \left(\frac{1}{1 + \theta\mu_i} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\theta\mu_i}{1 + \theta\mu_i} \right)^{y_i}, i = 1, 2, \cdots, n. \tag{21}$$

Berikut metode yang digunakan untuk estimasi parameter model regresi Binomial Negatif.

a. Fungsi *Likelihood* Regresi Binomial Negatif

$$L(\boldsymbol{\beta}, \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid \mu_i, \theta)$$

$$L(\boldsymbol{\beta},\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{y_i!\,\Gamma(\frac{1}{\theta})}\left(\frac{1}{1+\theta\mu_i}\right)^{\frac{1}{\theta}}\left(\frac{\theta\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right)^{y_i}$$

dengan,

$$\begin{aligned}\tfrac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{\Gamma(\frac{1}{\theta})} &= \textstyle\prod_{r=0}^{y_i-1}(r+\frac{1}{\theta})\\ y_i! &= \Gamma(y_i+1)\end{aligned}$$

sehingga diperoleh:

$$L(\boldsymbol{\beta},\theta)=\prod_{i=1}^{n}\left[\left(\prod_{r=0}^{y_i-1}(r+\frac{1}{\theta})\right)\frac{1}{y_i!}\left(\frac{1}{1+\theta\mu_i}\right)^{\frac{1}{\theta}}\left(\frac{\theta\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right)^{y_i}\right]. \tag{22}$$

b. Log Natural *Likelihood*

$$\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)=\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\sum_{r=0}^{y_i-1}\ln(r+\frac{1}{\theta})\right)-\ln y_i!+\frac{1}{\theta}\ln(1+\theta\mu_i)+y_i\ln\left(\frac{\theta\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right)\right]$$

$$\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)=\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\sum_{r=0}^{y_i-1}\ln(r+\frac{1}{\theta})\right)-\ln y_i!+y_i\ln\theta\mu_i-(y_i+\frac{1}{\theta})\ln(1+\theta\mu_i)\right]. \tag{23}$$

c. Turunan Pertama (Vektor Gradien)

Turunan pertama dari Persamaan (23) pada parameter dispersi (θ) yaitu:

$$\frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\boldsymbol{\theta}}=\left[-\frac{1}{\theta^2}\sum_{r=0}^{y_i-1}\frac{1}{r+\frac{1}{\theta}}+\frac{y_i}{\theta}+\ln\frac{(1+\theta\mu_i)}{\theta^2}-\frac{(y_i+\frac{1}{\theta})\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right]. \tag{24}$$

Turunan pertama dari Persamaan (23) terhadap ($\boldsymbol{\beta}^T$) adalah:

$$\frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\boldsymbol{\beta}^T}=\sum_{i=1}^{n}\left[(y_i\boldsymbol{X}_i)-(y_i-\frac{1}{\theta})\frac{\theta\mu_i\boldsymbol{X}_i}{1+\theta\mu_i}\right].$$

$$\frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\boldsymbol{\beta}^T}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{y_i-\mu_i\boldsymbol{X}_i}{1+\theta\mu_i}\right]. \tag{25}$$

Jika ditulis dalam bentuk vektor gradien $\boldsymbol{g}$, maka:

$$\boldsymbol{g}^T(\boldsymbol{\beta}_{(m)})=\left(\tfrac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}_1},\tfrac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\beta}_0},\tfrac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\boldsymbol{\beta}_1},\ldots,\tfrac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\boldsymbol{\beta}_k}\right).$$

d. Turunan Kedua (Hessian)

Turunan kedua dari Persamaan (24) pada parameter dispersi (θ) yaitu:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\theta}^2} = \sum_{i=0}^{n} \Bigg[\sum_{r=0}^{y_i-1} \frac{1}{\theta^3} \frac{\left(2r+\frac{1}{\theta}\right)}{\left(r+\frac{1}{\theta}\right)^2} - \frac{y_i}{\theta^2} + 2\left(\frac{\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right) \\ - 2\ln\left(\frac{(1+\theta)\mu_i}{\theta^3}\right) + \frac{\left(y_i+\frac{1}{\theta}\right)\mu_i^2}{(1+\theta\mu_i)^2} \Bigg].\end{aligned} \tag{26}$$

Turunan kedua dari Persamaan (25) terhadap ($\boldsymbol{\beta}$) adalah:

$$\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{-(y_i+\frac{1}{\theta})\theta\mu_i \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{X}_i^T}{(1+\theta\mu_i)^2} \right]. \tag{27}$$

Diperoleh turunan parsial kedua terhadap ($\boldsymbol{\beta}$) dan (θ) yaitu:

$$\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\theta}} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\theta^{-3} exp(\boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{X}_i)\boldsymbol{X}_i}{(1+\theta exp(\boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{X}_i))} - \frac{exp(\boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{X}_i)\boldsymbol{X}_i}{(1+\theta exp(\boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{X}_i))^2} \right] \tag{28}$$

jika ditulis dalam bentuk matriks Hessian $\boldsymbol{H}$, maka:

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\beta}_{(m)}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_0} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_k} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_0} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_k} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_k} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \boldsymbol{\beta}_k^2} \end{pmatrix}.$$

e. Iterasi Newton-Raphson

Menentukan nilai estimasi parameter awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ biasanya diperoleh dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS), yaitu:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}. \tag{29}$$

Masukkan nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ pada matriks hessian ($\boldsymbol{H}$) dan vektor gradien $\boldsymbol{g}$, dengan demikian didapatkan matriks $\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)})$ dan vektor $\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)})$. Selanjutnya iterasi Newton Raphson dilakukan dimulai dari $m = 0$ dengan persamaan:

$$\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} = \boldsymbol{\beta}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\beta}_{(m)})\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\beta}_{(m)}). \tag{30}$$

Nilai $\boldsymbol{\beta}_{(m)}$ merupakan kumpulan estimator parameter yang konvergen pada iterasi ke-m apabila $||\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} + \boldsymbol{\beta}_{(m)}|| < \epsilon$. Jika hasil penaksiran belum mencapai konvergensi, maka proses diulang ke Persamaan (10) sampai itersi ke-$m = (m+1)$.

2.6.2 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Binomial Negatif

Uji signifikansi parameter dilakukan dalam menilai keberartian variabel prediktor kepada variabel respon dengan mempertimbangkan keberadaan parameter dispersi. Pengujian ini berguna untuk melihat kontribusi masing-masing parameter dalam menjelaskan variasi jumlah kejadian yang dianalisis.

