

**MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS REPRESENTASI MATEMATIS
UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MATEMATIS
BERDASARKAN NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS
MATHEMATICS (NCTM)**

DISERTASI

Oleh

**Fredi Ganda Putra
2133031004**



**PROGRAM STUDI DOKTOR PENDIDIKAN
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS LAMPUNG
2026**

**MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS REPRESENTASI MATEMATIS
UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MATEMATIS
BERDASARKAN NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS
MATHEMATICS (NCTM)**

DISERTASI

**Disusun untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Mencapai Derajat Doktor
Program Studi Doktor Pendidikan**



**Oleh : Fredi Ganda Putra
NPM : 2133031004**

**PROGRAM STUDI DOKTOR PENDIDIKAN
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS LAMPUNG
2026**

PERNYATAAN DISERTASI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : Fredi Ganda Putra
Nomor Pokok Mahasiswa : 2133031004
Program Studi : S3 PENDIDIKAN

Dengan ini menyatakan bahwa dalam disertasi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar di suatu perguruan tinggi.

Sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali secara tertulis dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Apabila ternyata kelak terbukti ada ketidakbenaran dalam pernyataan saya, maka saya bertanggung jawab sepenuhnya.

Bandar Lampung, 30 April 2026

Yang Menyatakan,



Fredi Ganda Putra

NPM 2133031004

**MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS REPRESENTASI MATEMATIS
UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MATEMATIS
BERDASARKAN *NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS
MATHEMATICS* (NCTM)**

DISERTASI

**Oleh:
Fredri Ganda Putra
NPM 2133031004**

Komisi
Pembimbing

Nama

Tanda Tangan

Tanggal

Promotor

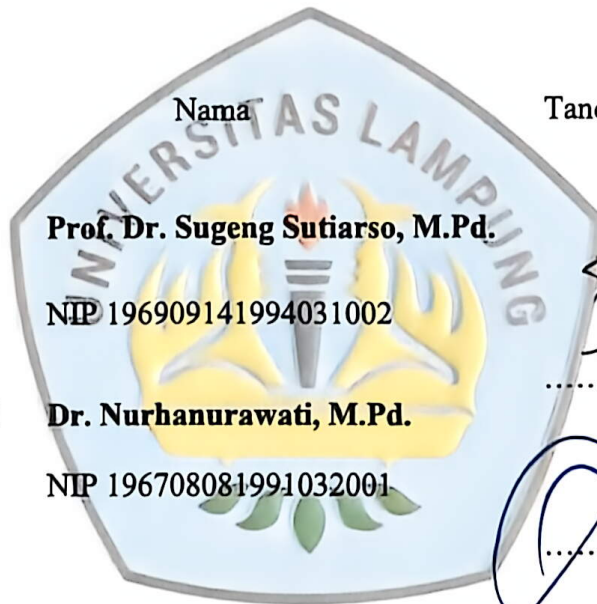
Prof. Dr. Sugeng Sutiarmo, M.Pd.

NIP 196909141994031002

Co-promotor I

Dr. Nurhanurawati, M.Pd.

NIP 196708081991032001



[Handwritten signature of Prof. Dr. Sugeng Sutiarmo]
.....
[Handwritten signature of Dr. Nurhanurawati]
.....

9-1-2024

9-1-2024

Telah dinyatakan memenuhi syarat pada tanggal 9 Januari 2026.

Mengetahui,
Ketua Program Studi Doktor Pendidikan,

[Handwritten signature of Prof. Hasan Hariri]

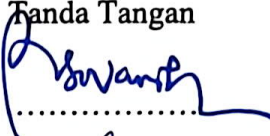
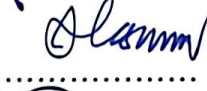





Prof. Hasan Hariri, S.Pd., M.B.A., Ph.D.
NIP 196705212000121001

**MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS REPRESENTASI MATEMATIS
UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MATEMATIS
BERDASARKAN NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS
MATHEMATICS (NCTM)**

DISERTASI

**Oleh:
Fredri Ganda Putra
NPM 2133031004**


Tim Penguji

Jabatan	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dr. Riswandi, M. Pd. NIP 197608082009121001		10-04-2026
Sekretaris	Prof. Hasan Hariri, S.Pd., M.B.A., Ph.D. NIP 196705212000121001		08-04-2026
Anggota	Dr. Mujib, M.Pd. NIP 196911082000031001		9-4-2026
	Prof. Dr. Sugeng Sutiarmo, M.Pd. NIP 196909141994031002		08-04-2026
	Dr. Nurhanurawati, M.Pd. NIP 196708081991032001		08-04-2026
	Dr. Caswita, M.Si. NIP 196710041993031004		06 Mei 2026
	Dr. Dina Maulina, M.Si. NIP 198512032008122001		08-04-2026

Telah dipertahankan di depan penguji pada Sidang Tertutup dan dinyatakan telah memenuhi syarat pada tanggal 7 April 2026.



Dekan FKIP Universitas Lampung,
Dr. Abet Maydiantoro, M.Pd.
NIP 198705042014041001






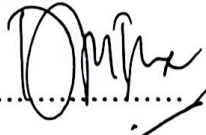


Ketua Program Studi Doktor Pendidikan,

Prof. Hasan Hariri, S.Pd., M.B.A., Ph.D.
NIP 196705212000121001

**MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS REPRESENTASI MATEMATIS
UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MATEMATIS
BERDASARKAN NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS
MATHEMATICS (NCTM)**

DISERTASI


**Oleh:
Fredri Ganda Putra
NPM 2133031004**

Tim Penguji

Jabatan	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Prof. Dr. Sunyono, M.Si. NIP 196512301991111001		7-5-2026
Sekretaris	Prof. Hasan Hariri, S.Pd., M.B.A., Ph.D. NIP 196705212000121001		5-5-2026
Anggota	Dr. Albet Maydiantoro, M.Pd. NIP 198705042014041001		7-5-2026
	Dr. Mujib, M.Pd. NIP 196911082000031001		9-5-2026
	Dr. Caswita, M.Si. NIP 196710041993031004		06 Mei 2026
	Dr. Dina Maulina, M.Si. NIP 198512032008122001		6-5-2026
	Prof. Dr. Sugeng Sutiarmo, M.Pd. NIP 196909141994031002		5-5-2026
	Dr. Nurhanurawati, M.Pd. NIP 196708081991032001		5-5-2026

Telah dipertahankan di depan penguji pada Sidang Terbuka dan dinyatakan telah memenuhi syarat pada tanggal 29 April 2026.


Dekan FKIP Universitas Lampung,
Dr. Albet Maydiantoro, M.Pd.
NIP 198705042014041001


Direktur Pascasarjana,
Prof. Dr. Ir. Murhadi, M.Si.
NIP 196403261989021001

RIWAYAT HIDUP

Fredi Ganda Putra lahir di Sintang pada 15 September 1990 dan merupakan anak kedua dari dua bersaudara. Penulis menyelesaikan pendidikan Sarjana (S1) Pendidikan Matematika di Universitas Tanjungpura pada tahun 2012, dan melanjutkan pendidikan Magister (S2) Pendidikan Matematika di Universitas Sebelas Maret, Surakarta, yang diselesaikan pada tahun 2014. Pada tahun 2021, penulis melanjutkan jenjang pendidikan Doktor (S3) di Program Studi Doktor Pendidikan, dengan fokus penelitian pada Pendidikan Matematika.

Penulis memiliki ketertarikan yang mendalam pada bidang pengembangan pendidikan, khususnya pendidikan matematika. Sejak bergabung sebagai dosen di Fakultas Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri (UIN) Raden Intan Lampung, penulis aktif mengajar dan membimbing mahasiswa. Penulis juga berperan sebagai editor dan reviewer di berbagai jurnal ilmiah, baik nasional maupun internasional, serta menjabat sebagai *Editor-in-Chief* di jurnal *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika* yang terakreditasi SINTA 1 dan menjabat sebagai *Managing Editor* di *Online Learning in Educational Research (OLER) Journal* yang terakreditasi SINTA 1 dan terindeks Scopus. Komitmen penulis dalam meningkatkan kualitas publikasi ilmiah di bidang pendidikan tercermin dari kontribusinya dalam jurnal-jurnal ini.

Komitmen penulis terhadap pengembangan pendidikan tercermin dalam berbagai publikasi ilmiah yang mencakup topik-topik seperti model pembelajaran matematika, keterampilan representasi matematis, pemecahan masalah, dan penggunaan teknologi dalam pembelajaran. Artikel-artikel penulis telah dipublikasikan di jurnal nasional terakreditasi dan jurnal internasional bereputasi, memberikan dampak signifikan dalam bidang *Mathematics Education* dan *Mathematical Representation*. Selain itu, penulis juga berhasil meraih beberapa paten internasional melalui kolaborasi riset lintas negara, berfokus pada perancangan alat peraga pendidikan untuk mempermudah pemahaman konsep-konsep sains dasar.

MOTTO

"Pendidikan bukanlah sesuatu yang diperoleh seseorang, tapi pendidikan adalah sebuah proses seumur hidup."

Gloria Steinem

"Tujuan pendidikan itu untuk mempertajam kecerdasan, memperkuat kemauan serta memperhalus perasaan."

Tan Malaka

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini saya persembahkan dengan segenap hati sebagai ungkapan syukur yang mendalam kepada Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya dalam setiap langkah perjalanan hidup saya. Tidak dapat saya ungkapkan dengan kata-kata betapa dalamnya rasa terima kasih saya atas kasih sayang dan dukungan tanpa henti dari semua pihak yang telah menemani saya dalam perjalanan akademik ini:

1. Kepada Ibu dan alm. Ayah, dan juga Ayah dan Ibu Mertua, yang senantiasa memberikan dukungan dan doa agar saya diberikan kekuatan dan kelancaran dalam mencapai cita-cita. Kasih sayang kalian selalu menjadi sumber semangat yang mendorong saya di setiap langkah perjalanan hidup ini.
2. Kepada istri dan anak-anak tercinta, kalian adalah sumber motivasi yang tidak tergantikan. Kehadiran dan cinta kalian memberikan keseimbangan serta menjadi alasan bagi saya untuk terus berjuang.
3. Kepada Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung, yang telah memberikan saya kesempatan untuk berkembang dan berkarya. Lembaga ini menjadi rumah kedua bagi saya, yang memberi ruang untuk belajar dan berkembang menjadi pribadi yang lebih baik.
4. Kepada almamater Universitas Lampung, yang telah menjadi tempat menempa ilmu dan memperkaya pengalaman akademik saya. Setiap langkah yang saya jalani di sana membentuk perjalanan penuh makna dan memberikan fondasi yang kuat untuk masa depan saya.

ABSTRAK

MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS REPRESENTASI MATEMATIS UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MATEMATIS BERDASARKAN *NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS MATHEMATICS* (NCTM)

Oleh:

Fredi Ganda Putra

NPM 2133031004

Pembelajaran matematika yang efektif memerlukan peningkatan kemampuan representasi matematis siswa, yang dapat membantu mereka dalam menghubungkan, memvisualisasikan, dan memahami konsep-konsep abstrak. Namun, banyak siswa yang kesulitan dalam mengembangkan kemampuan ini, yang berdampak pada rendahnya kemampuan pemecahan masalah dan penalaran matematis mereka. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dapat meningkatkan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah matematis siswa, sesuai dengan standar *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) yang memenuhi kriteria valid, praktis, dan efektif. Model ini mengintegrasikan teori kognitivisme, konstruktivisme, pemrosesan informasi, *dual coding*, dan beban kognitif dalam merancang strategi pembelajaran yang mendalam dan efektif. Penelitian ini menggunakan metode penelitian dan pengembangan (R&D) dengan pendekatan Plomp, yang terdiri dari fase investigasi awal, pembuatan prototipe, dan evaluasi. Populasi penelitian terdiri dari 45 SMP Negeri di Bandar Lampung, dengan sampel terpilih melalui teknik *cluster random sampling*. Uji validitas model dilakukan oleh lima ahli, dan uji kepraktisan dilakukan menggunakan angket yang diisi oleh guru, siswa, dan observer. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kriteria valid secara isi dan konstruk, praktis, dan mudah diimplementasikan. Uji efektivitas menggunakan *pretest-posttest*, MANOVA, dan *normalized gain* menunjukkan bahwa model ini lebih efektif dibandingkan pembelajaran konvensional dalam meningkatkan kemampuan matematis siswa. Model pembelajaran DECADE (*Direction, Exploration, Construction, Articulation, Deep Reflection, dan Extension*) yang dikembangkan dapat dijadikan alternatif model pembelajaran matematika yang efektif untuk meningkatkan kemampuan matematis siswa di sekolah, khususnya dalam pengembangan program doktoral di bidang pendidikan matematika.

Kata Kunci: DECADE; Efektivitas pembelajaran; Pembelajaran matematika; Penalaran matematis; dan Representasi matematis.

ABSTRACT

MATHEMATICAL REPRESENTATION-BASED LEARNING MODEL TO ENHANCE STUDENTS' MATHEMATICAL COMPETENCIES IN ALIGNMENT WITH THE NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM) PROCESS STANDARDS

By:

**Fredi Ganda Putra
NPM 2133031004**

Effective mathematics learning requires the enhancement of students' mathematical representation abilities, which help them connect, visualize, and understand abstract concepts. However, many students face difficulties in developing these abilities, which impacts their problem-solving and mathematical reasoning skills. This study aims to develop a mathematical representation-based learning model that can improve students' abilities in representation, communication, connection, reasoning, and problem-solving, in accordance with the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) standards, ensuring it meets the criteria of validity, practicality, and effectiveness. The model integrates cognitive, constructivist, information processing, dual coding, and cognitive load theories to design an in-depth and effective learning strategy. This research employs a Research and Development (R&D) method with a Plomp-based approach, consisting of the phases of initial investigation, prototype development, and evaluation. The study population includes 45 junior high schools in Bandar Lampung, with a sample selected through cluster random sampling. The model's validity was evaluated by five experts, and its practicality was tested using questionnaires completed by teachers, students, and observers. The results show that the developed learning model meets the content and construct validity criteria, is practical, and easy to implement. Effectiveness testing using pretest-posttest, MANOVA, and normalized gain analyses indicates that this model is more effective than conventional learning in improving students' mathematical abilities. The DECADE learning model (Direction, Exploration, Construction, Articulation, Deep Reflection, and Extension) developed in this study can serve as an alternative effective mathematics learning model to enhance students' mathematical abilities in schools, particularly in the development of doctoral programs in mathematics education.

Keywords: *DECADE; Effectiveness of learning; Mathematics learning; Mathematical reasoning; and Mathematical representation*

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan taufik dan hidayah-Nya, sehingga disertasi ini yang berjudul “**Model Pembelajaran Berbasis Representasi Matematis untuk Meningkatkan Kemampuan Matematis Berdasarkan *National Council of Teachers Mathematics (NCTM)***” dapat diselesaikan dengan baik. Penelitian ini merupakan bagian dari kontribusi akademik dalam pengembangan model pembelajaran matematika yang bertujuan untuk meningkatkan kemampuan matematis siswa melalui pendekatan representasi yang berlandaskan pada standar NCTM. Dengan demikian, model pembelajaran ini diharapkan dapat menjadi alternatif yang efektif dalam meningkatkan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, serta pemecahan masalah matematis siswa di berbagai tingkat pendidikan. Disertasi ini tidak akan terwujud tanpa adanya dukungan, doa, dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang tulus kepada:

1. Prof. Dr. Ir. Lusmeilia Afriani, D.E.A., I.P.M., Rektor Universitas Lampung.
2. Prof. Dr. Ir. Murhadi, M.Si., Direktur Program Pascasarjana Universitas Lampung.
3. Dr. Albet Maydiantoro, M.Pd., Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Lampung.
4. Prof. Hasan Hariri, MBA., Ph.D., Koordinator Program Studi Doktor Pendidikan, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Lampung.
5. Prof. Dr. Sugeng Sutiarmo, M.Pd., sebagai Promotor yang dengan sabar dan penuh dedikasi telah memberikan arahan, kritik, dan saran yang membangun sepanjang proses penelitian dan penulisan disertasi.
6. Dr. Nurhanurawati, M.Pd., selaku Co-promotor I yang telah membimbing penulis dalam menyelesaikan disertasi.

7. Dr. Caswita, M.Si., sebagai pembahas dan Penguji 1 yang telah memberikan masukan, saran, dan perbaikan dalam penulisan disertasi ini.
8. Dr. Dina Maulina, M.Si., sebagai pembahas dan Penguji 2 yang telah memberikan masukan, saran, dan perbaikan serta penyempurnaan dalam penulisan disertasi ini.
9. Dr. Mujib, M.Pd., sebagai Penguji eksternal yang telah memberikan masukan, saran, dan perbaikan serta penyempurnaan dalam penulisan disertasi ini.
10. Bapak dan Ibu teman seperjuangan di Program Studi Doktor Pendidikan angkatan 2021 yang telah banyak memberikan kesempatan untuk berbagi dan berdiskusi.
11. Semua pihak lain yang tidak dapat disebutkan satu per satu, saya ucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas bantuan dan dukungannya.

Penulis menyadari bahwa disertasi ini masih jauh dari sempurna, baik dalam segi konsep, metodologi, maupun analisis yang disajikan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat kami harapkan untuk perbaikan lebih lanjut di masa depan. Semoga hasil penelitian ini dapat memberikan manfaat yang besar bagi dunia pendidikan, khususnya dalam pengembangan model pembelajaran matematika berbasis representasi yang efektif. Semoga disertasi ini dapat berkontribusi pada kemajuan ilmu pengetahuan dan pendidikan di Indonesia, serta memberikan wawasan baru bagi para pendidik dan peneliti dalam meningkatkan kualitas pembelajaran matematika.