Pengujian secara simultan dapat dilakukan melalui uji rasio *likelihood* (*Likelihood Ratio Test*) dengan membandingkan model penuh dan model terbatas. Hasil pengujian digunakan untuk menilai apakah variabel prediktor secara bersama-sama meningkatkan kecocokan model, berikut merupakan hipotesis dari masing-masaing ujinya.

a. Uji Simultan
   Hipotesis:
   $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$
   H_1 : paling sedikit terdapat satu $\beta_j \neq 0; \quad j = 1, 2, \ldots, p$.

   Statistik uji:

$$D(\hat{\beta}) = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2[\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})] \tag{31}$$

   dengan,

   $\ln L(\hat{\omega})$ = *log likelihood* untuk model tanpa melibatkan variabel prediktor

   $\ln L(\hat{\Omega})$ = *log likelihood* untuk model yang melibatkan variabel prediktor.

   Uji $D(\hat{\beta})$ diasumsikkan berdistribusi χ^2 dengan derajat bebeas p. Pengambilan keputusan tolak hipotesis nol (H_0) apabila $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(p,\alpha)}$, artinya paling sedikit ada satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

b. Uji Parsial

Setelah dilakukan uji simultan, uji selanjutnya dilanjutkan dengan pengujian parsial yang bertujuan untuk menilai apakah masing-masing variabel prediktor memengaruhi variabel respon dengan hipotesis berikut.

Hipotesis:
$H_0 : \beta_j = 0$
$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, p.$

Statistik uji:

$$Z_{\text{hitung}} = \frac{\hat{\beta}_j}{\text{se}(\hat{\beta}_j)} \tag{32}$$

dengan,

$\hat{\beta}_j$	$=$ koefisien model variabel prediktor ke-j
$\text{se}(\hat{\beta}_j)$	$=$ standar error dari estimasi *Maximum Likelihood*.

Statistik uji Z_{hitung} diasumsikan mengikuti distribusi normal standar (Z). Pengambilan keputusan tolak hipotesis nol (H_0) apabila p-value $< \alpha$ atau $|Z_{\text{hitung}}| > Z_{(\alpha/2)}$. Kondisi ini menunjukkan parameter ke-j memiliki pengaruh yang signifikan pada model.

2.7 Uji Efek Spasial

Pengujian efek spasial dibagi dua kategori, diantaranya adalah uji dependensi spasial dan uji heterogenitas spasial. Dependensi spasial mengindikasikan terdapat hubungan antar lokasi penelitian, sedangkan heterogenitas spasial menunjukkan keragaman baik dalam bentuk fungsi maupun nilai parameter sesuai lokasi (Anselin, *et al.*, 1998).

2.7.1 Dependensi Spasial

Dependensi spasial merupakan kondisi ketika nilai suatu variabel pada suatu wilayah berkaitan dengan nilai variabel yang sama di wilayah lain yang berdekatan. Kondisi ini menunjukkan adanya keterkaitan antar unit spasial, sehingga asumsi independensi pada model regresi global menjadi kurang terpenuhi.

Pada data berbasis wilayah, terutama data kesehatan, dependensi spasial sering muncul akibat kemiripan karakteristik sosial, ekonomi, dan lingkungan antar wilayah yang berdekatan. Kedekatan geografis tersebut menyebabkan terbentuknya pola kejadian yang tidak acak. Keberadaan dependensi spasial umumnya diidentifikasi melalui pengukuran autokorelasi spasial, seperti Indeks Moran (*Moran's I*) (Anselin, *et al.*, 1998).

Jika dependensi spasial terdeteksi, maka model regresi global kurang memadai dan diperlukan pendekatan pemodelan yang mempertimbangkan variasi spasial. Hipotesis uji *Moran's I* yaitu:

Hipotesis:
$H_0 : I = 0$ (tidak terdapat dependensi antar lokasi)
$H_1 : I \neq 0$ (ada dependensi antar lokasi).

Statistik uji

$$Z = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\mathrm{Var}(I)}} \tag{33}$$

dengan,

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij}(y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{S_0 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

$$E(I) = -\frac{1}{n-1}$$

$$\mathrm{Var}(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - [E(I)]^2$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (w_{ij} + w_{ji})^2$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} + \sum_{j=1}^{n} w_{ji} \right)^2$$

dengan,

y_i	$=$ nilai pengamatan pada lokasi ke-i
y_j	$=$ nilai pengamatan pada lokasi ke-j
$\bar{y}$	$=$ rata-rata pengamatan
w_{ij}	$=$ bobot spasial antara lokasi i dan j
n	$=$ banyaknya lokasi pengamatan.

Kriteria keputusan yaitu tolak H_0 jika p-value $< \alpha$ atau $|Z_{\text{hitung}}| > Z_{\alpha/2}$ yang berarti terdapat dependensi spasial.

2.7.2 Heterogenitas Spasial

Heterogenitas spasial menggambarkan kondisi dimana relasi antara variabel penjelas dan variabel respon tidak bersifat seragam di seluruh wilayah pengamatan. Hal ini menunjukkan bahwa satu model regresi global belum tentu mampu merepresentasikan karakteristik setiap wilayah, mengingat adanya perbedaan kondisi sosial, ekonomi, dan lingkungan di masing-masing lokasi.

Pada data berbasis wilayah, terutama dalam kajian kesehatan masyarakat, heterogenitas spasial kerap dipengaruhi oleh variasi akses terhadap layanan kesehatan, perbedaan karakteristik demografis, serta kondisi lingkungan antar wilayah. Variasi tersebut menyebabkan besarnya pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon dapat berbeda antar wilayah, sehingga diperlukan pendekatan pemodelan yang mampu menghasilkan estimasi parameter bersifat lokal, seperti regresi berbobot geografis, agar hasil analisis lebih akurat dan informatif. Keberadaan heterogenitas spasial dapat diuji menggunakan uji *Breusch–Pagan* berikut (Pratama, *at al.*, 2015).
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_p^2 = \sigma^2$ (varians antar lokasi sama)
$H_1 :$ paling sedikit ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (varians antar lokasi berbeda).

Statistik uji:

$$BP = \frac{1}{2}\mathbf{f}^T\mathbf{Z}\left(\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}\right)^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{f} \sim \chi^2_{(p)} \tag{34}$$

dengan,

p	$=$ banyaknya variabel prediktor
f	$= (f_1, f_2, \ldots, f_n)$ dengan $f_i = \frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1$
e_i	$=$ error untuk observasi ke-i
σ^2	$=$ variansi dari e_i
σ_i^2	$=$ variansi dari variabel prediktor ke-i
Z	$=$ matriks berukuran $n \times (p+1)$ yang berisi vektor konstan.