Bandar Lampung, 28 Februari
2026

Penulis

DAFTAR ISI

PERNYATAAN ORISINALITAS DAN PUBLIKASI DISERTASI	iii
HALAMAN PERSETUJUAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN UJIAN TERTUTUP	v
HALAMAN PENGESAHAN UJIAN TERBUKA	vi
RIWAYAT HIDUP	vii
MOTTO	viii
PERSEMBAHAN.....	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
KATA PENGANTAR.....	xii
DAFTAR ISI.....	xiv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR GAMBAR.....	xix
DAFTAR LAMPIRAN	xx
BAB I. PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Rumusan Masalah	7
C. Tujuan Penelitian.....	8
D. Manfaat Penelitian.....	8
E. Batasan Masalah.....	9
F. Asumsi Pengembangan Model.....	10
BAB II. TINJAUAN PUSTAKA.....	11
A. Kemampuan Matematis menurut NCTM.....	11
B. Konsep Representasi Matematis.....	18
C. Pembelajaran berbasis Representasi Matematis	21
D. Landasan Pedgaogis Pembelajaran Berbasis Representasi Matematis	23

E.	Analisis Kurikulum Bangun Ruang Sisi Datar.....	35
F.	Penelitian Relevan.....	37
G.	Kerangka Berpikir.....	39
BAB III.	METODE PENELITIAN	43
A.	Jenis Penelitian.....	43
B.	Populasi dan Sampel Penelitian.....	43
C.	Prosedur Penelitian.....	43
1.	Tahap I: Studi Pendahuluan (Preliminary Research).....	46
2.	Tahap II: Prototipe (Prototyping Phase).....	47
3.	Tahap III: Penilaian (Evaluation).....	48
D.	Teknik Pengumpulan Data.....	50
1.	Data Analisis Kebutuhan.....	50
2.	Data Validitas.....	50
3.	Data Kepraktisan.....	51
4.	Data Keefektifan.....	51
E.	Instrumen Penelitian.....	52
1.	Instrumen Wawancara.....	53
2.	Instrumen Angket.....	53
3.	Instrumen Tes.....	56
F.	Teknik Analisis Data.....	61
1.	Analisis Data Pendahuluan.....	61
2.	Analisis Data Kevalidan Model Pembelajaran.....	62
3.	Analisis Data Kepraktisan Model Pembelajaran.....	62
4.	Analisis Data Keefektifan Model Pembelajaran.....	63
BAB IV.	HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN.....	67
A.	Hasil Investigasi Awal (Preliminary Research).....	67
1.	Studi Literatur Kemampuan Matematis.....	68
2.	Analisis Kondisi Awal Kemampuan Matematis.....	70
B.	Pengembangan dan Perancangan (Prototyping Phase).....	74
1.	Penyusunan dan Pengembangan Model Pembelajaran.....	74
2.	Penyusunan Model Pembelajaran.....	78
3.	Karakteristik Model Pembelajaran DECADE.....	83
4.	Komponen Model Pembelajaran yang Dikembangkan.....	90
5.	Sintaks Pembelajaran Berbasis Representasi Matematis.....	94
6.	Perangkat Pendukung dan Instrumen Penelitian.....	100
7.	Validasi Produk.....	100
C.	Pengujian Produk.....	112
1.	Kepraktisan Model Pembelajaran DECADE.....	113
2.	Efektivitas Model Pembelajaran DECADE.....	115
D.	Dimensiasi Produk Model Pembelajaran DECADE.....	121
E.	Pembahasan Hasil Penelitian.....	122

F. Kebaruan Model Pembelajaran DECADE	144
1. Kebaruan Sintaks Representasional DECADE	145
2. Kebaruan Integrasi Teoritis	146
3. Kebaruan Empiris dalam Penguatan Kemampuan Matematis..	146
BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN	148
A. Kesimpulan dan Implikasi.....	148
1. Kesimpulan	148
2. Implikasi.....	149
B. Saran.....	150
DAFTAR PUSTAKA	153
LAMPIRAN 1	166
LAMPIRAN 2.....	179
LAMPIRAN 3.....	218
LAMPIRAN 4.....	294
LAMPIRAN 5.....	260

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Indikator Kemampuan Representasi Matematis.....	18
Tabel 3. 1	Relasi antara Data, Teknik Pengumpulan Data, dan Instrumen Penelitian	52
Tabel 3.2	Kisi-Kisi Instrumen Wawancara Guru	53
Tabel 3.3	Kisi-Kisi Instrumen Wawancara Siswa.....	53
Tabel 3.4	Kriteria Keterlaksanaan Model Pembelajaran.....	55
Tabel 3.5	Kriteria Respon Guru	56
Tabel 3.6	Penskoran Kemampuan Matematis	56
Tabel 3.7	Kriteria Reliabilitas	59
Tabel 3.8	Indeks Tingkat Kesukaran (TK).....	61
Tabel 3.9	Pedoman Konversi Kevalidan	62
Tabel 3.10	Kriteria Kepraktisan Model Pembelajaran	63
Tabel 3.11	Kriteria Kepraktisan Model Pembelajaran	63
Tabel 3.12	Interpretasi Peningkatan Nilai <i>Normalized-Gain</i>	65
Tabel 3.13	Interpretasi Efektivitas Nilai <i>Normalized-Gain</i>	66
Tabel 4.1	Statistik Deskriptif Pretest Kemampuan Matematis Peserta Didik	70
Tabel 4.2	Statistik Deskriptif Pretest Kemampuan Matematis Berdasarkan Kelompok	72
Tabel 4.3	Pemetaan Teori Pembelajaran, Sintaks, dan Kemampuan Matematis NCTM.....	82
Tabel 4.4	Aktivitas Guru dan Siswa dalam Pembelajaran DECADE	97
Tabel 4.5	Penilaian Ahli terhadap Validitas Isi Model DECADE	101
Tabel 4.6	Penilaian Ahli terhadap Validitas Konstruksi Model DECADE ...	102
Tabel 4.7	Saran Perbaikan Model DECADE oleh Validator Ahli	102
Tabel 4.8	Penilaian Ahli Materi	104
Tabel 4.9	Penilaian Ahli Media	104
Tabel 4.10	Saran Perbaikan Modul Pembelajaran oleh Validator Ahli	105
Tabel 4.11	Komentar para Validator	108
Tabel 4.12	Hasil Uji Validitas Tes	110
Tabel 4.13	Kesimpulan Uji Validasi Konstruksi Instrumen Tes	112
Tabel 4.14	Rekapitulasi Hasil Pengamatan (observer, guru dan siswa) terhadap Kepraktisan Model pembelajaran DECADE.....	113
Tabel 4.15	Catatan Evaluasi Pembelajaran Berdasarkan Sintaks DECADE.....	114

Tabel 4.16	Uji Normalitas (Shapiro-Wilk).....	116
Tabel 4.17	Uji Homogenitas (Levene)	117
Tabel 4.18	Hasil Uji Univariat	118
Tabel 4.19	Interpretasi Peningkatan Nilai <i>Normalized-Gain</i>	119
Tabel 4.20	Interpretasi Efektivitas Nilai <i>Normalized-Gain</i>	120

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1	Hubungan antara Representasi dengan Komunikasi	14
Gambar 2. 2	Hubungan antara Representasi dengan Koneksi	15
Gambar 2. 3	Hubungan antara Representasi dan Penalaran	16
Gambar 2. 4	Hubungan Integratif Representasi dalam Pemecahan Masalah Matematika.....	17
Gambar 2. 5	Hubungan antara Representasi Internal dan Eksternal dalam Mengembangkan Pemahaman Anak Tentang Konsep Berhitung.....	20
Gambar 2. 6	Peran Guru dalam Pembelajaran Konstruktivisme Sosial	27
Gambar 2. 7	Sistem Pemrosesan Informasi.....	29
Gambar 2. 8	Teori Dual coding	31
Gambar 2. 9	Cara Kerja Otak Manusia dalam Belajar	34
Gambar 2. 10	Kerangka Pikir Penelitian	42
Gambar 3.1	Tahapan dan Aktivitas Pengembangan.....	45
Gambar 4. 1	Grafik Rata-rata Pretest Kemampuan Matematis Peserta Didik.....	73
Gambar 4. 2	Kerangka Pengembangan Model Pembelajaran	77
Gambar 4. 3	Konstruksi Model Pembelajaran Berbasis Representasi Matematis (DECADE)	93
Gambar 4.4	Tingkat Kesukaran Soal.....	111
Gambar 4.5	Rerata Hasil Tes Kemampuan Matematis menurut NCTM	115
Gambar 4.6	Boxplot Data 5 Kemampuan Matematis.....	116
Gambar 4.7	Scatter Plot Nilai ,Mahalanobis Distance dengan Chi Kuadrat untuk Data Posttest.....	117
Gambar 4. 8	Integrasi Teori Pembelajaran dalam Sintaks Model DECADE.	125
Gambar 4. 9	Mekanisme Proses Kognitif dalam Model Pembelajaran DECADE	127

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. 1	Lembar Validasi Isi Model Pembelajaran DECADE	167
Lampiran 1. 2	Lembar Validasi Konstruk Model Pembelajaran DECADE .	173
Lampiran 1. 3	Buku Model Pembelajaran Berbasis Representasi Matematis	178
Lampiran 2. 1	Angket Respon Guru	210
Lampiran 2. 2	Lembar Respon Siswa	212
Lampiran 2. 4	Hasil Uji Kepraktisan Model (Observer)	218
Lampiran 3. 1	Kisi-Kisi Tes Soal Kemampuan Matematis (NTCM)	220
Lampiran 3. 2	Rubrik Penilaian	224
Lampiran 3. 3	Tes Kemampuan Matematis	229
Lampiran 3. 4	Data Ujicoba Tes Kemampuan Matematis menurut NTCM ..	229
Lampiran 3. 5	Data Posttest Siswa.....	229
Lampiran 4.1	Instrumen Penelaahan Modul Ajar	235
Lampiran 4.2	Modul Ajar Matematika	238
Lampiran 4.3	Modul Ajar Matematika	243
Lampiran 5. 1	Kisi-Kisi Validasi Instrumen Ahli Materi	261
Lampiran 5. 2	Lembar Evaluasi Ahli Materi	262
Lampiran 5. 3	Surat Pernyataan Validasi Ahli Materi	263
Lampiran 5. 4	Kisi-Kisi Validasi Instrumen Ahli Media.....	266
Lampiran 5. 5	Lembar Evaluasi Ahli Media.....	267
Lampiran 5. 6	Surat Pernyataan Validasi Ahli Materi	268

BAB I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Kemampuan representasi menjadi hal yang sangat penting dalam pembelajaran, karena hal ini dapat membantu siswa dalam menghubungkan, merepresentasikan, dan memahami konsep-konsep. Manusia secara alami sudah sering menggunakan kemampuan representasi sederhana, yang digunakan untuk memahami dan memproses informasi sejak kecil (Astuti, 2017). Dalam pembelajaran matematika, representasi tidak hanya berperan dalam mempermudah pemahaman konsep, tetapi juga membantu siswa memecahkan masalah matematika secara lebih konkret dan bermakna (Faradiba *et al.*, 2019). Dengan menggunakan representasi matematis yang baik, siswa bisa menjelaskan ide-ide matematika dengan lebih jelas, baik melalui gambar, simbol, atau kata-kata. Oleh karena itu, memperkuat kemampuan representasi matematis sangat penting untuk menciptakan pembelajaran yang lebih efektif dan bermanfaat, sehingga siswa dapat menggunakan pengetahuan matematika mereka dalam berbagai situasi kehidupan nyata. Penting untuk memastikan bahwa kemampuan representasi ini berkembang dengan baik melalui pendekatan yang terstruktur dalam kurikulum pendidikan.

Kemampuan representasi matematis menjadi landasan utama bagi pengembangan berbagai kemampuan matematis lainnya. Hal ini sejalan dengan pendapat Sanders (2022), yang menegaskan bahwa kemampuan representasi merupakan salah satu keterampilan paling mendasar dalam mempelajari matematika. Penguasaan representasi matematis yang baik, tidak hanya membantu siswa dalam memahami konsep-konsep abstrak, tetapi juga menjadi landasan bagi keterampilan lain yang lebih kompleks dalam matematika. Ketika siswa memiliki kemampuan representasi yang kuat, mereka dapat lebih mudah menghubungkan konsep-konsep yang berbeda dan memahami hubungan antar ide. Sebaliknya, ketika siswa kesulitan dalam merepresentasikan konsep-konsep matematika,

kemampuan mereka dalam mengaitkan ide-ide matematika dengan konteks lain menjadi terbatas, sehingga berdampak pada rendahnya penyelesaian masalahnya (Gagatsis & Shiakalli, 2004; Lesh *et al.*, 1987). Dengan demikian, representasi tidak hanya berfungsi sebagai alat untuk memahami, tetapi juga sebagai fondasi yang menopang keterampilan berpikir dalam matematika.

Sebagai respons terhadap pentingnya kemampuan representasi matematis, kurikulum matematika di Indonesia telah mengadopsi standar yang jelas dan terstruktur. *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) dijadikan sebagai acuan dalam pembelajaran matematika sejak penerapan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) pada tahun 2006 dan tetap menjadi pedoman hingga saat ini (Baedhowi, 2016; Somantrie, 2021; Ulfah & Felicia, 2019). NCTM dipilih karena menyediakan kerangka kerja yang komprehensif untuk mengukur dan mengembangkan keterampilan dasar yang harus dikuasai oleh peserta didik. Kerangka ini tidak hanya membantu siswa dalam memahami konsep-konsep matematika, tetapi juga mendorong mereka untuk melihat hubungan antar konsep, sehingga mampu menghadapi tantangan matematika dengan pendekatan yang lebih sistematis dan terstruktur.

Standar NCTM (2000) secara khusus menekankan lima keterampilan kunci yang harus dikuasai siswa dalam pembelajaran matematika, yaitu 1) pemecahan masalah; 2) penalaran; 3) koneksi; 4) komunikasi; 5) representasi. Dengan menerapkan pedoman ini, diharapkan siswa dapat mencapai pemahaman tentang konsep-konsep matematika dan mampu menerapkannya dalam berbagai konteks, baik di dalam kelas maupun dalam kehidupan sehari-hari. Penggunaan standar NCTM ini menjadi langkah strategis untuk memperkuat pembelajaran matematika di Indonesia, terutama dalam meningkatkan kemampuan representasi sebagai dasar untuk keterampilan lainnya. Penerapan standar ini diharapkan dapat menciptakan pembelajaran yang lebih bermakna dan relevan, sejalan dengan kebutuhan siswa untuk menerapkan pengetahuan matematika dalam berbagai situasi nyata. Namun, meskipun panduan NCTM telah diterapkan dalam pembelajaran matematika, tantangan nyata masih ditemukan di lapangan.

Kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam mengembangkan kemampuan representasi matematis.

Misalnya, penelitian yang dilakukan oleh Panduwinata *et al.* (2019), menunjukkan bahwa siswa SMP sering kesulitan memahami atau menggambarkan pertanyaan matematika, yang akhirnya membuat mereka memberikan jawaban yang salah. Mereka juga sering bingung saat mencoba memodelkan konsep matematika atau menggunakan ekspresi matematika untuk menyelesaikan masalah. Yulardi dkk. (2021) dan Syafitri dkk. (2021) juga mencatat variasi keterampilan representasi siswa, termasuk kesalahan dalam interpretasi konsep, ketidaklancaran dalam menghubungkan konsep matematika yang berbeda, serta kebingungan dalam menentukan langkah-langkah pemecahan masalah. Berdasarkan hasil tes kemampuan representasi matematis siswa di SMPN 32 Bandar Lampung, diketahui bahwa mayoritas siswa belum mencapai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yaitu sebesar 75, terutama dalam materi bangun ruang sisi datar. Dari total 102 siswa, sebanyak 70 siswa atau sekitar 68,6% memperoleh nilai di bawah 75. Jumlah siswa yang tidak mencapai KKM lebih besar dibandingkan yang berhasil mencapai KKM. Data ini menunjukkan bahwa kemampuan representasi matematis siswa masih memerlukan perhatian serius untuk ditingkatkan.

Kondisi ini menunjukkan perlunya langkah-langkah strategis untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Salah satu langkah penting yang dapat diambil adalah merancang pembelajaran yang secara khusus berfokus pada pengembangan representasi matematika. Dengan pembelajaran yang tepat, representasi matematika dapat membantu siswa memahami konsep-konsep yang abstrak melalui visualisasi yang lebih konkret. Penggunaan berbagai metode representasi seperti gambar, simbol, dan penjelasan sederhana dapat memudahkan siswa untuk memvisualisasikan konsep-konsep abstrak sehingga lebih nyata dan mudah dipahami (Cahdriyana *et al.*, 2014; Sabirin, 2014). Melalui strategi ini, siswa tidak hanya memahami konsep secara teori tetapi juga dapat mengaplikasikannya dalam berbagai konteks, yang pada gilirannya dapat meningkatkan keterampilan mereka dalam pemecahan masalah dan penalaran matematis.

Lebih lanjut, Paivio (1991) mendukung pendekatan pembelajaran berbasis representasi ini dengan menyatakan bahwa informasi yang disampaikan melalui jalur verbal dan nonverbal (seperti teks dan gambar) lebih mudah dipahami dan

diingat oleh siswa. Ketika siswa dapat melihat dan memanipulasi representasi visual dan simbolis dari konsep matematika, pemahaman mereka terhadap materi lebih mudah terbentuk dan terhubung dengan pengetahuan yang sudah ada. Pendekatan ini memungkinkan siswa untuk mengaitkan representasi yang berbeda dan memperkuat keterkaitan antar konsep, sehingga meningkatkan kualitas pemahaman mereka secara menyeluruh. Pembelajaran berbasis representasi diharapkan mampu memberikan dampak positif yang signifikan dalam proses belajar siswa, terutama dalam mendukung perkembangan kemampuan komunikasi, koneksi, dan penalaran yang lebih kuat di dalam matematika.

Desain pembelajaran berbasis representasi matematis, mengkaji penelitian-penelitian pengembangan model yang telah dilakukan. Sejumlah studi pengembangan model pembelajaran telah dilakukan dalam bidang matematika, dengan fokus yang beragam untuk meningkatkan berbagai kemampuan siswa. Penelitian Dalimunthe *et al.* (2022) mengembangkan model pembelajaran yang menekankan pada peningkatan kemampuan komunikasi matematika siswa, sementara Nababan dan Tanjung (2020) berfokus pada pengembangan Pembelajaran Berbasis Pendekatan Matematika Realistik untuk meningkatkan disposisi positif terhadap matematika. Selain itu, penelitian lain oleh Suprianto *et al.* (2020) mencoba mengembangkan model pembelajaran reflektif, yang bertujuan membantu siswa untuk lebih kritis dalam menilai proses belajar mereka sendiri. Studi yang dilakukan oleh Tanjung dan Nababan (2018; 2022), masing-masing mengembangkan model pembelajaran matematika berorientasi model pembelajaran berbasis masalah (PBM) yang berfokus pada peningkatan kemampuan berpikir kritis dan pemecahan masalah, yang keduanya merupakan keterampilan penting dalam matematika. Meskipun begitu, dari berbagai penelitian yang ada, belum ditemukan pengembangan model pembelajaran yang secara khusus berfokus pada kemampuan representasi. Padahal, kemampuan representasi ini memiliki peran yang sangat penting, karena menjadi dasar bagi empat kemampuan lainnya yang diidentifikasi oleh NCTM: pemecahan masalah, penalaran, koneksi, dan komunikasi. Mengingat peran representasi sebagai fondasi kemampuan matematis, diperlukan pengembangan model pembelajaran yang menempatkan representasi sebagai fokus utama dalam proses pembelajaran.