Keputusan H_0 ditolak jika $BP > \chi^2_{(p,\alpha)}$ atau apabila nilai $p - value < \alpha$, yang menunjukkan bahwa variansi antar lokasi berbeda.

2.8 *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR)

Teknik analisis untuk mengestimasi parameter lokal pada data *count* dengan unit observasi berupa wilayah, khususnya pada data dengan overdispersi yang mengalami heterogenitas spasial adalah metode *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR). Metode GWNBR adalah metode yang memungkinkan dihasilkankannya parameter lokal yang bervariasi antar lokasi. Sehingga setiap wilayah mempunyai nilai parameter yang bervariasi sesuai karakteristik spasialnya (Pratama, *at al.*, 2015). Model GWNBR dirumuskan sebagai berikut.

$$Y_i \sim NB\left(\mu_i, \theta(u_i, v_i)\right); \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n \tag{35}$$

$$\mu_i = \exp\left(\beta_0(u_i, v_i) + \sum_p \beta_p(u_i, v_i) X_{pi}\right) \tag{36}$$

dengan,

Y_i = variabel respon (data hitungan) pada lokasi ke-i

μ_i = nilai harapan dari Y_i

X_{ip} = nilai variabel prediktor ke-p pada lokasi ke-i

$\beta_p(u_i, v_i)$ = koefisien pada koordinat geografis (u_i, v_i)

$\theta(u_i, v_i)$ = parameter dispersi yang dapat bervariasi secara spasial

(u_i, v_i) = koordinat geografis (lintang dan bujur) lokasi ke-i.

Fungsi kepadatan peluang untuk setiap lokasi dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$f(y_i \mid \mu_i, \theta_i) = \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\theta_i})}{y_i!\,\Gamma(\frac{1}{\theta_i})} \left(\frac{1}{1+\theta_i\mu_i}\right)^{\frac{1}{\theta_i}} \left(\frac{\theta_i\mu_i}{1+\theta_i\mu_i}\right)^{y_i}; \quad \sim NB(\mu_i, \theta_i) \tag{37}$$

dengan,

$\mu_i = \exp\left(X_i^T \beta(u_i, v_i)\right)$

$\theta_i = \theta(u_i, v_i).$

Model GWNBR secara umum dapat ditulis sebagai,

$$\mu_i = \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)X_{1i} + \beta_2(u_i, v_i)X_{2i} + \cdots + \beta_p(u_i, v_i)X_{pi}). \tag{38}$$

2.8.1 Estimasi Parameter Model GWNBR

Estimasi parameter GWNBR dilakukan dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode ini diperlukan dalam memperoleh estimasi parameter regresi lokal serta parameter dispersi yang memaksimalkan fungsi *likelihood*, dengan asumsi bahwa variabel respon pada setiap lokasi mengikuti distribusi Binomial Negatif.

Berbeda dengan model regresi global, proses penaksiran parameter pada GWNBR dilakukan secara lokal di setiap wilayah dengan melibatkan matriks pembobot spasial. Pembobot tersebut ditentukan berdasarkan jarak geografis antar wilayah dan fungsi kernel tertentu, sehingga pengamatan yang berada lebih dekat dengan lokasi estimasi memiliki kontribusi yang lebih besar dibandingkan pengamatan yang lebih jauh. Akibatnya, nilai parameter regresi dapat bervariasi antar wilayah.

Karena fungsi *likelihood* pada model GWNBR bersifat kompleks dan tidak memiliki solusi analitik tertutup, penaksiran parameter dilakukan secara iteratif menggunakan metode numerik seperti algoritma Newton–Raphson. Proses iterasi dilanjutkan hingga mencapai kondisi konvergen. Parameter regresi lokal yang dihasilkan merepresentasikan pengaruh variabel prediktor terhadap rataan kejadian di masing-masing wilayah, sementara parameter dispersi berperan dalam mengakomodasi adanya overdispersi pada data cacah. Berikut proses estimasi parameter model GWNBR.

a. Fungsi *Likelihood*

$$L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}, \theta_i) = \prod_{i=1}^{n} [f(y_i|\mu_i, \theta_i)]$$

$$L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}, \theta_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\theta_i})}{y_i!\,\Gamma(\frac{1}{\theta_i})} \left(\frac{1}{1+\theta_i\mu_i}\right)^{\frac{1}{\theta}i} \left(\frac{\theta_i\mu_i}{1+\theta_i\mu_i}\right)^{y_i}$$

dengan,

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta_i})}{\Gamma(\frac{1}{\theta_i})} &= \textstyle\prod_{r=0}^{y_i-1}(r + \frac{1}{\theta_i}) \\ y_i! &= \Gamma(y_i + 1) \\ \mu_i &= \exp(\boldsymbol{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}) \end{aligned}$$

sehingga diperoleh fungsi *likelihood*:

$$L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}, \theta_i) = \prod_{i=1}^{n} \left[\left(\prod_{r=0}^{y_i-1} (r + \frac{1}{\theta_i}) \right) \frac{1}{y_i!} \left(\frac{1}{1+\theta_i\mu_i}\right)^{\frac{1}{\theta_i}} \left(\frac{\theta_i\mu_i}{1+\theta_i\mu_i}\right)^{y_i} \right]. \quad (39)$$

b. Log Natural *Likelihood*

$$\begin{aligned} \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}, \theta_i) = \sum_{i=1}^{n} \Bigg[& \sum_{r=0}^{y_i-1} \ln\left(r + \frac{1}{\theta_i}\right) - \ln(y_i!) + \frac{1}{\theta_i} \ln(1+\theta_i\mu_i) \\ & + y_i \ln\left(\frac{\theta_i\mu_i}{1+\theta_i\mu_i}\right) \Bigg] \end{aligned}$$

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i) = \sum_{i=1}^{n}\Bigg[\Bigg(\sum_{r=0}^{y_i-1}\ln(r+\frac{1}{\theta_i})\Bigg) - \ln(y_i!) + y_i\ln\theta_i\mu_i \\ - (y_i+\frac{1}{\theta_i})\ln(1+\theta_i\mu_i)\Bigg]. \tag{40}$$

Faktor geografis berperan sebagai komponen pembobot dalam model GWNBR dan memiliki nilai yang bervariasi pada setiap lokasi pengamatan. Oleh karena itu, pembobotan tersebut diintegrasikan ke dalam bentuk persamaan *log-likelihood*.