Di luar disiplin matematika, pembelajaran berbasis representasi telah dikembangkan, beberapa penelitian tersebut dikembangkan dalam bidang sains (Abdurrahman, 2010; Lengkana, 2018; Sunyono, 2014; Waldrip et al., 2010). Namun, meskipun representasi telah banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu, penerapan model pembelajaran berbasis representasi dalam konteks matematika masih memerlukan penyesuaian. Kesenjangan ini menunjukkan adanya tantangan khusus dalam mengembangkan representasi yang efektif dalam pembelajaran matematika, terutama mengingat sifat abstrak dari banyak konsep matematis. Oleh karena itu, dibutuhkan model pembelajaran matematika inovatif berbasis representasi matematis yang secara spesifik dirancang untuk memperkaya kelima kemampuan matematis sesuai dengan panduan NCTM, serta membantu siswa memahami dan menguasai konsep-konsep matematika dengan lebih baik.

Temuan empiris mengenai urgensi pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis juga diperkuat oleh penelitian yang telah dilakukan peneliti sebelumnya. Dalam studi korelasional terhadap siswa SMP, ditemukan adanya hubungan yang signifikan dan kuat antara kemampuan representasi matematis dan kemampuan koneksi matematis dengan koefisien korelasi sebesar 0,797 pada taraf signifikansi 0,01 (Putra et al., 2023a). Hasil tersebut menunjukkan bahwa semakin tinggi kemampuan representasi matematis siswa, maka semakin tinggi pula kemampuan koneksi matematisnya, dan sebaliknya.

Temuan tersebut mengindikasikan bahwa kemampuan representasi tidak hanya merupakan salah satu dari lima standar proses NCTM, tetapi juga berperan sebagai kemampuan fundamental yang berkontribusi terhadap berkembangnya kemampuan matematis lainnya, khususnya koneksi. Secara konseptual, representasi berfungsi sebagai jembatan kognitif yang menghubungkan ide, prosedur, dan struktur matematika sehingga memungkinkan terbentuknya pemahaman yang lebih terintegrasi.

Namun demikian, penelitian tersebut masih bersifat korelasional sehingga belum menjawab bagaimana strategi pedagogis yang secara sistematis dapat dirancang untuk meningkatkan kemampuan representasi sekaligus memberikan

dampak terhadap kemampuan matematis lainnya. Dengan kata lain, meskipun hubungan antarvariabel telah teridentifikasi secara empiris, belum tersedia formulasi model pembelajaran yang secara operasional menempatkan representasi sebagai pusat sintaks pembelajaran dan diuji secara komprehensif dalam konteks peningkatan lima kemampuan matematis menurut NCTM. Keterbatasan ini menuntut adanya pengembangan model yang tidak hanya berangkat dari temuan korelasional, tetapi juga diwujudkan dalam desain pedagogis yang terstruktur dan teruji efektivitasnya.

Meskipun berbagai penelitian telah mengembangkan model pembelajaran matematika untuk meningkatkan komunikasi, penalaran, koneksi, pemecahan masalah, maupun disposisi matematis, hingga saat ini belum ditemukan model pembelajaran yang secara eksplisit menempatkan representasi matematis sebagai pusat sintaks pembelajaran dan mengintegrasikannya secara sistematis dengan kelima standar proses *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Penelitian-penelitian sebelumnya cenderung memposisikan representasi sebagai komponen pendukung, bukan sebagai struktur inti yang menggerakkan proses berpikir matematis. Selain itu, temuan empiris yang menunjukkan hubungan kuat antara kemampuan representasi dan kemampuan matematis lainnya masih terbatas pada pendekatan korelasional, sehingga belum menghasilkan desain pedagogis intervensional yang terstruktur, operasional, dan teruji efektivitasnya. Kondisi ini menunjukkan adanya kekosongan konseptual, pedagogis, dan integratif dalam pengembangan model pembelajaran matematika berbasis representasi yang selaras dengan kerangka NCTM. Oleh karena itu, penelitian ini diarahkan untuk mengembangkan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang valid, praktis, dan efektif, yang tidak hanya memperkuat posisi representasi sebagai fondasi kemampuan matematis, tetapi juga memberikan kontribusi konseptual dalam perumusan sintaks berbasis representasi, kontribusi teoretis melalui integrasi berbagai teori belajar ke dalam desain pembelajaran, serta kontribusi empiris melalui pengujian efektivitas model dalam meningkatkan kemampuan matematis siswa. Sejalan dengan arah pengembangan tersebut, perancangan model pembelajaran berbasis representasi matematis perlu dilakukan secara

cermat dan sistematis agar integrasi teoretis yang dibangun benar-benar dapat diimplementasikan dalam praktik pembelajaran.

Meskipun demikian, pentingnya penggunaan representasi harus dilakukan dengan hati-hati. Sebagaimana telah dibahas, model pembelajaran berbasis representasi matematis memiliki potensi besar, namun jika tidak dirancang dengan tepat, dapat menimbulkan masalah baru. Dalam konteks pembelajaran matematika, kesalahan dalam desain representasi, terutama dalam konsep-konsep yang abstrak, dapat menyebabkan kebingungan dan meningkatkan kesulitan belajar. Oleh karena itu, perancangan model pembelajaran berbasis representasi harus mempertimbangkan faktor-faktor kesulitan yang dihadapi siswa dan memastikan bahwa representasi tersebut benar-benar mendukung pemahaman matematis.

Berdasarkan keseluruhan uraian tersebut, pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis perlu diarahkan pada perancangan sintaks yang terstruktur, terintegrasi secara teoretis, dan teruji secara empiris dalam meningkatkan kemampuan matematis siswa. Model yang dikembangkan diharapkan mampu memfasilitasi proses berpikir matematis secara sistematis melalui pengelolaan representasi visual, simbolik, dan verbal secara terpadu, sehingga mendukung terbentuknya pemahaman konseptual yang lebih mendalam dan terorganisasi.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan identifikasi masalah, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah dibutuhkannya pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang valid, praktis, dan efektif untuk meningkatkan kemampuan matematis berdasarkan NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*). Adapun uraian rumusan masalahnya dijabarkan sebagai berikut.

1. Bagaimana karakteristik model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dapat meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM?

2. Bagaimana kevalidan model pembelajaran berbasis representasi matematis dalam meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM?
3. Bagaimana kepraktisan model pembelajaran berbasis representasi matematis untuk meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM?
4. Apakah model pembelajaran berbasis representasi matematis efektif untuk meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM?

C. Tujuan Penelitian

Secara umum, tujuan penelitian yaitu untuk mengembangkan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang valid, praktis, dan efektif untuk meningkatkan kemampuan matematis berdasarkan NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*). Secara rinci, tujuan penelitian dapat diuraikan sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan karakteristik model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dapat meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM.
2. Mendeskripsikan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang valid untuk meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM.
3. Mendeskripsikan kepraktisan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang valid untuk meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM.
4. Menguji keefektifan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang valid untuk meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM.

D. Manfaat Penelitian

Apabila tujuan penelitian ini terpenuhi, maka manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Manfaat Praktis
 - a. Bagi Sekolah
Sebagai masukan dalam usaha meningkatkan kualitas pendidikan sehubungan dengan belum optimalnya prestasi belajar peserta didik.
 - b. Bagi Pendidik atau Guru

Sebagai pertimbangan dan alternatif solusi bagi guru bidang studi matematika dalam merancang kegiatan pembelajaran yang baru dalam usaha memperbaiki kualitas pembelajaran.

c. Bagi Peneliti Lain

Sebagai bahan kajian dan referensi untuk penelitian yang sejenis.

2. Manfaat Teoritis

- a. Melengkapi konsep pembelajaran berbasis representasi dengan memberikan berbagai bentuk representasi yang tepat.
- b. Hasil penelitian ini dapat dijadikan acuan dalam pengembangan model pembelajaran matematika berbasis kemampuan representasi untuk meningkatkan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran dan pemecahan masalah.
- c. Hasil penelitian ini dapat menjadi studi penerapan pada materi maupun bidang yang lain.

E. Batasan Masalah

Penelitian ini menetapkan beberapa batasan masalah agar kajian yang dilakukan tetap terfokus dan mendalam. Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian difokuskan pada pengembangan dan pengujian model pembelajaran berbasis representasi matematis untuk meningkatkan kemampuan matematis siswa yang meliputi kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah matematis.
2. Subjek penelitian dibatasi pada siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP) Negeri di Kota Bandar Lampung.
3. Standar pembelajaran matematika yang dijadikan acuan dalam pengembangan model adalah standar proses yang dikembangkan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM).
4. Materi ajar yang digunakan dalam penelitian ini dibatasi pada topik bangun ruang sisi datar.

Pembatasan masalah tersebut ditetapkan untuk menjaga fokus penelitian dan tidak dimaksudkan untuk membatasi kontribusi penelitian, melainkan sebagai

upaya untuk memperoleh hasil pengembangan model yang lebih mendalam dan terarah.

F. Asumsi Pengembangan Model

Penelitian pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis ini didasarkan pada sejumlah asumsi yang menjadi landasan dalam proses perancangan, pengembangan, dan pengujian model. Asumsi-asumsi ini dipandang sebagai kondisi dasar yang dianggap terpenuhi selama penelitian berlangsung, sehingga hasil penelitian dapat dianalisis sesuai dengan tujuan yang telah ditetapkan. Asumsi dalam penelitian ini meliputi:

1. Guru matematika memiliki kompetensi pedagogik dan profesional yang memadai untuk mengimplementasikan model pembelajaran berbasis representasi matematis sesuai dengan sintaks yang dirancang.
2. Siswa mengikuti proses pembelajaran dalam kondisi normal dan terlibat aktif dalam setiap tahapan pembelajaran yang dilaksanakan.
3. Kurikulum yang berlaku memungkinkan integrasi pembelajaran berbasis representasi matematis yang selaras dengan standar proses pembelajaran matematika yang dikembangkan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM).
4. Instrumen penelitian yang digunakan mampu mengukur kemampuan matematis siswa, khususnya kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah matematis secara valid dan reliabel.

Asumsi-asumsi tersebut menjadi pijakan dalam menafsirkan hasil penelitian dan menarik kesimpulan terkait kualitas model pembelajaran yang dikembangkan.

BAB II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Kemampuan Matematis menurut NCTM

NCTM (2000) menyebutkan terdapat lima kemampuan matematis, yaitu representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah. Pada subbab ini, akan dibahas kemampuan-kemampuan tersebut kecuali representasi.

1. Kemampuan Komunikasi

Komunikasi merupakan kemampuan menyampaikan gagasan/ide matematis, baik secara lisan maupun tulisan serta kemampuan memahami dan menerima gagasan/ide matematis orang lain secara cermat, analitis, kritis dan evaluatif untuk mempertajam pemahaman (Lestari & Yudhanegara, 2015). Melalui komunikasi, ide-ide menjadi objek refleksi, perbaikan, diskusi, dan perubahan. Proses komunikasi membantu membangun makna dan ide-idenya permanen dan dapat mempublikasikannya (NCTM, 2000). Berikut indikator-indikator kemampuan komunikasi (NCTM, 2000):

- 1) Menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tulisan.
- 2) Memaparkan ide matematika secara simbolik.
- 3) Mengkomunikasikan ide-ide matematika kepada orang lain secara visual.

2. Kemampuan Koneksi

Koneksi adalah bagian dari kemampuan berpikir matematis yang dapat diartikan sebagai keterkaitan antara konsep-konsep matematika secara internal yaitu berhubungan dengan matematika itu sendiri maupun keterkaitan secara eksternal yaitu matematika dengan bidang lain, baik dengan bidang studi lain maupun dengan kehidupan sehari-hari (Maisyarah & Surya, 2017; Siagian, 2016). Menurut NCTM (2000), matematika bukan hanya merupakan

kumpulan dari gagasan atau konsep yang terpisah, meskipun matematika sering disajikan dalam beberapa topik, namun berbagai topik dalam matematika saling berkaitan satu sama lain. Ketika peserta didik menghubungkan ide-ide, prinsip, dan konsep dalam matematika, pemahaman matematika peserta didik menjadi lebih mendalam dan lebih bertahan lama, karena mampu melihat keterkaitan antar topik dalam matematika. Menurut Mustangin (2015), matematika dapat dipandang sebagai suatu sistem yang terdiri atas ide-ide, prinsip, dan proses sehingga keterkaitan antar aspek-aspek tersebut harus dibangun dengan penekanan bukan pada memori atau hapalan, melainkan pada aspek penalaran (intelektual anak). Jika matematika disajikan kepada peserta didik dengan cara yang demikian, maka konsep yang dipelajari memiliki arti, dan dipahami sebagai suatu disiplin yang terurut, terstruktur, dan memiliki keterkaitan antara satu dengan yang lainnya.

Pada dalil pengaitan (konektivitas), dinyatakan bahwa dalam matematika antara satu konsep dengan konsep lainnya terdapat hubungan yang erat, bukan saja dari segi isi, namun juga dari segi rumus-rumus yang digunakan. Materi yang satu dapat menjadi prasyarat bagi yang lainnya, atau suatu konsep lainnya. sehingga guru perlu menjelaskan bagaimana keterkaitan materi yang sedang dijelaskan dengan objek atau rumus lain. Melalui cara ini, peserta didik mengetahui pentingnya konsep yang sedang dipelajari dan memahami bagaimana kedudukan rumus atau ide yang sedang dipelajarinya itu dalam matematika. Indikator koneksi dapat diklasifikasikan sebagai berikut menurut (NCTM, 2000):

- 1) Memahami hubungan di antara topik matematika.
- 2) Menerapkan matematika dalam bidang studi lain atau kehidupan sehari-hari.
- 3) Mencari hubungan antara satu prosedur dengan prosedur lain dalam representasi yang ekuivalen

3. Kemampuan penalaran

Mempelajari ilmu matematika selalu melibatkan materi yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir, terutama kemampuan penalaran (Agustyaningrum *et al.*, 2019). Hal ini sejalan dengan pendapat Rohana

(2015) yang menyebutkan bahwa matematika memiliki sifat deduktif aksiomatik yang memerlukan kemampuan penalaran dan berpikir untuk memahaminya. Penalaran adalah kemampuan menganalisis, menggeneralisasi, mensintesis atau mengintegrasikan, memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan masalah tidak rutin (Bybee *et al.*, 2006). NCTM (2000) menjabarkan indikator-indikator kemampuan penalaran sebagai berikut:

- 1) Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis atau membuat analogi dan generalisasi
- 2) Membuat dan menyelidiki konjektur.
- 3) Mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan bukti matematis, yang merupakan cara formal untuk pembenaran tertentu.

4. Kemampuan pemecahan masalah

Kemampuan representasi yang baik memudahkan peserta didik dalam memecahkan masalah matematis yang dihadapi (Astuti, 2017). Kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan menyelesaikan masalah rutin dan non-rutin dalam bidang matematika (Lestari & Yudhanegara, 2015). Masalah rutin merupakan masalah yang prosedur penyelesaiannya sekedar mengulang secara algoritmik. Masalah non-rutin adalah masalah yang prosedur penyelesaiannya memerlukan perencanaan, tidak sekedar menggunakan rumus, teorema atau dalil. Adapun indikator kemampuan pemecahan masalah adalah sebagai berikut (NCTM, 2000):

- 1) Memahami masalah
- 2) Merumuskan masalah matematis atau menyusun model matematika
- 3) Menerapkan strategi untuk menyelesaikan masalah

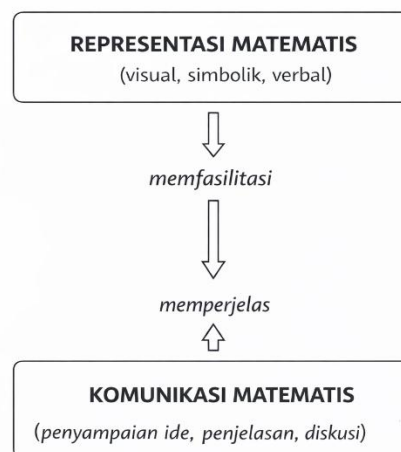
5. Hubungan antara kemampuan representasi dan kemampuan matematis menurut NCTM

1) Hubungan representasi dengan komunikasi

NCTM (2000) mengakui bahwa representasi bukan hanya merupakan keterampilan kunci dalam matematika, tetapi juga berperan penting dalam mengembangkan kemampuan komunikasi matematis. Representasi, yang melibatkan penggunaan simbol, gambar, dan model untuk mengekspresikan

ide matematis, merupakan alat komunikasi yang esensial dalam pembelajaran matematika. Ketika proses pembelajaran menekankan pada pengembangan keterampilan representasi, ini secara tidak langsung membantu siswa dalam mengasah kemampuan mereka untuk berkomunikasi secara matematis. Kemampuan ini tidak terbatas pada pemahaman dan penggunaan simbol matematika saja, tetapi juga meliputi kemampuan untuk menjelaskan dan membagikan proses pemikiran serta solusi kepada orang lain.

Dengan demikian, pembelajaran yang berfokus pada keterampilan representasi memfasilitasi siswa dalam menyampaikan gagasan matematika secara jelas. Hal ini tidak hanya memperkuat pemahaman konseptual mereka, tetapi juga meningkatkan keterampilan komunikasi secara keseluruhan. Proses ini menuntut siswa untuk menerjemahkan pemikiran matematika ke dalam bentuk yang bisa dipahami oleh orang lain, membentuk jembatan antara pemahaman internal dan ekspresi eksternal. Oleh karena itu, keterampilan representasi dan komunikasi dalam matematika seharusnya menjadi fokus utama dalam pengembangan kurikulum dan metode pengajaran, mengingat kedua keterampilan ini saling terkait dan saling memperkuat dalam konteks pembelajaran matematika. Gambar 2.1 menunjukkan hubungan antara representasi dan koneksi matematis.



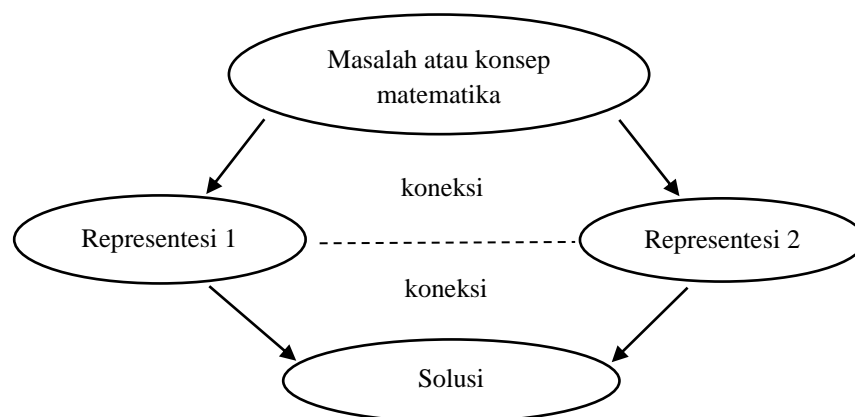
Gambar 2. 1 Hubungan antara Representasi dengan Komunikasi

Gambar 2.1 memperlihatkan bahwa kemampuan representasi matematis berperan dalam memfasilitasi kemampuan komunikasi matematis.

Representasi visual, simbolik, dan verbal menjadi sarana bagi peserta didik untuk mengungkapkan ide dan proses berpikir matematika secara terstruktur. Melalui komunikasi matematis, baik dalam bentuk penjelasan lisan, tulisan, maupun diskusi, representasi yang dimiliki peserta didik semakin diperjelas dan diperdalam. Hubungan ini menunjukkan adanya proses dua arah yang saling memperkuat, di mana representasi mendukung komunikasi, dan komunikasi memperkaya representasi. Proses tersebut berkontribusi terhadap terbentuknya pemahaman matematika yang lebih sistematis dan bermakna.

2) Hubungan representasi dengan koneksi

Kemampuan representasi menjadi komponen penting untuk ditekankan dalam proses pembelajaran matematika karena representasi selain menjadi salah satu kunci keterampilan komunikasi juga merupakan salah satu aspek proses dalam koneksi. Lebih jauh, Hodgson mengklaim bahwa kemampuan untuk menggunakan koneksi dapat memperkuat kemampuan peserta didik sebagai pemecah masalah (House & Coxford, 1995). Hubungan antara representasi matematis dengan koneksi sebagai alat penyelesaian masalah dapat diurutkan dalam dua tahap yaitu: 1) koneksi pemodelan, antara situasi masalah atau konsep dan representasi matematisnya; 2) koneksi matematis, antara dua representasi yang ekuivalen dan antara proses-prosesnya yang berkorespondensi dalam masing-masing representasi untuk menghasilkan solusi. Secara visual, hubungan antara representasi matematik dengan koneksi sebagai alat penyelesaian masalah dapat dilihat dalam Gambar 2.2 berikut:

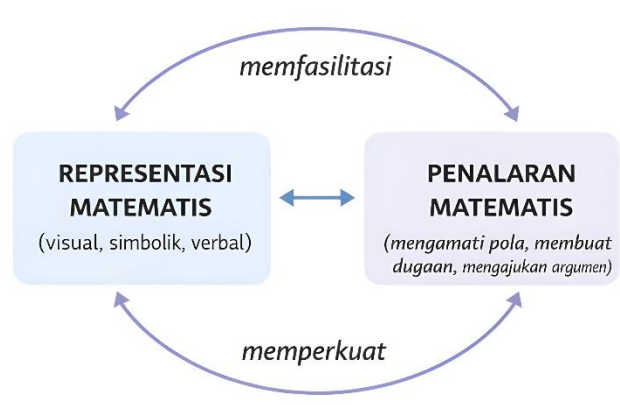


Gambar 2. 2 Hubungan antara Representasi dengan Koneksi

Berdasarkan Gambar 2.2, seorang peserta didik yang memiliki kemampuan representasi baik, dapat mengerjakan sebuah masalah matematika dalam berbagai bentuk representasi dengan mengkoneksikan pada berbagai konsep.

3) Hubungan representasi dengan penalaran

Pada pembahasan sebelumnya, telah dijelaskan bahwa kemampuan representasi memiliki hubungan yang kuat dengan kemampuan komunikasi dan koneksi. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan representasi peserta didik mempengaruhi kedua kemampuan tersebut. Selanjutnya, diperoleh suatu teori bahwa kemampuan representasi memiliki hubungan yang kuat dengan kemampuan penalaran matematis (Ariawan & Nufus, 2017; Hadiat & Karyati, 2019b). Berdasarkan hal ini, dapat disimpulkan bahwa kemampuan representasi memiliki hubungan terhadap kemampuan penalaran yang dimediasi oleh kemampuan komunikasi dan koneksi. Hubungan antara kemampuan representasi dan penalaran disajikan pada Gambar 2.3.



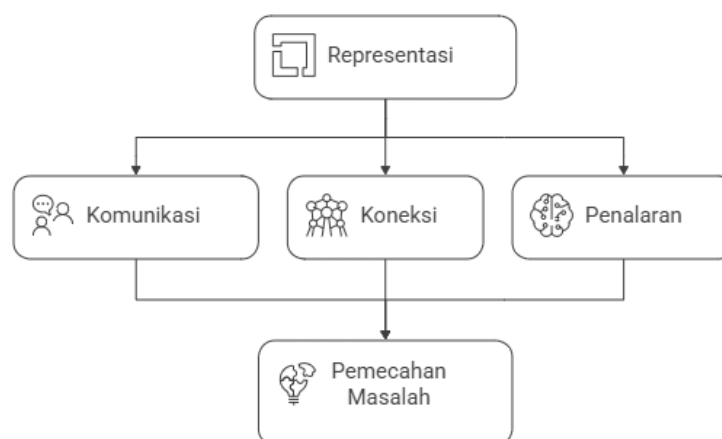
Gambar 2. 3 Hubungan antara Representasi dan Penalaran

Gambar 2.3 menunjukkan bahwa kemampuan representasi matematis berperan dalam memfasilitasi perkembangan kemampuan penalaran matematis. Melalui representasi visual, simbolik, dan verbal, peserta didik dapat mengidentifikasi pola, membangun dugaan, serta menyusun argumen secara logis. Sebaliknya, proses penalaran matematis turut memperjelas dan memperkuat representasi yang digunakan, sehingga pemahaman konsep menjadi lebih sistematis dan mendalam. Dengan demikian, hubungan antara

representasi dan penalaran bersifat timbal balik dan saling mendukung dalam pembentukan kemampuan berpikir matematis.

4) Hubungan representasi dengan pemecahan masalah

Kemampuan representasi yang baik memudahkan peserta didik dalam memecahkan masalah matematis yang dihadapi (Astuti, 2017). Kemampuan pemecahan masalah, pada dasarnya adalah kemampuan seorang individu dalam menyelesaikan masalah matematis. Pemecahan masalah menjadi sesuatu yang penting dalam matematika. Berdasarkan *literature review* yang peneliti lakukan, kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, dan penalaran diperlukan oleh peserta didik dalam memecahkan suatu masalah matematika, baik secara bersamaan atau tidak. Hubungan tersebut disajikan pada Gambar 2.4.



Gambar 2. 4 Hubungan Integratif Representasi dalam Pemecahan Masalah Matematika

Gambar 2.4 menunjukkan bahwa kemampuan representasi matematis berperan sebagai fondasi dalam pengembangan kemampuan komunikasi, koneksi, dan penalaran, yang secara bersama-sama bermuara pada kemampuan pemecahan masalah matematika. Representasi membantu peserta didik memahami informasi dalam masalah, mengorganisasikan ide, serta menentukan strategi penyelesaian yang tepat. Selanjutnya, komunikasi, koneksi, dan penalaran mendukung proses tersebut melalui penjelasan, pengaitan konsep, serta penyusunan argumen yang logis. Dengan demikian,

pemecahan masalah matematika merupakan hasil integratif dari keempat kemampuan tersebut yang saling berkaitan.

B. Konsep Representasi Matematis

Representasi matematis merupakan salah satu konsep psikologi yang digunakan dalam pendidikan matematika untuk menjelaskan beberapa fenomena penting tentang cara berfikir anak-anak (Ulya *et al.*, 2016). Pape dan Tchoshanov (2001) memberikan empat perspektif dalam memahami konsep representasi: pertama, sebagai abstraksi internal dari ide-ide matematis yang dibentuk melalui pengalaman; kedua, sebagai reproduksi mental dari keadaan mental sebelumnya; ketiga, sebagai penyajian struktural melalui gambar, simbol, atau lambang; dan keempat, sebagai pengetahuan tentang sesuatu yang mewakili sesuatu yang lain. Lestari dan Yudhanegara (2015) mengartikulasikan representasi matematis sebagai kemampuan mengonversi notasi, simbol, tabel, gambar, grafik, diagram, persamaan, atau ekspresi matematika lainnya ke dalam bentuk lain. Dalam konteks ini, NCTM (2000) menegaskan bahwa representasi yang dihasilkan oleh peserta didik merupakan ekspresi dari gagasan atau ide matematika yang mereka tampilkan dalam usaha menemukan solusi atas masalah yang dihadapi. Oleh karena itu, representasi menjadi esensial sebagai alat untuk mengkonkretkan konsep-konsep matematika yang abstrak, memfasilitasi visualisasi dan pemahaman yang lebih dalam tentang aktivitas pemikiran siswa. Adapun indikator kemampuan representasi matematis disajikan pada Tabel 2.1 berikut (NCTM, 2000):

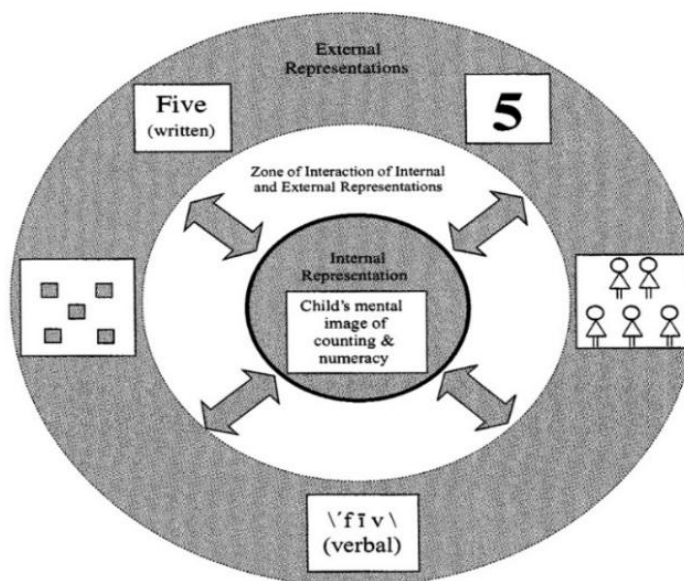
Tabel 2.1 Indikator Kemampuan Representasi Matematis

No	Bentuk Representasi	Indikator
1	Representasi Visual	1. Menggunakan diagram, tabel atau grafik untuk menyelesaikan masalah
		2. Membuat gambar pola-pola geometri
		3. Membuat gambar untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya
2	Representasi Simbolik/Ekspresi Matematis	4. Membuat persamaan atau model matematika dari representasi lain yang diberikan
		5. Membuat kenjektur dari suatu pola bilangan
		6. Menyelesaikan masalah dengan melibatkan

		ekspresi matematis
3	Representasi Verbal	7. Menuliskan Langkah-langkah penyelesaian masalah menggunakan kata-kata
		8. Menyusun cerita sesuai dengan representasi yang disajikan
		9. Menjawab soal menggunakan kata-kata atau teks tertulis

Dalam konteks pengembangan model pembelajaran berbasis representasi, teori representasi ini menjadi fondasi utama. Teori ini menyarankan bahwa penerapan representasi dalam pembelajaran matematika tidak hanya memperkaya proses pembelajaran tetapi juga membantu siswa dalam membangun pemahaman yang lebih nyata dan aplikatif terhadap konsep matematika. Dengan demikian, model pembelajaran berbasis representasi yang memanfaatkan representasi secara efektif dapat menjadi katalis dalam merangsang pengembangan kognitif siswa, memperkuat pemahaman mereka tentang materi matematika, dan mempromosikan kemampuan analitis serta kreatif dalam menyelesaikan masalah matematika.

Representasi merupakan abstraksi internal ide-ide matematika atau skema kognitif yang dikembangkan oleh pelajar melalui pengalaman (Pape & Tchoshanov, 2001). Di sisi lain, representasi matematis seperti bilangan, persamaan aljabar, grafik, tabel, diagram, dan bagan adalah manifestasi eksternal dari konsep matematika yang "bertindak sebagai rangsangan pada indra" dan membantu individu dalam memahami konsep-konsep matematika (Putri *et al.*, 2020). Pada saat anak mulai dapat membentuk makna dari representasi (misal kita ambil contoh "lima") yang berbeda, berarti dia mampu menggunakan representasi dengan baik. Pemaparan secara visual bentuk "lima" dapat dibayangkan dan dapat berfungsi sebagai standar untuk membandingkan kumpulan objek lainnya. Gambar 2.5 menggambarkan interaksi antara representasi internal dan eksternal;



Gambar 2. 5 Hubungan antara Representasi Internal dan Eksternal dalam Mengembangkan Pemahaman Anak Tentang Konsep Berhitung (NGA & CCSSO, 2010)

Gambar 2.5 menunjukkan bahwa representasi eksternal dibentuk melalui representasi internal ataupun sebaliknya. Berbagai representasi yang digunakan dalam setiap pernyataan dapat dianggap sebagai skema kognitif internal atau eksternalisasi dari konstruksi mental anak pada suatu masalah matematis. Hal ini berarti bahwa peserta didik dapat merumuskan representasi internal untuk mengatur ide-ide matematika atau untuk memecahkan masalah, yang kemudian dapat menghasilkan representasi eksternal untuk melakukan proses yang sama.

Standards for Mathematical Practice in the Common Core State Standards (NGA & CCSSO, 2010) menyatakan bahwa penggunaan representasi sebagai praktik sentral pada pembelajaran menekankan bahwa semua peserta didik harus mampu mengembangkan pemikiran matematis dan mengembangkan pemahaman matematis secara menyeluruh. Terdapat banyak bentuk representasi (visual, tulisan, verbal) yang berbeda dan dapat digunakan untuk memecahkan masalah pada materi bangun ruang sisi datar (J. S. Zawojewski & Lesh, 2003). Pape dan Tchoshanov (2001) menyatakan bahwa terdapat empat gagasan yang digunakan dalam memahami konsep representasi: (1) representasi dapat dipandang sebagai abstraksi internal dari ide-ide matematis atau skema kognitif yang dibangun oleh peserta didik melalui pengalaman, (2) representasi dipandang sebagai reproduksi

mental dari keadaan mental yang sebelumnya, (3) representasi dipandang sebagai sajian secara struktur melalui gambar, simbol, ataupun lambang, (4) sebagai pengetahuan tentang sesuatu yang mewakili sesuatu yang lain.

C. Pembelajaran berbasis Representasi Matematis

Representasi, baik secara internal maupun secara eksternal perlu dilakukan dalam proses pembelajaran karena dapat membantu peserta didik dalam mengorganisasikan pikirannya, memudahkan pemahamannya, serta memfokuskannya pada hal-hal yang esensial dari masalah matematik yang dihadapinya. Selain itu, Representasi juga dapat membantu peserta didik dalam membangun konsep atau prinsip matematik yang sedang dipelajarinya (Fajriah *et al.*, 2020). Oleh karena itu, sangat tepat jika disebutkan bahwa representasi merupakan pusat pembelajaran dan penggunaan matematika (Sanders, 2022). Representasi sebagai elemen krusial dalam pembelajaran matematika bukan hanya karena penggunaan sistem simbol sangat penting dalam matematika; sintaksis dan semantiknya yang kaya, bervariasi, dan universal; tetapi juga karena alasan kuat bahwa matematika memainkan bagian penting dalam konseptualisasi dunia nyata.

Pembelajaran yang melibatkan representasi dapat memicu guru untuk meningkatkan kemampuan mengajar dari representasi-representasi yang dihadirkan peserta didik, karena seringkali peserta didik menggambarkan sesuatu yang berbeda dengan apa yang ada dalam pikiran guru bahkan peserta didik membuat representasi yang salah dengan proses pengembangan wawasan keilmuannya. Pada sisi yang lain, representasi-representasi yang dibuat oleh peserta didik memberi kesempatan kepada guru untuk mengetahui dan mengakses bagaimana peserta didik berpikir tentang matematika. Pembelajaran matematika yang menekankan representasi dapat memberi manfaat atau nilai tambah untuk peserta didik seperti:

1. Meningkatkan pemahaman peserta didik

Belajar matematika dengan mengandalkan pemahaman menunjukkan bahwa gagasan atau ide matematik yang dipelajari direpresentasikan dengan baik secara internal di dalam fikiran peserta didik maupun secara eksternal yang berupa penyajian dalam bentuk lisan, simbol-simbol tertulis, gambar-gambar, atau objek-objek fisik (Masjudin, 2018). Penggunaan representasi

matematik dalam pembelajaran dapat membuat peserta didik lebih baik dalam pemahaman, penganalisisan cara penyelesaian, penyediaan fasilitas pemanipulasian, dan pembentukan mental image baru.

2. Menjadikan representasi sebagai alat konseptual

Hong dan Thomas (2002) berpendapat bahwa suatu representasi dapat dilihat sebagai konstruksi pengetahuan multi-presentasi yang mengasumsikan peran-peran berbeda tergantung kepada cara peserta didik berinteraksi dengan representasi tersebut. Seorang individu dapat membuat representasi sedikitnya dalam dua cara, yaitu dengan mengobservasi atau melakukannya (Makaraka & Ilyas, 2021). Observasi representasi ini dapat dilakukan pada level permukaan, yaitu peserta didik hanya sebatas memandang suatu representasi atau pada level yang lebih dalam, yaitu peserta didik mengerti segala seluk beluknya. Misalnya, ketika peserta didik memandang suatu representasi, maka dia hanya dapat mengomentari sifat-sifat representasi itu sendiri. Tetapi ketika mengerti, peserta didik tersebut dapat menggunakan representasi tersebut untuk membantunya memperhatikan sifat-sifat dan objek konsep yang dihadirkan. Dalam hal ini, ide dari observasi representasi sangat penting untuk membangun struktur kognitif lebih dari yang dibutuhkan. Namun, ketika hal tersebut berlangsung lebih jauh, misalnya peserta didik melakukan sesuatu sebagai hasil dari observasi representasinya untuk memperoleh informasi konsep dan pemahamannya, representasi tersebut dapat menjadi alat konseptual bagi peserta didik. Interaksi yang dilakukan peserta didik terhadap sebuah representasi dapat menggambarkan mampu tidaknya seorang peserta didik menjadikan representasi sebagai alat konseptual. Cara yang dapat dilakukan agar peserta didik dapat berinteraksi dengan representasi lebih dari sebatas memandangnya adalah peserta didik selalu diminta untuk membuat representasi beragam dan menggunakannya sebagai alat penyelesaian masalah serta meminta mereka untuk memberikan penjelasan atau alasan pemilihan dari setiap representasi yang dibuatnya.