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i) = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\Bigg[\Bigg(\sum_{r=0}^{y_i-1}\ln(r+\frac{1}{\theta_i})\Bigg) - \ln y_i! \\ + y_i\ln\theta_i\mu_i - (y_i+\frac{1}{\theta_i})\ln(1+\theta_i\mu_i)\Bigg]. \tag{41}$$

c. Turunan Pertama (Vektor Gradien)

Turunan pertama dari Persamaan (41) pada parameter dispersi (θ) yaitu:

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial\theta} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\Bigg[-\frac{1}{\theta_i^2}\sum_{r=0}^{y_i-1}\frac{1}{r+\frac{1}{\theta_i}} + \frac{y_i}{\theta_i} + \ln\left(\frac{1+\theta_i\mu_i}{\theta_i^2}\right) \\ - \frac{\left(y_i+\frac{1}{\theta_i}\right)\mu_i}{1+\theta_i\mu_i}\Bigg]. \tag{42}$$

Turunan pertama dari Persamaan (41) terhadap ($\boldsymbol{\beta}^T$) adalah:

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta)}{\partial\boldsymbol{\beta}^T_{(u_i,v_i)}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[(y_i\boldsymbol{X}_i) - (y_i-\frac{1}{\theta_i})\frac{\theta_i\mu_i\boldsymbol{X}_i}{1+\theta_i\mu_i}\right].$$

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta)}{\partial\boldsymbol{\beta}^T_{(u_i,v_i)}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_i-\mu_i\boldsymbol{X}_i}{1+\theta_i\mu_i}\right]. \tag{43}$$

Jika ditulis dalam bentuk vektor gradien $\boldsymbol{g}$, maka:

$$\boldsymbol{g}^T(\boldsymbol{\beta}_{(m)}) = \left(\frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta}_{(\boldsymbol{u_i},\boldsymbol{v_i})},\boldsymbol{\theta_i})}{\partial\boldsymbol{\theta}_1}, \frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta}_{(\boldsymbol{u_i},\boldsymbol{v_i})},\boldsymbol{\theta_i})}{\partial\boldsymbol{\beta}_0}, \frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial\boldsymbol{\beta}_1}, \ldots, \frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial\boldsymbol{\beta}_k}\right).$$

d. Turunan Kedua (Hessian)

Turunan kedua dari Persamaan (42) pada parameter dispersi (θ) yaitu:

$$\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}, \theta_i)}{\partial \theta_i^2} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i) \left[\sum_{r=0}^{y_i-1} \frac{1}{\theta_i^3} \frac{\left(2r + \frac{1}{\theta_i}\right)}{\left(r + \frac{1}{\theta_i}\right)^2} - \frac{y_i}{\theta_i^2} + 2\left(\frac{\mu_i}{1+\theta_i\mu_i}\right) - 2\ln\left(\frac{(1+\theta_i)\mu_i}{\theta_i^3}\right) + \frac{\left(y_i + \frac{1}{\theta_i}\right)\mu_i^2}{(1+\theta_i\mu_i)^2} \right]. \tag{44}$$

Turunan kedua dari Persamaan (43) terhadap ($\boldsymbol{\beta}$) yaitu:

$$\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}, \theta_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}^T \partial \boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i) \left[\frac{-(y_i + \frac{1}{\theta_i})\theta_i \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{X}_i^T \mu_i}{(1+\theta_i\mu_i)^2} \right]. \tag{45}$$

Diperoleh turunan parsial kedua terhadap ($\boldsymbol{\beta}$) dan (θ) adalah:

$$\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}, \theta_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)} \partial \theta_i} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i) \left[\frac{\theta_i^{-3} \exp\left(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}^T \boldsymbol{X}_i\right) \boldsymbol{X}_i}{1 + \theta_i \exp\left(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}^T \boldsymbol{X}_i\right)} - \frac{\exp\left(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}^T \boldsymbol{X}_i\right) \boldsymbol{X}_i}{\left(1 + \theta_i \exp\left(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)}^T \boldsymbol{X}_i\right)\right)^2} \right] \tag{46}$$

jika ditulis dalam bentuk matriks Hessian $\boldsymbol{H}$, maka:

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\beta}_{(m)}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_0} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_k} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_0} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\beta}_k} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0 \boldsymbol{\beta}_k} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_{(u_i,v_i)},\theta_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}_k^2} \end{pmatrix}.$$

e. Iterasi Newton-Raphson

Estimasi parameter awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ didapat melalui metode *Ordinary Least Square* (OLS) berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}. \tag{47}$$

Subtitusikan nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ ke dalam matriks $\boldsymbol{H}$ dan vektor gradien $\boldsymbol{g}$, akibatnya diperoleh matriks $\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)})$ dan vektor $\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)})$. Iterasi Newton Raphson dimulai dari $m = 0$ dengan persamaan berikut:

$$\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} = \boldsymbol{\beta}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\beta}_{(m)})\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\beta}_{(m)}). \tag{48}$$

Nilai $\boldsymbol{\beta}_{(m)}$ adalah sekumpulan estimator parameter yang konvergen pada iterasi ke-m jika $||\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} + \boldsymbol{\beta}_{(m)}|| < \epsilon$, apabila penaksir yang didapat belum konvergen maka kembali pada Persamaan (10) sampai iterasi ke-$m = (m+1)$.

2.8.2 Uji Signifikansi Parameter Model GWNBR

Uji signifikansi model GWNBR diperlukan dalam menilai pengaruh variabel-variabel prediktor pada variabel respon dengan mempertimbangkan variasi spasial dan overdispersi data. Pengujian ini bertujuan untuk memastikan apakah model yang dibentuk secara keseluruhan mampu menjelaskan variasi jumlah kejadian pada masing-masing wilayah pengamatan.

Uji simultan dilakukan menggunakan uji rasio *likelihood* (*Likelihood Ratio Test*) dengan membandingkan model GWNBR dan model yang lebih sederhana. Sementara itu, uji parsial dilakukan menggunakan uji Wald untuk menguji signifikansi parameter regresi lokal pada setiap wilayah. Parameter yang signifikan menunjukkan bahwa variabel prediktor memberi pengaruh yang bermakna pada variabel respon, sedangkan perbedaan hasil antar wilayah mencerminkan adanya variasi pengaruh secara spasial.

a. Uji Simultan
   Hipotesis:
   $H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \cdots = \beta_p(u_i, v_i) = 0$
   H_1 : paling sedikit terdapat satu $\beta_j(u_i, v_i) \neq 0,\ j = 1, 2, \ldots, p.$
   Statistik uji:

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2[\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})] \tag{49}$$

   dengan,

   $\ln L(\hat{\omega})$ = log *likelihood* untuk model tanpa melibatkan variabel prediktor,

   $\ln L(\hat{\Omega})$ = log *likelihood* untuk model yang melibatkan variabel prediktor.

Statistik uji $D(\hat{\beta})$ diasumsikan berdistribusi *chi-square* (χ^2) dengan derajat bebas sebesar p. Hipotesis nol (H_0) ditolak apabila nilai $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(p;\alpha)}$. Kondisi ini mengindikasikan bahwa setidaknya terdapat satu parameter dalam model yang memberikan pengaruh signifikan terhadap variabel respon.

b. Uji Parsial

Setelah uji simultan dilakukan, uji selanjutnya dilakukan dengan uji parsial melalui hipotesis:

$H_0 : \beta_j(u_i, v_i) = 0$

$H_1 : \beta_j(u_i, v_i) \neq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, p.$

Statistik uji:

$$Z_{\text{hitung}} = \frac{\hat{\beta}_j(u_i, v_i)}{\text{se}(\hat{\beta}_j(u_i, v_i))} \tag{50}$$

dengan,

$\hat{\beta}_j(u_i, v_i)$ = koefisien parameter dari variabel prediktor ke-j,

$\text{se}(\hat{\beta}_j(u_i, v_i))$ = standar error dari estimasi *Maximum Likelihood*.

Statistik uji Z_{hitung} diasumsikan berdistribusi normal baku (Z). Keputusan menolak H_0 diambil apabila nilai p-value $< \alpha$ atau $|Z_{\text{hitung}}| > Z_{(\alpha/2)}$, yang menunjukkan bahwa parameter yang diuji memiliki pengaruh yang signifikan.

2.9 Pemilihan Nilai *Bandwidth* dan Pembobot Optimum

Bandwidth merupakan komponen kunci dalam pemodelan GWNBR yang berfungsi menentukan seberapa luas pengamatan di sekitar suatu lokasi digunakan dalam proses penaksiran parameter (Darsyah, 2021). Pegamatan yang berada di dalam area tersebut tetap diperhitungkan dalam pembentukan model pada lokasi terkait, meskipun kontribusinya berbeda-beda sesuai dengan skema pembobot yang digunakan. *Bandwidth* juga memiliki peran penting dalam mengatur keseimbangan antara presisi model dan tingkat kelancaran hasil estimasi.

Besarnya nilai *bandwidth* memengaruhi tingkat sensitivitas spasial model, dimana *bandwidth* yang kecil menghasilkan estimasi yang lebih bersifat lokal, sedangkan *bandwidth* yang besar cenderung menghasilkan estimasi yang menyerupai model global. Oleh karena itu, penentuan nilai *bandwidth* yang optimal diperlukan agar diperoleh keseimbangan antara tingkat ketelitian dan kestabilan model.

Menentukan nilai *bandwidth* yang optimal merupakan tahap penting dalam proses pemodelan, mengingat parameter ini berperan signifikan dalam menentukan tingkat kehalusan estimasi serta keseimbangan antara varians dan bias model. Oleh sebab itu, penelitian ini menggunakan penilaian *Cross Validation* (CV) sebagai dasar penentuan nilai *bandwidth* optimal, dengan perumusan:

$$CV(k) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_{\neq i}(k))^2 \tag{51}$$

dengan $\hat{y}_{\neq i}(k)$ menyatakan nilai dugaan terhadap y_i yang diperoleh dari proses penaksiran tanpa melibatkan pengamatan pada lokasi (u_i, v_i).

Dalam proses estimasi model pada suatu lokasi (u_i, v_i) diperlukan adanya pembobot. Pembobot memegang peranan yang sangat penting dalam model GWNBR, hal ini karena nilai bobot mencerminkan kedekatan antara observasi satu dengan obeservasi lainnya, dimana nilai *bandwidth* dapat berbeda pada setiap titik pengamatan. Dalam penelitian ini digunakan fungsi kernel adaptif *bisquare*, yang secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\dfrac{d_{ij}}{b}\right)^2\right)^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq b \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > b \end{cases} \tag{52}$$

dengan

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \tag{53}$$

d_{ij} menyatakan jarak *Euclidean* antara titik (u_i, v_i) ke (u_j, v_j), sedangkan k merupakan nilai *bandwidth* yang menunjukkan jumlah atau proporsi dari observasi yang digunakan dalam proses estimasi parameter pada setiap lokasi pengamatan.

2.10 Penentuan Model Terbaik

Penentuan model ini dapat ditentukan berdasarkan nilai *Akaike's Information Criteria* (AIC) dan persentase devians yang mampu dijelaskan oleh model yang diukur menggunakan *McFadden's R-Squared*. Adapun kriteria pemilihan model yang digunakan adalah sebagai berikut.

1. *Akaike's Information Criteria* (AIC)
   Nilai AIC dihitung menggunakan rumus:

$$AIC = 2p - 2\ln\left(L(\hat{\theta})\right) \tag{54}$$

   dengan,

   $L(\hat{\theta})$ = nilai *likelihood* dari perhitungan fungsi *log-likelihood* pada model,
   p = banyaknya parameter yang terdapat pada model.

2. *McFadden's R-Squared*
   Dalam pemodelan regresi Poisson dan Negatif Binomial tidak terdapat nilai R^2. Sebagai alternatif, digunakan *McFadden's R-Squared*, yang memiliki nilai antara 0 sampai 1, dengan nilai yang semakin mendekati 1 menandakan bahwa kesesuain model semakin baik. Rumus *McFadden's R-Squared* dinyatakan sebagai berikut.

$$R^2_{\text{McFadden}} = 1 - \frac{likelihood_{\text{model}}}{likelihood_{\text{null}}} \tag{55}$$

   dengan,

   $likelihood_{\text{model}}$ = nilai *log-likelihood* model yang memuat seluruh variabel penjelas
   $likelihood_{\text{null}}$ = nilai *log-likelihood* dari model nol (hanya melibatkan intersep).