3. Menghindarkan atau meminimalisir terjadinya miskonsepsi.

Pada dasarnya dalam pembelajaran matematika selama ini, peserta didik sesederhana apapun telah mengenal dan membuat representasi matematik. Tetapi hal itu seringkali dilakukan peserta didik berdasarkan hasil menghafal algoritma dan formalitas prosedur yang dilatihkan oleh guru atau bahkan peserta didik membuat representasi tersebut berdasar pengetahuan intuitifnya (Noto et al., 2016). Namun, hafalan algoritma dan formalitas prosedur serta penggunaan intuisi ini seringkali memunculkan ketidakkonsistenan dalam diri peserta didik sehingga dapat menjadi sumber kesulitan dalam menghadapi masalah matematik seperti terjadinya miskonsepsi dan pemakaian algoritma yang tidak sesuai. Sebagai contoh, Siddiqui (2021) mengemukakan hasil kajian penggunaan pengetahuan intuitif peserta didik dalam memberikan respons yang berbeda terhadap masalah matematik yang sebenarnya sama tetapi melibatkan representasi-representasi yang berbeda. Aktivitas pembelajaran yang melibatkan partisipasi peserta didik secara langsung dalam melakukan proses representasi berdasarkan kemampuannya sendiri, namun diarahkan oleh guru dapat menghindari atau meminimalisir terjadinya miskonsepsi dan mendukung keberhasilan peserta didik dalam mempelajari matematika.

D. Landasan Pedagogis Pembelajaran Berbasis Representasi Matematis

Memahami bagaimana siswa belajar dan memproses informasi matematika adalah kunci untuk mengembangkan pendekatan pengajaran yang efektif. Pembelajaran berbasis representasi matematis memerlukan landasan pedagogis yang kuat agar proses belajar tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga bermakna. Berbagai teori pembelajaran memberikan kerangka konseptual dalam menjelaskan bagaimana pengetahuan matematika dibangun, dipahami, dan digunakan oleh siswa.

1. Teori Belajar Kognitivisme

Teori belajar kognitivisme menekankan bahwa proses belajar melibatkan kegiatan berpikir yang kompleks, bukan sekadar hubungan antara stimulus dan respons seperti yang ditekankan dalam behaviorisme. Jean Piaget, melalui teori perkembangan kognitifnya, menunjukkan bahwa kecerdasan anak berkembang seiring dengan pertumbuhan dan pengalaman (Nurhadi, 2020; Sarnoto, 2012). Menurut Piaget, perkembangan kognitif tidak hanya tentang memperoleh pengetahuan tetapi juga mencakup pengembangan struktur mental anak (Jarvis, 2005). Anak dilahirkan dengan skema sensorimotor yang menjadi dasar interaksi awal dengan lingkungan. Skema ini kemudian dimodifikasi melalui pengalaman (Dahar & Hayati, 2011). Piaget membagi perkembangan kognitif anak menjadi empat tahap (Babakr et al., 2019), yaitu:

- Tahap Sensorimotor (0–2 tahun): Anak menggunakan sensorimotor untuk memahami dunia.
- Tahap Pra-Operasional (2–7 tahun): Anak mulai menggunakan simbol, meskipun berpikirnya masih egosentris.
- Tahap Operasional Konkret (7–11 tahun): Anak dapat berpikir logis dengan bantuan objek konkret.
- Tahap Operasional Formal (12 tahun ke atas): Anak mampu berpikir abstrak dan menyusun hipotesis.

Teori kognitivisme memainkan peran penting dalam pengembangan model pembelajaran berbasis representasi. Teori ini menekankan bahwa pembelajaran adalah proses internal yang melibatkan pengolahan informasi, pembangunan struktur pengetahuan (Nurhadi, 2020). Dalam konteks pembelajaran matematika, pendekatan ini membantu siswa mengasimilasi dan mengakomodasi informasi baru melalui pengalaman belajar yang terstruktur, sehingga memperkuat pemahaman konsep-konsep abstrak (Piaget dalam Dahar & Hayati, 2011). Dengan demikian, teori kognitivisme menyediakan landasan teoretis yang kuat untuk menciptakan model pembelajaran yang efektif, terutama dalam memfasilitasi representasi matematis siswa.

Representasi matematis, seperti grafik, tabel, dan simbol, memungkinkan siswa untuk memahami dan memvisualisasikan konsep-

konsep abstrak. Dalam hal ini, teori kognitivisme mendukung gagasan bahwa representasi matematis dapat memperkuat koneksi antara konsep-konsep abstrak dengan pengalaman konkret, sehingga memfasilitasi pemahaman siswa terhadap materi yang kompleks (Mayer, 2002). Representasi juga berfungsi sebagai alat yang membantu siswa menghubungkan konsep-konsep dari benda konkret ke bentuk abstrak, sehingga memperdalam pemahaman mereka terhadap materi.

Meskipun teori kognitivisme memberikan landasan penting dalam memahami bagaimana siswa memproses, menyimpan, dan mengorganisasi informasi, teori ini memiliki keterbatasan dalam menjelaskan aspek pembelajaran yang melibatkan interaksi sosial, pengalaman langsung, dan eksplorasi aktif. Dalam konteks pengembangan model pembelajaran berbasis representasi, kognitivisme membantu merancang strategi untuk memfasilitasi pengolahan informasi dan koneksi antar-konsep, tetapi belum cukup untuk menangani kompleksitas pembelajaran yang melibatkan representasi visual, simbolik, dan verbal secara bersamaan. Selain itu, teori kognitivisme tidak secara eksplisit membahas peran interaksi sosial dan pengalaman dalam membangun pengetahuan baru, yang merupakan elemen penting dalam pembelajaran berbasis representasi.

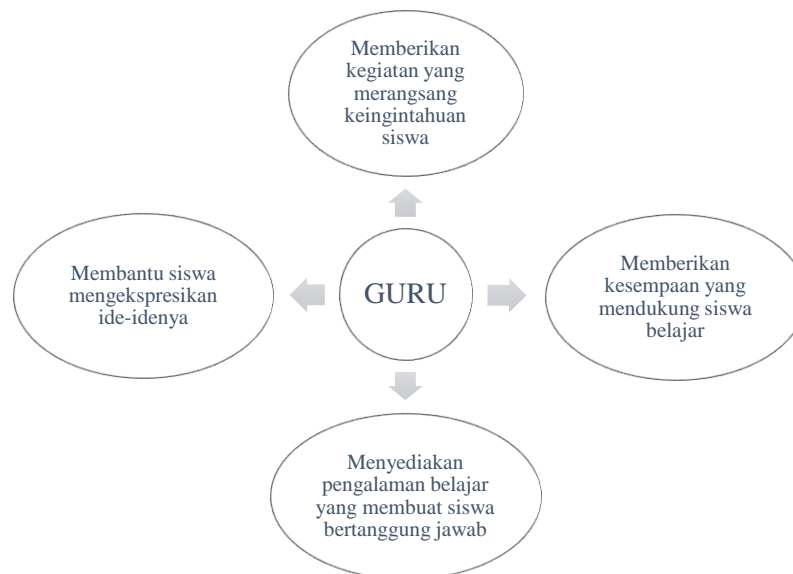
Oleh karena itu, untuk melengkapi pemahaman tentang bagaimana siswa belajar secara optimal, teori kognitivisme perlu dilengkapi dengan teori konstruktivisme. Teori konstruktivisme menekankan bahwa pembelajaran adalah proses aktif di mana siswa membangun pemahaman melalui pengalaman dan interaksi dengan lingkungan. Dalam teori ini, pengetahuan tidak diterima secara pasif, melainkan dikonstruksi secara aktif oleh siswa. Pendekatan ini memberikan landasan kuat untuk mengintegrasikan representasi matematis ke dalam model pembelajaran, memungkinkan siswa memahami konsep secara mendalam dan menerapkannya dalam konteks nyata.

2. Teori Belajar Konstruktivisme

Pandangan konstruktivisme didasarkan pada gagasan bahwa seseorang belajar lebih baik ketika aktif membangun pengetahuan dan mengasosiasikan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya (Karli & Yuliatiningsih, 2003; Poedjiadi, 2005; Smerdon *et al.*, 1999). Oleh sebab itu, seorang peserta didik yang belajar sesuai dengan pendekatan konstruktivisme menemukan dan menggunakan pengetahuan secara efektif dalam berbagai situasi (Fitri, 2017; Perkins, 1999a). Lebih lanjut, Rangkuti (2014) dan Hendrowati (2015) menyatakan bahwa pendekatan konstruktivisme lebih menekankan pada hasil belajar dan pengembangan kognitif daripada perilaku. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Piaget (dalam Trianto, (2009)) yang yakin bahwa pengalaman-pengalaman fisik dan memanipulasi lingkungan penting bagi terjadinya perubahan perkembangan bagi individu.

Menurut Vygotsky & Cole (1978), bahwa pengetahuan dikonstruksi secara kolaboratif diantara individu dan keadaan tersebut dapat disesuaikan oleh setiap individu. Proses kognisi diarahkan melalui adaptasi intelektual dalam konteks sosial budaya (Mudlofir, 2021). Dalam hubungan ini, para konstruktivis Vygostkyan lebih menekankan pada penerapan teknik saling tukar gagasan antar individu. Lebih lanjut Ernest (2003), menyatakan bahwa interaksi sosial memainkan peran utama dalam pendekatan pembelajaran Vygotsky. Salah satu prinsip dasar pendekatan Vygotsky terhadap pendidikan adalah asumsi bahwa pembelajaran individu bergantung pada interaksi sosial. Lebih lanjut Ichsan (2020) berpendapat bahwa interaksi sosial merupakan bagian penting dari teori konstruktivisme karena peserta didik dapat berkomunikasi dengan guru dan teman sebaya dalam satu kelas yang sama. Melalui salahsatu konsep utamanya tentang zona pengembangan proksimal, Vygotsky menekankan bahwa makna budaya dapat tercampuradukkan dengan perasaan pribadi melalui proses pendidikan. Vygotsky dan Cole (1978) juga mengemukakan bahwa perkembangan kognisi anak dipengaruhi oleh latar belakang sejarah, faktor budaya, dan sosial. Vygotsky percaya bahwa Anak dapat melakukan hal tersebut dengan bantuan orang lain (misalnya orang tua atau guru) bisa lebih deklaratif terhadap perkembangan anak daripada apa

yang bisa dilakukan secara individu. Peran guru sangat vital sebagai fasilitator pembelajaran, berikut rinciannya:



Gambar 2. 6 Peran Guru dalam Pembelajaran Konstruktivisme Sosial

Konstruktivisme sangat cocok untuk model pembelajaran berbasis representasi. Lerman (1989) menemukan bahwa prinsip utama konstruktivisme, yaitu siswa membangun pengetahuan mereka sendiri melalui pengalaman dan interaksi, sangat relevan dalam pengajaran berbasis representasi matematis. Siswa memiliki kesempatan untuk membangun pemahaman mereka sendiri tentang konsep melalui proses aktif menciptakan dan berinteraksi dengan representasi (Price & Rogers, 2004). Hal ini memungkinkan siswa untuk lebih memahami konsep daripada hanya menerima pengetahuan secara pasif, dan juga memungkinkan mereka untuk melihat bagaimana konsep tersebut berlaku dalam berbagai situasi atau konteks.

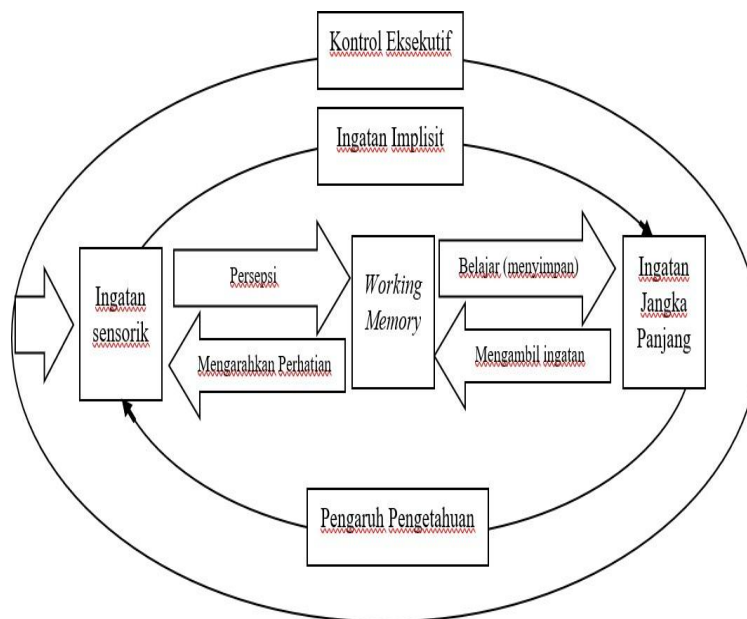
Dapat disimpulkan bahwa teori konstruktivisme memberikan landasan yang kuat dalam mendukung pembelajaran berbasis representasi melalui pengalaman aktif dan interaksi sosial. Akan tetapi, teori ini masih memiliki keterbatasan dalam menjelaskan mekanisme internal yang spesifik terkait dengan pengolahan informasi yang kompleks (McPhail, 2015; Sarangapani, 2007). Representasi matematis, seperti grafik, tabel, dan simbol, sering kali melibatkan pengelolaan informasi dalam berbagai modalitas secara

bersamaan. Dalam hal ini, teori pemrosesan informasi menjadi pelengkap yang penting, karena menawarkan panduan tentang bagaimana informasi disajikan, diproses, dan disimpan dalam memori siswa.

3. Teori Pemrosesan Informasi

Teori Pemrosesan Informasi adalah kerangka kerja yang menjelaskan bagaimana individu menerima, mengolah, menyimpan, dan mengambil informasi (Mirdad, 2020). Berdasarkan teori ini, proses belajar dianggap sebagai serangkaian langkah di mana informasi diterima melalui indra, diproses dalam memori kerja, dan akhirnya disimpan dalam memori jangka panjang untuk diambil kembali saat diperlukan. Dalam konteks pendidikan, teori ini memberikan wawasan penting kepada guru tentang bagaimana siswa menerima dan memahami informasi baru, serta bagaimana informasi tersebut dapat dihubungkan dengan pengetahuan sebelumnya untuk mendukung pembelajaran yang lebih mendalam (Schunk, 2012).

Menurut Woolfolk (2016), informasi dari dunia sekitar pertama-tama di-encode dalam memori sensorik melalui persepsi dan atensi, yang berperan menentukan informasi mana yang akan diteruskan ke working memory (memori kerja). Di dalam working memory, informasi baru dihubungkan dengan pengetahuan yang tersimpan dalam memori jangka panjang untuk menciptakan pemahaman yang lebih bermakna. Proses ini memungkinkan informasi yang diproses secara mendalam dan relevan menjadi bagian dari memori jangka panjang, yang kemudian dapat diaktifkan kembali ke working memory sesuai kebutuhan. Selain itu, sebagian ingatan terbentuk secara implisit tanpa memerlukan usaha sadar. Proses kompleks ini digambarkan oleh (Woolfolk, 2016) melalui diagram pemrosesan informasi pada Gambar 2.7, yang menggambarkan alur transformasi informasi dari lingkungan ke memori jangka panjang.



Gambar 2. 7 Sistem Pemrosesan Informasi (Woolfolk, 2016)

Dalam konteks model pembelajaran berbasis representasi, teori Pemrosesan Informasi sangat penting. Proses pembelajaran matematika sering melibatkan transformasi informasi dari satu bentuk ke bentuk lain, seperti dari bentuk verbal ke simbolik, atau dari bentuk visual ke analitis. Kemampuan untuk melakukan transformasi ini secara efisien dan efektif adalah keterampilan kunci dalam pembelajaran matematika, dan merupakan fokus utama dalam model berbasis representasi (Goldstone & Son, 2005). Pada fase eksplorasi, khususnya saat siswa diminta untuk mendeskripsikan masalah secara tertulis dan membuat model matematisnya, teori Pemrosesan Informasi menjadi sangat relevan. Siswa diharapkan dapat menerima informasi dari representasi visual, mengolahnya dalam memori kerja mereka, dan kemudian menerjemahkannya menjadi representasi tertulis dan matematis. Kemampuan ini memerlukan pemahaman konseptual yang kuat dan keterampilan Pemrosesan Informasi yang baik (Raghubar *et al.*, 2010; Solaz Portolés & Sanjosé López, 2008).

Oleh karena itu, teori Pemrosesan Informasi melengkapi dasar teoretis yang kuat untuk model pembelajaran berbasis representasi. Memahami bagaimana siswa mengolah informasi dan bagaimana mereka mengubah informasi dari satu bentuk ke bentuk lainnya dapat membantu dalam

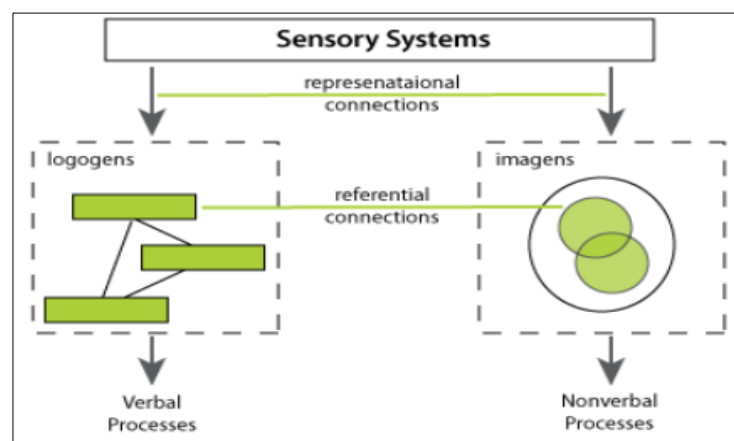
merancang dan mengimplementasikan intervensi pendidikan yang lebih efektif untuk meningkatkan pemahaman matematis siswa. Meskipun teori ini memberikan landasan yang kuat dalam memahami bagaimana informasi diterima, diproses, dan disimpan, masih memiliki beberapa keterbatasan dalam konteks pembelajaran berbasis representasi. Salah satu kelemahan utamanya adalah kurangnya penekanan pada bagaimana representasi visual dan verbal (tertulis) bekerja secara sinergis untuk memperkuat pemahaman siswa terhadap konsep yang diajarkan. Dalam pembelajaran berbasis representasi, representasi visual seperti grafik, diagram, dan tabel sering kali digunakan bersama dengan representasi verbal seperti teks atau penjelasan lisan. Namun, teori Pemrosesan Informasi sendiri tidak secara rinci menjelaskan bagaimana interaksi antara beberapa bentuk representasi ini dapat memengaruhi pembelajaran.