2.11 Kasus Komplikasi pada Ibu Hamil

Komplikasi pada masa kehamilan adalah kondisi gangguan atau masalah kesehatan yang muncul selama masa kehamilan yang dapat memengaruhi kondisi ibu maupun bayi. Komplikasi ini dapat bersifat ringan hingga berat dan menjadi salah satu penyebab utama meningkatnya morbiditas serta mortalitas maternal dan perinatal (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2022).

Menurut *World Health Organization* (WHO, 2021), komplikasi kehamilan dapat timbul akibat faktor medis, sosial ekonomi, maupun lingkungan. Beberapa kondisi yang sering dikategorikan sebagai komplikasi kehamilan antara lain adalah preeklampsia/eklampsia, perdarahan antepartum, infeksi, diabetes gestasional, dan komplikasi akibat partus lama. Faktor risiko yang berkontribusi meliputi usia ibu hamil yang terlalu muda (< 20 tahun) atau terlalu tua (> 35 tahun), status gizi buruk, serta kurangnya akses terhadap pelayanan antenatal yang memadai (Manuaba, 2019).

Selain faktor medis, determinasi sosial kesehatan, status ekonomi, dan akses terhadap fasilitas kesehatan juga memegang peran penting dalam memengaruhi kejadian komplikasi kehamilan (Rahman, *el al.*, 2020). Ibu hamil yang tidak mendapatkan pemeriksaan antenatal secara teratur cenderung memiliki risiko lebih tinggi mengalami komplikasi karena gangguan kesehatan tidak terdeteksi (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2022).

Penanganan komplikasi kehamilan membutuhkan pendekatan yang komprehensif dengan mempertimbangkan berbagai faktor yang dapat memengaruhi kesehatan ibu. Faktor-faktor tersebut antara lain status gizi ibu hamil yang tercermin dari prevalensi kurang energi kronis dan tingkat anemia, yang keduanya berperan penting dalam meningkatkan risiko terjadinya komplikasi obstetri.

Selain itu, cakupan konsumsi tablet tambah darah dan imunisasi Tetanus Difteri pada ibu hamil menjadi indikator penting dalam pencegahan risiko pendarahan dan infeksi selama kehamilan hingga masa persalinan, serta dukungan fasilitas dan tenaga kesehatan di suatu wilayah turut menentukan kualitas layanan *Antenatal Care* (ANC). Upaya pencegahan dan pengendalian komplikasi kehamilan ini menjadi prioritas dalam menurunkan angka kematian ibu di Indonesia sesuai dengan target *Sustainable Development Goals* (SDGs) tahun 2030.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil Tahun Akademik 2025/2026 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung. Adapun lokasi penelitian berada di Jalan Prof. Dr. Soemantri Brojonegoro No. 1, Gedong Meneng, Bandar Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan merupakan data sekunder yaitu data kasus komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung yang diperoleh dari Data Kesehatan Dalam Angka Tahun 2024 dari Dinas Kesehatan Provinsi Lampung (`https://dinkes.lampungprov.go.id/profil-kesehatan-provinsi-lampung-tahun-2024/`) dan data Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung dari *website* Geospasial untuk Negeri (`https://tanahair.indonesia.go.id/portal-web/`).

Variabel penilitian yang digunakan yaitu jumlah ibu hamil yang mengalami komplikasi kehamilan di setiap kabupaten/kota di Provinsi Lampung pada tahun 2024 (Y), jumlah ibu hamil yang mengalami kurang energi kronis (KEK) tiap kabupaten/kota di Provinsi Lampung (X_1), persentase ibu hamil yang mengalami anemia tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung (X_2), persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah (TTD) tiap kabupaten/kota di Provinsi Lampung (X_3), persentase sarana pelayanan kesehatan dasar bagi ibu dan anak (Posyandu) tiap kabupaten/kota di Provinsi Lampung (X_4), persentase ibu hamil yang mendapatkan imunisasi Tetanus Difteri (Td 2) tiap kabupaten/kota di Provinsi Lampung (X_5), dan persentase ibu hamil yang melakukan kunjungan *Antenatal Care* (K6) tiap kabupaten/kota di Provinsi Lampung (X_6). Kemudian data yang digunakan untuk pemetaan tiap kabupaten/kota di gunakan data lintang (U) dan bujur (V) di tiap wilayah di provinsi Lampung.

3.3 Metodologi Penelitian

Tahapan analisi yang dilakukan meliputi:

1. Analisis deskriptif
   Melakukan analisis deskriptif untuk melihat karakteristik variabel kasus komplikasi pada ibu hamil dan variabel-variabel yang memengaruhinya di Provinsi Lampung.
2. Pengujian multikolinearitas
   Pengujian multikolinearitas dilakukan dengan melihat nilai koefisien korelasi Pearson dan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF).
3. Melakukan analisis regresi Poisson
   a. Membuat model regresi Poisson.
   b. Melakukan estimasi parameter pada regresi Poisson dengan menggunakan MLE dan iterasi Newton Raphson.
   c. Melakukan pengujian signifikansi parameter pada model regresi Poisson baik secara simultan maupun secara parsial.
   d. Melakukan pengujian asumsi dispersi untuk memastikan kesesuaian model.
4. Melakukan analisis regresi Binomial Negatif
   a. Estimasi parameter pada regresi Binomial Negatif dengan MLE dan iterasi Newton Raphson.
   b. Menguji signifikansi parameter model regresi Binomial Negatif secara simultan dan secara parsial.
5. Melakukan uji efek spasial
   a. Melakukan uji dependensi spasial.
   b. Melakukan uji heterogenitas spasial.

6. Melakukan pemodelan *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR)

    a. Menghitung jarak Euclidean antar lokasi.

    b. Menentukan nilai *bandwidth* optimum.

    c. Menentukan matriks pembobot spasial.

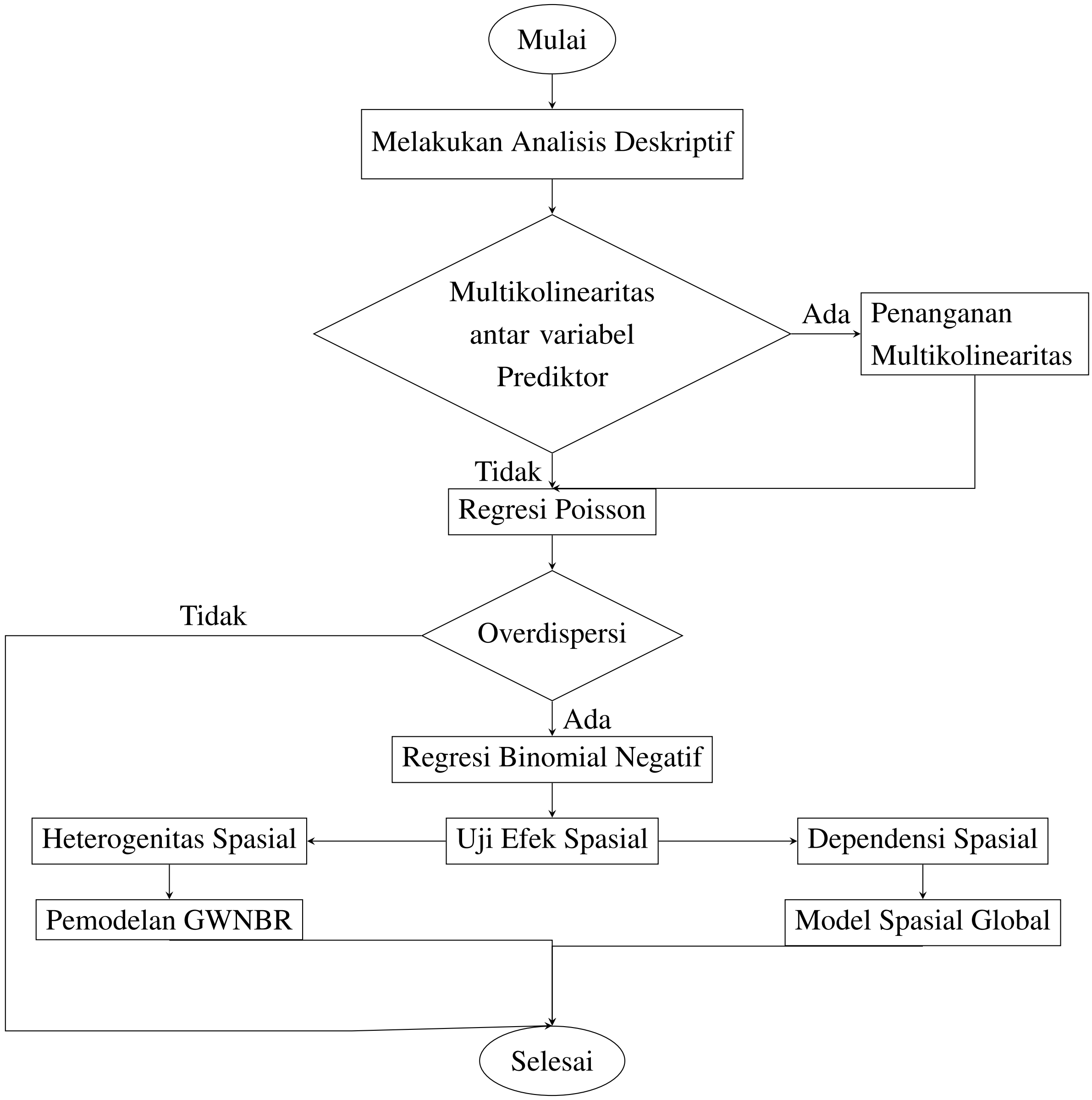
    d. Melakukan pengujian signifikansi parameter pada model GWNBR.

    e. Melakukan pengelompokkan variabel signifikan.

    f. Membentuk model GWNBR.

7. Pemilihan model terbaik
   Menentukan model terbaik berdasarkan kriteria seperti AIC dan nilai *McFadden's* R^2.

3.4 *Flowchart*



Gambar 1. *Flowchart* Penelitian

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berikut diperoleh kesimpulan meliputi:

1. Setiap kabupaten/kota di Provinsi Lampung mempunyai model yang berbeda-beda. Sebagai contoh berikut model GWNBR dari Kota Bandar Lampung.

$$\begin{aligned}\mu_{Bdl} = \exp(&-0{,}000767 - 0{,}000025X_1 - 0{,}000488X_2 - 0{,}000470X_3 \\ &- 0{,}078895X_4 + 0{,}000884X_5 + 0{,}000125X_6).\end{aligned}$$

2. Secara keseluruhan faktor-faktor yang memengaruhi kasus komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung adalah ibu hamil yang kurang energi kronis (KEK) (X_1), persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah (TTD) (X_3), persentase pelayanan kesehatan dasar bagi ibu dan anak (Posyandu) (X_4), persentase ibu hamil yang mendapatkan imunisasi Tetanus Difteri (Td 2) (X_5), dan persentase ibu hamil yang melalkukan kunjungan *Anternal Care* (K6) (X_6).

5.2 Saran

Adapun saran dari hasil penelitian ini yaitu sebagai berikut.

1. Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat menambahkan variabel prediktor yang lain untuk menganalisis kasus komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung sehingga penelitian akan lebih baik karena banyak faktor yang digunakan pada model.

2. Berdasarkan model GWNBR yang diperoleh, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi yang komprehensif bagi para pembuat kebijakan dalam merancang intervensi kesehatan yang lebih tepat sasaran di Provinsi Lampung. Informasi mengenai faktor-faktor yang berpengaruh secara signifikan di setiap kabupaten/kota dapat digunakan sebagai dasar dalam menyusun strategi penanganan komplikasi pada ibu hamil yang disesuaikan dengan karakteristik wilayah masing-masing. Dengan demikian, kebijakan yang dirumuskan tidak bersifat umum, melainkan berbasis pada kondisi lokal, sehingga diharapkan mampu meningkatkan efektivitas program dan berkontribusi dalam upaya pengurangan kasus komplikasi pada ibu hamil di Provinsi Lampung.

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. 2015. *Foundations of Linear and Generalized Linear Models*. Hoboken, NJ: Wiley.

Anselin, L., & Bera, A. K. 1998. Spatial Dependence in Linear Regression Models with An Introduction to Spatial Econometrics. Statistics Textbooks and Monographs. **155**: 237-290.

Badan Pusat Statistik. 2024. *Profil Kesehatan Ibu dan Anak 2024*.

Cahyandari, R. 2014. Pengujian Overdispersi pada Model Regresi Poisson. Statistika. **14**(2): 69–76.

Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. 1998. *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge University Press.

Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. 2013. *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge University Press.

Caraka, R. E., & Yasin, H. 2017. *Geographically Weighted Regression (GWR); Sebuah Pendekatan Regresi Geografis*. Mobius: Yogyakarta.

Damayanti, C. R. M., & Yanti, T. S. 2022. Regresi Poisson Invers Gaussian (PIG) untuk Pemodelan Jumlah Kasus Pneumonia pada Balita di Provinsi Jawa Tengah Tahun 2019. *Jurnal Riset Statistika*. **1**(2): 143–151.