Teori *Dual coding* menjadi pelengkap, karena secara khusus berfokus pada cara manusia memproses informasi melalui dua jalur yang berbeda namun saling mendukung: jalur visual dan jalur verbal, yang mana teori ini cocok untuk melengkapi pembelajaran berbasis representasi matematis. Menurut teori ini, ketika informasi disajikan melalui dua modalitas yang terintegrasi, seperti gambar dan teks, kemungkinan informasi tersebut diproses lebih mendalam dan diingat lebih lama menjadi lebih besar. Hal ini memberikan solusi atas keterbatasan Teori Pemrosesan Informasi yang cenderung mengasumsikan bahwa semua jenis informasi diproses dalam kerangka kerja yang sama. Dengan menggabungkan teori *Dual coding*, pembelajaran berbasis representasi tidak hanya memastikan bahwa informasi dapat dipahami dengan lebih baik, tetapi juga membantu siswa membuat koneksi yang lebih kuat antara representasi visual dan verbal, sehingga meningkatkan pemahaman konseptual mereka secara menyeluruh.

4. Teori Pengkodean Ganda (*Dual coding*)

Teori Pengkodean Ganda menjelaskan bagaimana pikiran dan kognisi bekerja, awalnya dirancang untuk menggambarkan pengaruh kuat dari citra mental terhadap memori. Menurut teori ini, ada dua jalur utama dalam proses informasi: jalur verbal yang mencakup teks dan suara, dan jalur visual yang

mencakup gambar, diagram, dan animasi (Solso *et al.*, 2005). Jalur ini diproses dengan cara yang unik; jalur verbal mengolah informasi secara berurutan, sedangkan jalur visual mengolah informasi secara simultan atau paralel. Proses berpikir terpicu ketika memori sensorik menerima stimulus dari lingkungan, baik itu verbal maupun nonverbal (Kim, 2021). Pembentukan koneksi representatif menentukan jalur yang paling cocok untuk stimulus yang diterima. Dalam jalur verbal, pembentukan representasi berlangsung secara berurutan dan logis. Sebaliknya, jalur nonverbal mengolah representasi secara holistik. Sebagai ilustrasi, kita bisa melihat mata, hidung, dan mulut sebagai elemen terpisah atau sebagai bagian dari keseluruhan wajah. Representasi yang diolah melalui jalur verbal dikenal sebagai logogen, sementara representasi yang diolah melalui jalur nonverbal disebut imagen (Paivio, 1991).



Gambar 2. 8 Teori *Dual coding* (Paivio, 1991)

Teori *Dual coding* yang diajukan oleh Paivio mencoba memberikan bobot yang sama pada pemrosesan verbal dan non-verbal. Paivio (2013) menyatakan bahwa kognisi manusia unik karena telah menjadi khusus untuk menangani bahasa dan objek serta peristiwa nonverbal secara bersamaan. Selain itu, sistem bahasa bersifat khas karena berurusan langsung dengan input dan output linguistik (dalam bentuk ucapan atau tulisan) sambil sekaligus berfungsi sebagai simbol untuk objek, peristiwa, dan perilaku nonverbal. Teori representasi apa pun harus mengakomodasi fungsi ganda ini. Teori ini mengasumsikan bahwa ada dua subsistem kognitif, satu khusus

untuk representasi dan pemrosesan objek/peristiwa nonverbal (citra), dan yang lainnya khusus untuk menangani bahasa.

Dengan menyesuaikan penjelasan teori ini, tujuannya adalah untuk memudahkan pemahaman tentang bagaimana berbagai jenis informasi diproses oleh pikiran, serta pentingnya memanfaatkan kedua jalur informasi dalam pembelajaran untuk meningkatkan retensi dan pemahaman konsep. Teori ini, yang menyoroti pentingnya menggunakan jalur verbal dan visual dalam pemrosesan informasi, menjadi salah satu landasan berpikir dalam merumuskan langkah-langkah pembelajaran pada bagian eksplorasi, yang mana eksplorasi dilakukan pertama kali adalah menggambar (visual) kemudian dilanjutkan dengan menulis (teks), sehingga membantu siswa mengoptimalkan kapasitas memori dan pemahaman mereka melalui penggunaan representasi ganda.

Dengan menerapkan Teori Pengkodean Ganda dalam sintaks model pembelajaran ini, siswa diajak melalui proses pembelajaran yang komprehensif, di mana penggunaan simultan jalur verbal dan visual tidak hanya memperkuat pemahaman konsep tetapi juga mempersiapkan mereka untuk menerapkan pengetahuan tersebut dalam berbagai situasi, memaksimalkan hasil belajar mereka. Setelah mempertimbangkan teori kognitivisme, konstruktivisme, pemrosesan informasi, dan *dual coding*, masih terdapat aspek penting yang memerlukan perhatian dalam pengembangan pembelajaran berbasis representasi, yaitu pengelolaan beban kognitif siswa. Representasi matematis sering kali melibatkan informasi yang kompleks, baik secara visual, verbal ataupun simbolik, yang harus diproses secara simultan oleh siswa. Hal ini membuat pembelajaran berbasis representasi berisiko meningkatkan beban kognitif siswa (Hahn & Klein, 2023a), terutama jika desain pembelajaran tidak memperhitungkan kapasitas memori kerja mereka. Oleh karena itu, Teori Beban Kognitif menjadi tambahan teori yang sangat dibutuhkan untuk memastikan pembelajaran dapat dirancang secara optimal tanpa menyebabkan siswa merasa kewalahan.

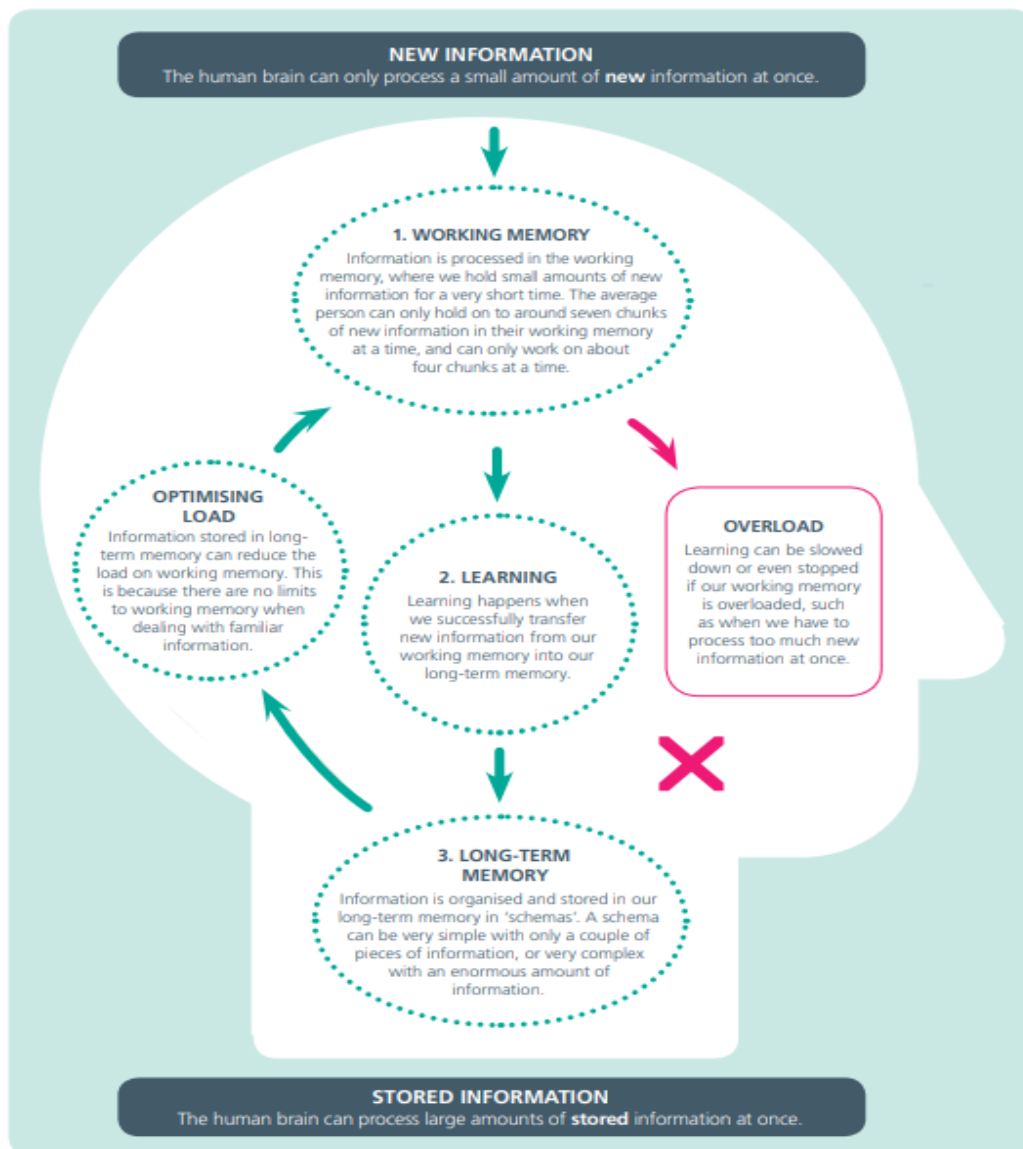
Dengan menambahkan Teori Beban Kognitif, pengembangan model pembelajaran berbasis representasi menjadi lebih komprehensif, karena

mencakup aspek desain yang tidak hanya mendukung pemahaman konseptual tetapi juga menjaga efisiensi kognitif siswa. Penambahan teori ini juga melengkapi keempat teori sebelumnya dengan memberikan pendekatan holistik yang memperhitungkan kebutuhan kognitif siswa, sehingga pembelajaran tidak hanya bermakna tetapi juga efektif.

5. Teori Beban Kognitif (*Cognitive Load Theory*)

Teori Beban Kognitif menyoroti urgensi pemahaman terhadap kapasitas kognitif siswa dan dampak penyajian informasi pada proses pembelajaran. Dalam representasi matematis, pentingnya memberikan dukungan kepada siswa dalam memahami dan memanipulasi representasi yang kompleks serta merancang pengajaran yang dapat mengurangi beban kognitif yang tidak perlu menjadi fokus utama (Marikyan, 2023; Phan *et al.*, 2016; Saw, 2017).

Teori Beban Kognitif (*Cognitive Load Theory*) berfokus pada bagaimana otak memproses informasi dan bagaimana beban yang diberikan dapat mempengaruhi proses belajar. Beban kognitif dapat dibagi menjadi tiga jenis utama: beban intrinsik, beban ekstrinsik, dan beban yang berkaitan dengan germane (Sweller, 2010). Beban intrinsik adalah beban yang terkait dengan kompleksitas materi itu sendiri. Beban ekstrinsik adalah beban yang dihasilkan dari cara informasi disajikan dan dapat dimodifikasi melalui desain pengajaran yang baik. Sementara itu, beban yang berkaitan dengan germane adalah usaha yang dikeluarkan oleh siswa untuk membangun skema pengetahuan yang baru (Sweller, 2010). Fokus utama dari teori ini adalah memaksimalkan efisiensi pembelajaran dengan mengurangi beban kognitif ekstrinsik melalui desain instruksional yang tepat. Dengan menekankan pentingnya penyimpanan pengetahuan dalam memori jangka panjang dan menghindari informasi yang berlebihan atau tidak relevan, teori ini bertujuan untuk meningkatkan transfer pengetahuan yang efektif dan efisien.



Gambar 2. 9 Cara Kerja Otak Manusia dalam Belajar (Statistics & Evaluation, 2018)

Dalam konteks pengajaran matematika, penerapan teori beban kognitif dapat membantu dalam merancang pengajaran yang lebih efektif. Beberapa strategi yang dapat diterapkan meliputi:

- Penggunaan Representasi Visual: Menyajikan informasi dalam bentuk visual seperti grafik, diagram, atau peta konsep untuk membantu siswa memproses informasi dengan lebih efisien (Marikyan, 2023).
- Pengelompokan Informasi: Mengelompokkan informasi (menggunakan urutan representasi yang tepat) menjadi bagian-

bagian yang lebih kecil dan terorganisir untuk mengurangi beban kognitif siswa (Sweller, 1988).

Pendekatan yang terencana dengan baik dalam pengajaran matematika, termasuk penggunaan model, strategi, dan pendekatan yang tepat, serta perangkat pembelajaran yang terencana dengan baik seperti silabus, RPP, media pembelajaran, alat penilaian, dan skenario pembelajaran, semuanya berperan penting dalam memastikan pembelajaran yang efektif (Sweller *et al.*, 2011). Dengan memperhatikan teori beban kognitif ini, pengajaran matematika dapat disusun sedemikian rupa sehingga siswa dapat mengembangkan pemahaman yang mendalam tanpa terbebani oleh beban kognitif yang tidak perlu. Teori Beban Kognitif memberikan kerangka kerja yang penting untuk merancang pengajaran matematika yang efektif. Dengan memahami dan menerapkan prinsip-prinsip teori ini, pendidik dapat menciptakan lingkungan belajar yang mendukung pemahaman mendalam dan pengembangan representasi matematis siswa tanpa terbebani oleh informasi yang berlebihan (Sweller *et al.*, 2011). Pendekatan yang terencana dan terstruktur dalam pengajaran matematika, serta penggunaan perangkat dan skenario pembelajaran yang tepat, sehingga membantu siswa mencapai hasil belajar yang optimal.

E. Analisis Kurikulum Bangun Ruang Sisi Datar

Dalam Kurikulum Merdeka, Capaian Pembelajaran (CP) yang relevan dengan materi bangun ruang sisi datar menekankan pada kemampuan siswa untuk memahami dan menerapkan konsep geometri dalam kehidupan sehari-hari. Capaian pembelajaran yang diharapkan antara lain adalah kemampuan siswa untuk:

- Mengidentifikasi dan mendeskripsikan sifat-sifat berbagai bentuk bangun ruang sisi datar.
- Menghitung luas permukaan dan volume dari suatu bangun ruang.
- Menerapkan konsep-konsep geometri dalam konteks nyata, seperti dalam perancangan bangunan atau penyelesaian masalah praktis.

Analisis kurikulum ini mencakup evaluasi terhadap standar kompetensi, materi ajar, metode pengajaran, serta alat penilaian yang digunakan dalam mengukur pencapaian. Penting juga untuk mempertimbangkan pendekatan yang mendukung pengembangan keterampilan representasi matematis, yang seringkali kurang diperhatikan dalam kurikulum standar. Dengan demikian, analisis ini memberikan pandangan yang lebih mendalam tentang bagaimana kurikulum dapat dioptimalkan untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap bangun ruang sisi datar, sesuai dengan Capaian Pembelajaran yang diharapkan dalam Kurikulum Merdeka.

Kompleksitas materi bangun ruang sisi datar harus dianalisis untuk memahami tingkat kesulitan yang dihadapi siswa dalam memahami konsep-konsep tersebut. Dalam konteks Kurikulum Merdeka, CP yang terkait dengan bangun ruang sisi datar mencakup kemampuan siswa untuk tidak hanya memahami konsep secara abstrak tetapi juga mengaplikasikannya dalam berbagai situasi problematik. Kompleksitas materi ini terutama terletak pada:

- Penguasaan konsep volume dan luas permukaan yang melibatkan perhitungan matematika yang lebih kompleks.
- Pemahaman hubungan antara berbagai bentuk geometri dan kemampuan untuk memvisualisasikan transformasi bentuk-bentuk tersebut.
- Kemampuan untuk menggunakan berbagai representasi, seperti diagram, model fisik, dan simbol-simbol matematika, dalam memecahkan masalah terkait bangun ruang sisi datar.

Materi yang dianggap sulit memerlukan model pengajaran yang lebih kreatif dan inovatif, termasuk penggunaan berbagai macam bentuk representasi yang menarik untuk membantu siswa memvisualisasikan dan memahami materi secara mendalam. Penerapan konsep-konsep dalam kehidupan nyata, seperti dalam konteks arsitektur atau desain, juga menjadi bagian dari CP yang ingin dicapai. Dengan demikian, analisis kompleksitas ini juga harus memperhatikan bagaimana materi tersebut dapat disampaikan secara efektif.

Model pembelajaran yang dikembangkan dalam penelitian ini didasarkan pada beberapa teori pendidikan yang relevan untuk mencapai tujuan pembelajaran yang sesuai dengan Kurikulum Merdeka. Teori Konstruktivisme menjadi landasan

utama, di mana siswa diharapkan membangun pemahaman mereka melalui pengalaman langsung dan eksplorasi, sehingga konsep-konsep bangun ruang sisi datar, termasuk perhitungan volume dan luas, dapat dipahami secara mendalam. Pemahaman ini mencakup tingkatan berpikir dari taksonomi Bloom, mulai dari mengingat dan memahami hingga menerapkan konsep volume dan luas dalam berbagai konteks. Teori Kognitivisme juga diterapkan, yang berfokus pada bagaimana siswa memproses, menyimpan, dan mengingat informasi, khususnya terkait dengan rumus dan aplikasi volume serta luas. Teori ini menekankan pentingnya struktur kognitif yang stabil untuk membantu siswa mengintegrasikan informasi baru dengan pengetahuan yang sudah mereka miliki tentang bangun ruang.