Darsyah, M. 2021. Pemodelan Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR) Pada Kasus Malaria Di Indonesia. *Jurnal Litbang Edusaintech*. **2**(2): 1–15.

Dinas Kesehatan Provinsi Lampung. 2023. *Profil Kesehatan Provinsi Lampung 2023*. Bandar Lampung: Dinkes Lampung.

Dinas Kesehatan Provinsi Lampung. 2024. *Data Kesehatan Dalam Angka Tahun 2024*. Bandar Lampung: Dinkes Lampung.

Fadilah, F. W. R., Handajani, S. S., Zukhronah, E., & Pratiwi, H. 2019. Geographically weighted negative binomial regression model to analysis of factors that influence on maternal mortality in Central Java Province. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2022, No. 1, p. 020105). AIP Publishing LLC.

Famoye, F., Wulu, J., & Singh, K. 2004. On The Generalized Poisson Regression Model with an Application to Accident Data. *Journal of Data Science*. **2**: 287–295.

Fotheringham, A, S., Brunsdon, C., & Charlton, M. 2002. Geographically Weighted Regression the analysis of spatially varying relationships. University of Newcastle. UK.

Ghozali, I. 2018. *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program IBM SPSS 25* (9th ed). Universitas Diponegoro.

Greene, W. H. 2018. *Econometric analysis* (8th ed.). Pearson Education.

Gujarati, D. N. 2004.*Basic Econometrics* (4th ed.).New York: McGraw–Hill.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. 2009. *Basic Econometrics* (5th ed.). New York: McGraw-Hill.

Hardaniyati, H., Ariendha, D. S. R., & Ulya, Y. 2021. Kepatuhan kunjungan antenatal care terhadap sikap dalam deteksi dini komplikasi kehamilan pada ibu hamil. Jurnal Kesehatan Qamarul Huda, **9**(2): 100-105.

Hilbe, J. M. 2011. *Negative Binomial Regression* (2nd ed.). New York: Cambridge University Press.

Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2019. *Pedoman Umum Pengelolaan Posyandu*. Jakarta: Kemenkes RI.

Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2020. *Pedoman pencegahan dan penanggulangan kekurangan energi kronis (KEK) pada ibu hamil*. Jakarta: Kemenkes RI.

Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2022. *Profil Kesehatan Indonesia Tahun 2022*. Jakarta: Kemenkes RI.

Manuaba, I. B. G. 2019. *Ilmu Kebidanan, Penyakit Kandungan dan Keluarga Berencana untuk Pendidikan Bidan*. Jakarta: EGC.

Oluwajana, S. D., Ukkusuri, S. V., & Hatzopoulou, M. 2022. Macro-level collision prediction using geographically weighted regression models. *Journal of Safety Research*. **80**: 203–213. https://doi.org/10.1016/j.jsr.2021.12.009

Pratama, W., & Wulandari, S. P. 2015. Pemetaan dan Pemodelan Jumlah Kasus Penyakit Tuberculosis (TBC) di Provinsi Jawa Barat dengan Pendekatan Geographically Weighted Negative Binomial Regression. *Jurnal Sains dan Seni ITS*. **4**(1): 37–42.

Prawirohardjo, S. 2020. *Ilmu Kebidanan*. Jakarta: PT Bina Pustaka Sarwono Prawirohardjo.

Proverawati, A., & Asfuah, S. 2020. *Gizi untuk Kebidanan*. Yogyakarta: Nuha Medika.

Rahmadeni, F. F., & Rahmi, J. 2019. Pemodelan Generalized Poisson Regression (GPR) Pada Kasus Kematian Neonatal Di Provinsi Riau. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, **5**(2): 43–50.

Rahman, M., Islam, M. A., & Rahman, M. M. 2020. Socioeconomic determinants of maternal complications during pregnancy in developing countries. *BMC Pregnancy and Childbirth*, **20**(1): 123.

Ramadhan, R. F., & Kurniawan, R. 2016. Pemodelan Data Kematian Bayi Dengan *Geographically Weighted Negative Binomial Regression*. *Media Statistika*, **9**(2): 95-106.

Salim, A. B. P. A., & Anuraga, G. 2025. Pemodelan Kejadian Penyakit Tuberkulosis di Provinsi Jawa Barat Tahun 2023 Menggunakan Metode *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) *Mandalika Mathematics and Education Journal*, **7**(2): 891-902.

Setyaningsih, A., Gunawan, M. I., Fauzi, L., & Taher, R. A. A. M. 2021. Metode Binomial Mengenai Kebersihan Pemerintah dalam Mengatasi Kemacetan di Ibu Kota Jakarta. *Bulletin of Applied Industrial Engineering Theory*, **2**(1): 21-23.

Thaddeus, S., & Maine, D. 1994. Too Far to Walk: Maternal Mortality in Context. *Social Science & Medicine*.

Walpole, R. 1995. *Pengantar Statistika*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Wang, L., Wang, K., Ma, W., Abdel-Aty, M., & Li, L. 2022. Real time safety analysis for expressways considering types. *Journal of Safety Research*. **80**: 349–361.

Wooldridge, J, M. 2016. *Introductory econometrics: A modern approach* (6th ed.). Cengage Learning.

World Health Organization (WHO). 2012. *Daily iron and folic acid supplementation during pregnancy*. Geneva: WHO. https://www.who.int/tools/elena/interventions/daily-iron-pregnancy?utm_source=chatgpt.com.

World Health Organization (WHO). 2016. *Daily iron and folic acid supplementation during pregnancy*. Geneva: WHO. https://www.who.int/publications/i/item/9789241549912?utm_source=chatgpt.com.

World Health Organization (WHO). 2020. *Maternal and neonatal tetanus elimination (MNTE): The strategies*. Geneva: WHO. https://www.who.int/initiatives/maternal-and-neonatal-tetanus-elimination-(mnte)/the-strategies?utm_source=chatgpt.com.

World Health Organization (WHO). 2021. *Maternal Health: Complications During Pregnancy*. Geneva: WHO. https://www.who.int/health-topics/maternal-health#tab=tab_1.

World Health Organization (WHO). 2023. *Maternal Mortality: Key Facts*. https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/maternal-mortality.

World Health Organization (WHO). 2025. *Healthy Beginnings, Hopeful Futures: Indonesia's Commitment to Maternal and Child Health*.https://www.who.int/indonesia.