Selain itu, Teori Pemrosesan Informasi digunakan untuk memastikan informasi tentang perhitungan volume dan luas disajikan dengan cara yang meminimalkan beban kognitif, memungkinkan siswa untuk menyimpan dan mengingat informasi lebih efektif. Teori Beban Kognitif membantu dalam merancang tugas dan kegiatan perhitungan volume dan luas yang tidak membebani kapasitas kognitif siswa secara berlebihan, dengan memberikan panduan yang jelas dan representasi visual yang mendukung pemahaman. Selanjutnya, Teori *Dual coding* diterapkan dengan menekankan penggunaan representasi verbal dan nonverbal, seperti teks dan gambar, untuk membantu siswa memproses dan menyimpan informasi tentang perhitungan volume dan luas secara lebih efektif. Selain tentang 6 teori di atas, teori yang paling utama dan melekat pada desain pembelajaran adalah teori representasi matematis. Dengan menggabungkan teori-teori ini, desain pembelajaran diharapkan dapat memberikan pengalaman belajar yang komprehensif, mendalam, dan bermakna bagi siswa.

F. Penelitian Relevan

Pembelajaran matematika berbasis representasi matematis telah menjadi perhatian dalam pendidikan matematika, terutama seiring dengan tuntutan pembelajaran yang menekankan pemahaman konseptual dalam pemecahan masalah. Sejumlah penelitian telah mengkaji peran representasi matematis dalam mendukung proses berpikir dan pemahaman siswa. Berbagai studi menunjukkan

bahwa penggunaan beragam bentuk representasi matematis, seperti visual, simbolik, dan verbal, berkontribusi signifikan terhadap peningkatan pemahaman konsep serta fleksibilitas berpikir matematis siswa (Meiliati et al., 2025; Nurhadida et al., 2025; Ng & Sinclair, 2015; Schoenherr et al., 2024). Temuan-temuan ini menegaskan bahwa representasi matematis berfungsi sebagai sarana kognitif yang membantu siswa membangun makna terhadap konsep abstrak, bukan sekadar sebagai alat bantu penyajian materi.

Penelitian lain mengungkap bahwa pemahaman matematis sangat ditentukan oleh kemampuan siswa dalam mentransformasikan satu bentuk representasi ke bentuk representasi lain. Mainali (2021) serta Pedersen et al. (2021) menekankan bahwa kompetensi representasi mencakup kemampuan memilih, menggunakan, dan mentranslasikan representasi secara fleksibel, yang merupakan indikator pemahaman matematis tingkat tinggi. Sejalan dengan hal tersebut, Bossé et al. (2018) menemukan bahwa siswa yang mampu mengoordinasikan berbagai bentuk representasi menunjukkan strategi pemecahan masalah yang lebih adaptif dan fleksibel. Temuan ini menunjukkan bahwa penguasaan representasi matematis tidak hanya berkaitan dengan variasi bentuk representasi, tetapi juga dengan kemampuan mengintegrasikan dan mentransformasikannya secara bermakna.

Dalam konteks pengembangan pembelajaran, sejumlah penelitian menunjukkan bahwa penggunaan representasi matematis yang dirancang secara terstruktur dapat membantu siswa mengaitkan konsep abstrak dengan konteks konkret, sehingga pembelajaran menjadi lebih bermakna. Namun demikian, sebagian besar penelitian tersebut masih menerapkan representasi matematis secara parsial, baik sebagai strategi pembelajaran maupun sebagai komponen pendukung, tanpa dirancang dalam suatu model pembelajaran yang sistematis dan komprehensif.

Sejumlah penelitian yang mengacu pada standar pembelajaran matematika yang dikembangkan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* menunjukkan bahwa pembelajaran yang selaras dengan lima kemampuan matematis, yaitu pemecahan masalah, penalaran dan pembuktian, komunikasi, koneksi, serta representasi, mampu meningkatkan kualitas pemahaman dan

keterampilan matematis siswa. Penelitian menunjukkan bahwa pembelajaran yang menekankan pemecahan masalah dan penalaran secara terpadu berkontribusi terhadap penguatan pemahaman konseptual siswa (Hiebert & Grouws, 2017; Cai et al., 2017). Selain itu, pembelajaran yang mendorong komunikasi dan koneksi matematis melalui diskusi kelas dan penggunaan berbagai representasi dilaporkan mampu meningkatkan kualitas pemahaman serta partisipasi siswa (Boaler & Staples, 2018; Cai & Leikin, 2020). Studi lain juga menegaskan bahwa integrasi penalaran dan pembuktian dalam pembelajaran matematika sekolah memberikan dampak positif terhadap kemampuan argumentasi dan pemahaman matematis siswa (Stylianides & Stylianides, 2018). Meskipun demikian, berbagai temuan tersebut juga mengungkap bahwa implementasi standar NCTM di kelas sering kali belum optimal, khususnya dalam hal integrasi representasi matematis secara konsisten dalam desain pembelajaran.

Berdasarkan analisis terhadap penelitian terdahulu, *state of the art* dalam penelitian ini menunjukkan adanya kebutuhan untuk mengembangkan model pembelajaran matematika yang secara sistematis berbasis representasi matematis dan selaras dengan standar NCTM. Sebagian besar penelitian sebelumnya masih memfokuskan pada efektivitas penggunaan representasi matematis tanpa merumuskan sintaks, prinsip, dan mekanisme pedagogis yang terintegrasi dalam suatu model pembelajaran. Oleh karena itu, pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis dalam penelitian ini diarahkan untuk menyatukan prinsip-prinsip representasi, landasan pedagogis, dan standar proses NCTM guna meningkatkan kemampuan matematis siswa secara komprehensif. Model pembelajaran yang dikembangkan diharapkan tidak hanya membantu siswa memahami konsep matematika secara teoritis, tetapi juga mendorong kemampuan mereka dalam bernalar, berkomunikasi, mengaitkan konsep, serta memecahkan masalah matematis secara bermakna dan berkelanjutan.

G. Kerangka Berpikir

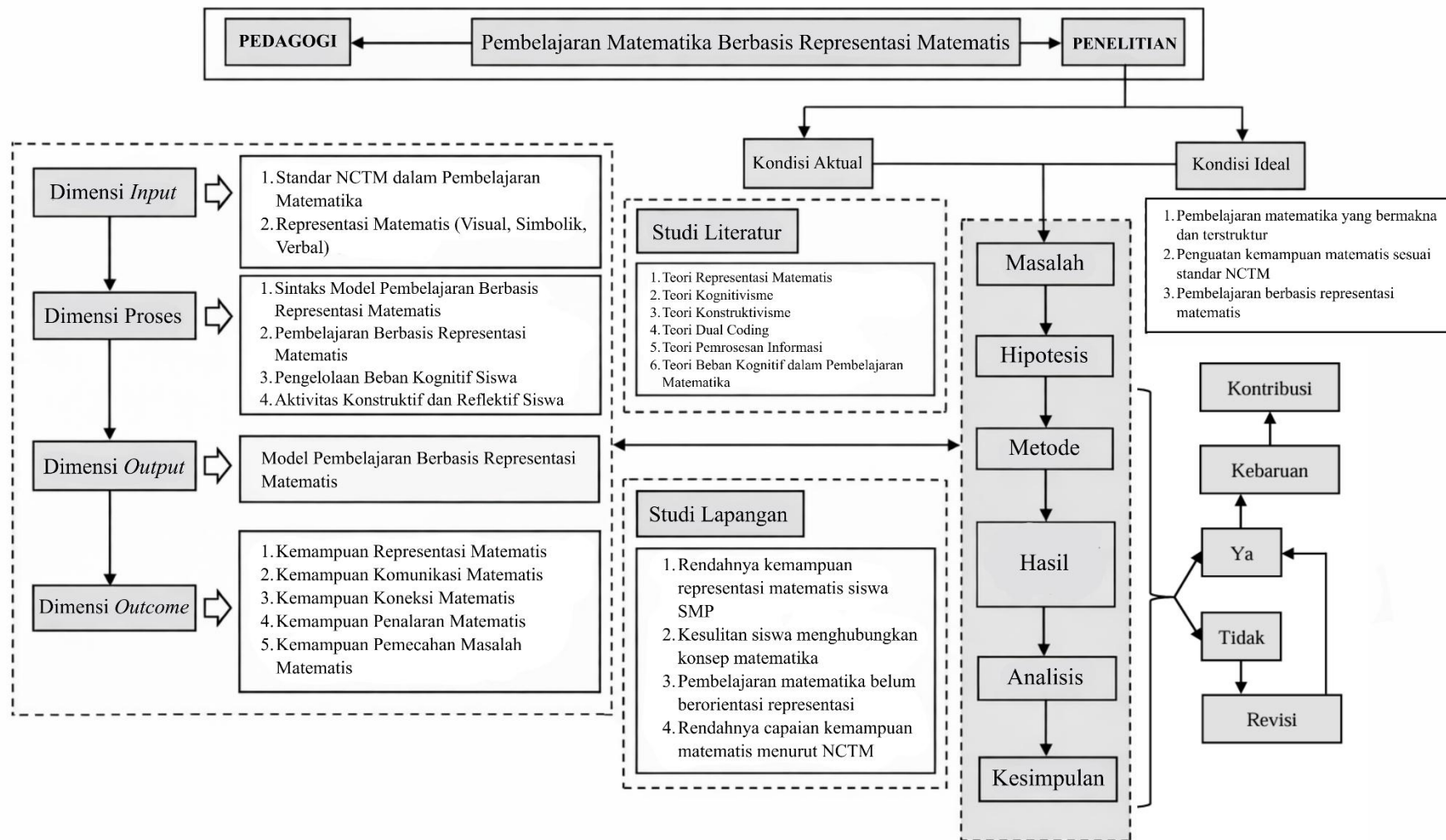
Dalam mengembangkan kerangka konseptual untuk penelitian ini, kita harus mempertimbangkan interaksi antara lima kemampuan matematis utama yang diidentifikasi oleh *National Council of Teaching Mathematics* (NCTM):

representasi matematis, koneksi matematis, komunikasi matematis, penalaran matematis, dan pemecahan masalah. Kerangka ini didasarkan pada pemahaman bahwa kemampuan matematis ini tidak berdiri sendiri, melainkan berinteraksi dalam cara yang kompleks dan berlapis untuk mendukung pembelajaran matematika yang efektif.

Representasi matematis adalah titik awal yang penting. Pemahaman siswa tentang representasi matematis termasuk simbol, diagram, dan model konkrit. Hal ini berfungsi sebagai fondasi untuk pengembangan kemampuan matematika lainnya. Dengan kata lain, kemampuan untuk memahami dan memanipulasi representasi matematis adalah prasyarat untuk pembelajaran matematika yang lebih lanjut. Namun, representasi matematis sendiri tidak cukup. Koneksi matematis, pemahaman tentang bagaimana konsep dan prosedur matematika saling terkait juga penting. Tanpa pemahaman tentang koneksi ini, siswa mungkin merasa sulit untuk menerapkan pengetahuan mereka dalam konteks baru atau untuk memahami struktur yang mendasari matematika. Kemudian, komunikasi matematis memainkan peran penting dalam mendukung baik representasi maupun koneksi matematis. Kemampuan untuk berkomunikasi tentang matematika (baik secara lisan maupun tulisan) membantu siswa memahami dan mempertahankan konsep, serta mendorong pemikiran kritis dan reflektif. Penalaran matematis dan pemecahan masalah, kemudian, mewakili puncak dari kerangka konseptual ini. Penalaran matematis memungkinkan siswa untuk menerapkan dan menggabungkan pengetahuan mereka, sedangkan pemecahan masalah memungkinkan mereka untuk menghadapi dan menyelesaikan tantangan yang tidak biasa atau kompleks.

Secara keseluruhan, kerangka konseptual ini menunjukkan bahwa pembelajaran matematika bukanlah proses linear atau satu arah, tetapi melibatkan interaksi yang berlapis dan saling mempengaruhi antara berbagai kemampuan dan pengetahuan. Ini menekankan pentingnya pendekatan holistik dan terintegrasi dalam pengajaran matematika, yang menghargai dan mempromosikan semua aspek kemampuan matematis, daripada fokus pada satu aspek saja. Berdasarkan kajian teori dan literatur yang relevan serta hasil analisis kebutuhan, penelitian dan pengembangan model pembelajaran dipandang sebagai upaya strategis untuk

menjawab berbagai permasalahan pembelajaran yang telah diuraikan. Oleh karena itu, penelitian ini diarahkan pada pengembangan model pembelajaran yang mampu memberikan solusi konseptual dan praktis terhadap problematika tersebut. Kerangka pikir penelitian ini selanjutnya disajikan dalam Gambar 2.10.



Gambar 2. 10 Kerangka Pikir Penelitian

BAB III. METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian pada penelitian ini adalah penelitian dan pengembangan atau disebut dengan R&D (*Research and Development*). Jenis Penelitian ini dipilih bertujuan untuk mengembangkan dan menguji model pembelajaran dalam meningkatkan kemampuan matematis siswa menurut NCTM. Produk yang dikembangkan adalah model pembelajaran berbasis representasi matematis beserta perangkat pendukungnya. Pendekatan ini diharapkan dapat memberikan gambaran yang lebih mendalam dan menyeluruh mengenai kevalidan, kepraktisan dan keefektifan model pembelajaran yang dikembangkan (Creswell & Clark, 2007; Edmonds & Kennedy, 2017)

B. Populasi dan Sampel Penelitian

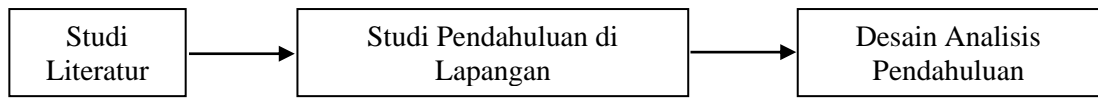
Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP Negeri di Bandar Lampung yang sedang mempelajari materi bangun ruang sisi datar. Secara keseluruhan terdapat 45 SMP Negeri di Bandar Lampung. Dari populasi tersebut dipilih tiga sekolah sebagai lokasi penelitian melalui teknik *cluster random sampling* berdasarkan kategori ukuran sekolah, yaitu kecil, sedang, dan besar (<https://ppdb.bandarlampungkota.go.id/statistik/smp>). Satu sekolah kategori kecil, yaitu SMP Negeri 32 Bandar Lampung, digunakan pada tahap uji kelayakan model pembelajaran berbasis representasi matematis, sedangkan dua sekolah kategori besar, yaitu SMP Negeri 4 dan SMP Negeri 31 Bandar Lampung, digunakan pada tahap uji skala luas. Pada masing-masing sekolah tersebut diambil dua kelas sebagai sampel penelitian, dan pemilihan kelas dilakukan secara *purposive sampling* dengan mempertimbangkan kesetaraan kemampuan matematis siswa pada tingkat kelas VIII sehingga kelas eksperimen dan kelas kontrol memiliki karakteristik awal yang relatif seimbang.

C. Prosedur Penelitian

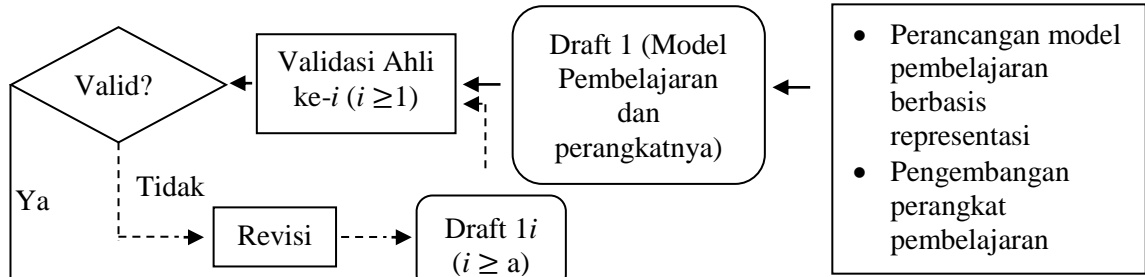
Prosedur pengembangan model pembelajaran mengikuti langkah-langkah yang ditetapkan oleh Plomp (2013), yang mencakup tiga fase utama: investigasi

awal (*Preliminary Research Phase*), pembuatan prototipe (*Prototyping Phase*), dan penilaian (*Evaluation*). Pada tahap investigasi awal, dilakukan pengumpulan data dan analisis kebutuhan. Selanjutnya, pada fase pembuatan prototipe, model pembelajaran dirancang dan dikembangkan. Fase ini mencakup pembuatan desain awal dan pengembangan materi serta alat pembelajaran yang dibutuhkan. Prototipe tersebut dievaluasi oleh para ahli untuk memastikan kevalidannya, sehingga dapat direvisi berdasarkan umpan balik. Terakhir, tahap penilaian berfokus pada evaluasi menyeluruh terhadap model pembelajaran yang telah dikembangkan. Penilaian ini mencakup kepraktisan dan efektivitas model. Alur pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis dengan menggunakan metode Plomp dapat dilihat pada Gambar 3.1.

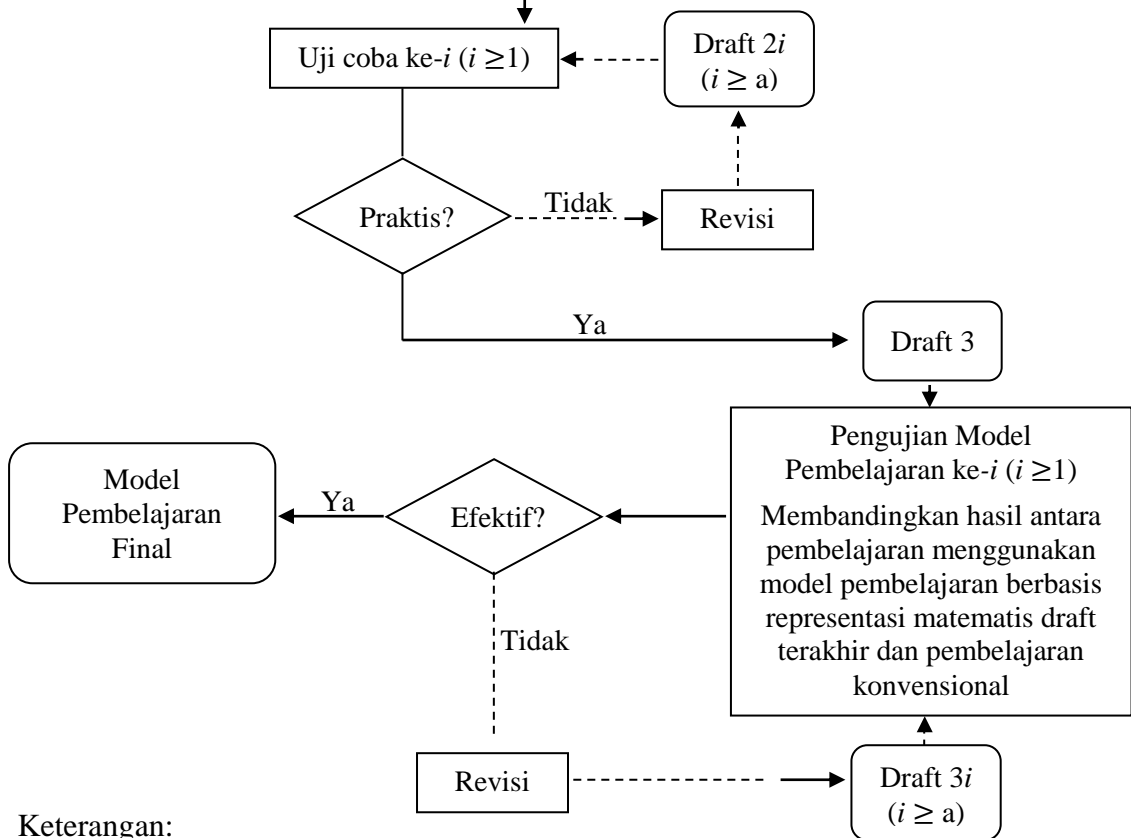
1. Tahap 1. Investigasi Awal (*Preliminary Research*)



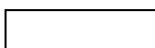
2. Tahap 2. Pembuatan prototipe (*Prototyping Phase*)



3. Tahap 3. Penilaian (*Evaluation*)



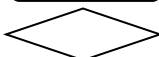
Keterangan:



= Aktivitas



= Hasil (berupa produk model dan perangkatnya)



= Pilihan terhadap hasil analisis



= Arah proses/aktifitas berikutnya



= Arah siklus kegiatan/aktivitas

Gambar 3.1 Tahapan dan Aktivitas Pengembangan

1. Tahap I: Studi Pendahuluan (*Preliminary Research*)

Tahap studi pendahuluan bertujuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis permasalahan pembelajaran matematika serta kebutuhan pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis. Analisis dilakukan sebagai dasar perancangan model pembelajaran yang relevan dengan standar proses *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), tuntutan Kurikulum Merdeka, serta karakteristik peserta didik Sekolah Menengah Pertama. Pada tahap ini, peneliti melaksanakan dua kegiatan utama, yaitu studi literatur dan studi lapangan.

a. Studi Literatur

Studi literatur dilakukan untuk memperoleh landasan teoretis dan empiris yang kuat dalam pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis. Kajian literatur difokuskan pada teori-teori belajar yang mendukung pembelajaran berbasis representasi, meliputi teori kognitivisme, konstruktivisme, pemrosesan informasi, *dual coding*, dan beban kognitif. Selain itu, kajian juga diarahkan pada standar proses pembelajaran matematika menurut NCTM, khususnya keterkaitan antara kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah matematis.

Peneliti mengkaji hasil-hasil penelitian terdahulu yang relevan dengan pengembangan model pembelajaran matematika, baik yang berorientasi pada peningkatan kemampuan matematis maupun yang menerapkan pendekatan representasi dalam pembelajaran. Kajian ini digunakan untuk mengidentifikasi pola, kecenderungan, serta celah penelitian yang menunjukkan belum adanya model pembelajaran yang secara spesifik menempatkan representasi matematis sebagai fondasi utama bagi pengembangan kemampuan matematis lainnya. Hasil studi literatur menjadi dasar konseptual dalam merumuskan karakteristik, sintaks, serta komponen model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dikembangkan.

b. Studi Lapangan

Studi lapangan dilakukan untuk memperoleh gambaran empiris mengenai kondisi nyata pembelajaran matematika di sekolah serta permasalahan yang

dihadapi guru dan peserta didik. Kegiatan studi lapangan meliputi observasi pembelajaran matematika, wawancara dengan guru dan peserta didik, serta analisis dokumen pembelajaran seperti Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP). Observasi difokuskan pada proses pembelajaran matematika di kelas, khususnya pada materi bangun ruang sisi datar, termasuk peran guru dan siswa, penggunaan model pembelajaran, serta pemanfaatan representasi matematis dalam pembelajaran.

Hasil studi lapangan digunakan sebagai dasar untuk merumuskan kebutuhan pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis yang mampu mengintegrasikan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah secara terpadu. Dengan demikian, model pembelajaran yang dikembangkan diharapkan dapat menjawab permasalahan pembelajaran matematika di sekolah serta mendukung implementasi Kurikulum Merdeka secara lebih efektif.

2. Tahap II: Prototipe (*Prototyping Phase*)

Aktivitas yang dilakukan pada fase prototipe, yaitu pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis dan perancangan instrumen penelitian. Rancangan ini meliputi: (a) penyusunan draft produk; dan (b) validasi produk.

a. Penyusunan Draft Produk

Berdasarkan kajian literatur dan temuan hasil studi lapangan, peneliti kemudian melakukan identifikasi karakteristik produk yang akan dikembangkan. Peneliti merancang bentuk awal produk berupa draft produk model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dikembangkan berdasarkan teori-teori belajar yang mendukung. Selain model pembelajaran, peneliti juga mengembangkan perangkat pendukung model, seperti Rencana Pembelajaran Semester (RPS) dan Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) sebagai bentuk operasional untuk mendukung implementasi model. Selain itu, peneliti juga menyusun instrumen untuk mengukur validitas model, instrumen untuk mengukur kepraktisan model, serta instrumen untuk mengukur keefektifan model pembelajaran yang dikembangkan

b. Validasi Model

Dalam tahapan pengembangan model pembelajaran berbasis representasi matematis, sebuah proses validasi dilakukan terhadap produk awal (Draft 1). Proses ini melibatkan penilaian menyeluruh oleh lima ahli, sesuai dengan standar minimal untuk uji validasi sebagaimana diatur oleh Lawshe, yang dijabarkan oleh Cohen *et al.* (2012). Para ahli yang dipilih untuk proses validasi ini adalah individu dengan kualifikasi akademis di tingkat doktoral (S3) yang memiliki keahlian spesifik dalam bidang pendidikan matematika, serta pengalaman yang luas dalam penelitian pengembangan. Untuk validasi isi dan konstruk dinilai oleh para validator yang untuk menunjukkan apakah model pembelajaran sudah memenuhi prosedur Plomp (2013) dan karakteristik model pembelajaran yang dikembangkan atau belum. Kevalidan model pembelajaran dan perangkat pendukungnya dilihat berdasarkan hasil analisis terhadap penilaian para validator. Prosedur validasi oleh ahli ini berlangsung melalui dua tahapan utama. Tahap pertama meliputi pengumpulan penilaian dari para ahli dan praktisi tentang kevalidan Draft 1, menggunakan lembar validasi isi terstruktur, yang diadopsi dari Sunyono (2014). Selain itu, pertemuan intensif dengan para validator ahli juga diadakan untuk mendapatkan masukan lebih lanjut dan mendiskusikan saran perbaikan. Tahap kedua adalah analisis validasi konstruk dari penilaian oleh validator untuk menentukan langkah selanjutnya.

Pada tahap ini, perangkat pembelajaran, termasuk modul, instrumen tes kemampuan matematis, dan modul ajar, juga menjalani proses validasi oleh para ahli. Setiap perangkat tersebut divalidasi oleh tiga orang pakar yang memiliki keahlian di bidang masing-masing. Langkah ini diambil untuk memastikan bahwa perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi standar kelayakan dan siap digunakan dalam proses pembelajaran.

3. Tahap III: Penilaian (*Evaluation*)

a. Uji Coba Terbatas

Uji coba terbatas dilakukan untuk menilai kepraktisan model pembelajaran berbasis representasi matematis sebelum diterapkan secara

lebih luas. Pada tahap ini, penilaian kepraktisan dilakukan dengan melibatkan observer dan guru, serta siswa sebagai subjek uji coba untuk memperoleh gambaran yang komprehensif mengenai keterlaksanaan dan kemudahan penggunaan model pembelajaran. Data yang diperoleh dari uji coba terbatas dianalisis secara deskriptif untuk menentukan apakah model pembelajaran telah memenuhi kriteria praktis dan layak untuk diterapkan pada tahap uji coba luas.

b. Uji Coba Luas

Uji coba luas dilaksanakan untuk menguji keefektifan model pembelajaran berbasis representasi matematis dalam meningkatkan kemampuan matematis peserta didik. Pada tahap ini, model pembelajaran diterapkan pada dua sekolah yang berbeda, yaitu SMPN 31 dan SMPN 4 Bandar Lampung. Pada masing-masing sekolah, dipilih dua kelas yang terdiri atas kelas eksperimen dan kelas kontrol. Kelas eksperimen menerapkan model pembelajaran berbasis representasi matematis, sedangkan kelas kontrol menggunakan pembelajaran konvensional yang biasa diterapkan oleh guru. Keefektifan model pembelajaran diukur melalui tes awal (*pretest*) dan tes akhir (*posttest*) yang dirancang untuk mengukur kemampuan matematis peserta didik, meliputi kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah matematis sesuai dengan standar proses NCTM.

Hasil jawaban peserta didik dianalisis menggunakan rubrik penilaian kemampuan matematis yang telah disusun sebelumnya untuk memastikan penilaian dilakukan secara objektif dan sistematis. Hasil analisis *pretest* dan *posttest* digunakan untuk mengetahui peningkatan kemampuan matematis peserta didik serta membandingkan efektivitas model pembelajaran berbasis representasi matematis dengan pembelajaran konvensional.

D. Teknik Pengumpulan Data

1. Data Analisis Kebutuhan

Pada tahap studi pendahuluan, penelitian ini diawali dengan analisis kebutuhan yang dilakukan melalui studi literatur dan studi lapangan. Studi literatur bertujuan untuk mengidentifikasi perkembangan penelitian terkait pembelajaran matematika berbasis representasi matematis, kemampuan matematis, serta implementasi standar proses NCTM. Pengumpulan data literatur dilakukan untuk menelusuri artikel ilmiah yang relevan.

Selain studi literatur, studi lapangan dilakukan untuk memperoleh gambaran kebutuhan pembelajaran matematika dari calon pengguna model, khususnya guru. Survei ini bertujuan untuk mengidentifikasi tantangan pembelajaran matematika, khususnya terkait penggunaan representasi matematis dan pengembangan kemampuan matematis siswa sesuai standar NCTM. Data hasil survei dianalisis untuk menjadi dasar perumusan kebutuhan pengembangan model pembelajaran.

2. Data Validitas

Data validitas produk pada penelitian pengembangan ini diperoleh melalui uji validasi isi dan konstruk terhadap model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dikembangkan. Validasi dilakukan oleh sejumlah validator ahli yang memiliki kompetensi di bidang pendidikan matematika, pembelajaran matematika, dan evaluasi pembelajaran. Validator diminta untuk menilai kelayakan model pembelajaran, perangkat pembelajaran, serta instrumen penelitian yang dikembangkan.

Validasi model pembelajaran mengacu pada komponen model pembelajaran yang meliputi: (1) landasan teoretis pendukung, (2) sintaks pembelajaran, (3) sistem sosial, (4) prinsip reaksi, (5) sistem pendukung, serta (6) dampak instruksional dan dampak pengiring. Selain model pembelajaran, validator juga melakukan penilaian terhadap perangkat pembelajaran yang dikembangkan, seperti Rencana Pembelajaran Semester (RPS) dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD), yang dirancang berdasarkan prinsip pembelajaran berbasis representasi matematis dan standar proses NCTM. Penilaian dilakukan menggunakan skala

pemeringkatan Likert dengan lima kategori respons, mulai dari sangat tidak setuju hingga sangat setuju.

3. Data Kepraktisan

Data kepraktisan produk diperoleh untuk mengetahui tingkat keterlaksanaan dan kemudahan penggunaan model pembelajaran berbasis representasi matematis dalam pembelajaran. Data ini dikumpulkan pada tahap uji coba terbatas melalui observasi keterlaksanaan model serta respon pengguna model, yaitu guru atau calon guru dan peserta didik. Instrumen keterlaksanaan model berupa lembar observasi yang digunakan untuk mencatat pelaksanaan setiap tahapan sintaks pembelajaran. Selain itu, data respon pengguna model dikumpulkan melalui angket yang diberikan setelah proses pembelajaran selesai. Angket respon disusun menggunakan skala Likert lima tingkat untuk mengetahui persepsi pengguna terhadap kejelasan sintaks, kemudahan penerapan, keterpahaman aktivitas representasi matematis, serta kebermanfaatan model pembelajaran dalam mendukung pembelajaran matematika.

4. Data Keefektifan

Data keefektifan produk digunakan untuk mengetahui sejauh mana penerapan model pembelajaran berbasis representasi matematis mampu meningkatkan kemampuan matematis siswa sesuai dengan standar proses NCTM. Keefektifan model dilihat dari peningkatan kemampuan matematis yang meliputi pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, koneksi, dan representasi matematis.

Pengumpulan data keefektifan dilakukan melalui tes kemampuan matematis yang terdiri atas tes awal (*pretest*) dan tes akhir (*posttest*). Tes diberikan kepada kelompok eksperimen yang menggunakan model pembelajaran berbasis representasi matematis dan kelompok kontrol yang menggunakan pembelajaran konvensional. Bentuk tes berupa soal uraian yang disusun berdasarkan indikator kemampuan matematis sesuai standar NCTM. Selain tes, data pendukung berupa observasi aktivitas pembelajaran dan dokumentasi proses pembelajaran juga digunakan untuk memperkuat

analisis keefektifan model. Secara ringkas, relasi antara jenis data, teknik pengumpulan data, dan instrumen penelitian yang digunakan dalam mengukur keefektifan model pembelajaran disajikan dalam Tabel 3.1.

Tabel 3. 1 Relasi antara Data, Teknik Pengumpulan Data, dan Instrumen Penelitian

No.	Data Penelitian	Teknik Pengumpulan Data
1	Validitas model pembelajaran berbasis representasi matematis dan perangkat pembelajaran	Angket
2	Data hasil observasi keterlaksanaan implementasi model pembelajaran	Observasi
3	Catatan atau komentar validator ahli dan guru mitra	Observasi dan telaah dokumen
4	Catatan lapangan peneliti selama proses pembelajaran	Observasi
5	Dokumen pembelajaran (RPS, materi pembelajaran, dan LKPD berbasis representasi matematis)	Telaah dokumen
6	Dokumentasi digital proses pembelajaran (aktivitas diskusi, hasil kerja peserta didik)	Dokumentasi
7	Skor tes kemampuan pemecahan masalah matematis	Tes
8	Skor tes kemampuan penalaran matematis	Tes
9	Skor kemampuan komunikasi matematis	Angket
10	Skor kemampuan koneksi matematis	Angket
11	Skor kemampuan representasi matematis	Tes
12	Transkrip wawancara respon guru dan peserta didik terhadap penerapan model	Wawancara
13	Respon terhadap penerapan model pembelajaran berbasis representasi matematis	Angket

E. Instrumen Penelitian

Instrumen menjadi alat yang digunakan untuk memfasilitasi proses suatu kegiatan. Berdasarkan tujuan penelitian, instrumen penelitian ini dibuat dan disusun sebagai berikut:

1. Instrumen Wawancara

Instrumen wawancara digunakan pada tahap studi pendahuluan (*preliminary research*) untuk memperoleh data kualitatif terkait kondisi pembelajaran matematika, kebutuhan guru dan siswa, serta permasalahan pembelajaran yang berkaitan dengan kemampuan matematis menurut NCTM. Wawancara bersifat semi-terstruktur, sehingga memungkinkan peneliti menggali informasi secara sistematis sekaligus fleksibel sesuai dengan respons narasumber. Adapun kisi-kisi Instrumen Wawancara Guru disajikan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Kisi-Kisi Instrumen Wawancara Guru

No	Aspek	Indikator
1	Pembelajaran Matematika	Pendekatan dan model yang digunakan
2	Kemampuan Representasi	Pemahaman guru tentang representasi matematis
3	Implementasi NCTM	Penerapan kemampuan matematis NCTM
4	Permasalahan Pembelajaran	Hambatan pembelajaran
5	Kebutuhan Model	Kebutuhan pengembangan model

Selain wawancara dengan guru, dilakukan juga wawancara terhadap peserta didik untuk memperoleh informasi mengenai pengalaman belajar matematika yang telah dialami. Kisi-kisi instrumen wawancara siswa yang memuat aspek dan indikator disajikan pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Kisi-Kisi Instrumen Wawancara Siswa

No	Aspek	Indikator
1	Pengalaman Belajar	Ketertarikan dan kesulitan belajar
2	Representasi	Penggunaan gambar, simbol, dan kata
3	Pemahaman Konsep	Pemahaman terkait materi bangun ruang
4	Kebutuhan Belajar	Harapan siswa

2. Instrumen Angket

a. Instrumen Validitas Model Pembelajaran

1. Angket Validasi Isi

Angket validasi isi digunakan untuk menilai kesesuaian substansi model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dikembangkan

dengan landasan teoretis, tujuan pembelajaran, dan standar proses *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Angket ini diberikan kepada validator ahli untuk memperoleh penilaian mengenai ketepatan tujuan model, kesesuaian sintaks pembelajaran dengan prinsip pembelajaran berbasis representasi matematis, relevansi model dengan materi bangun ruang sisi datar, serta keterpaduan model dalam mengembangkan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah matematis. Data hasil validasi ini digunakan sebagai dasar perbaikan dan penyempurnaan model pembelajaran agar memenuhi kriteria valid secara isi sebelum diimplementasikan dalam pembelajaran.

2. Angket Validasi Konstruksi

Angket validasi konstruksi digunakan untuk menilai konsistensi dan keterpaduan internal model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dikembangkan, meliputi keterkaitan antar komponen model, kejelasan dan kelogisan sintaks pembelajaran, serta kesesuaian sistem sosial, prinsip reaksi, dan sistem pendukung model. Melalui penilaian validator ahli, angket ini bertujuan untuk memastikan bahwa seluruh tahapan pembelajaran tersusun secara sistematis, mudah dipahami, dan dapat diimplementasikan secara konsisten dalam pembelajaran matematika di SMP. Hasil validasi konstruksi digunakan untuk menyempurnakan struktur model sehingga memiliki keutuhan konseptual dan layak digunakan sebagai model pembelajaran berbasis representasi matematis.

b. Instrumen Kepraktisan Model Pembelajaran

1. Angket Keterlaksanaan Model

Data keterlaksanaan model diperoleh dari hasil observasi yang dilakukan oleh observer yang melakukan pengamatan selama proses pembelajaran. Selanjutnya, data dianalisis dengan langkah-langkah berikut.

Menghitung jumlah skor yang diberikan observer untuk setiap indikator pengamatan, kemudian dihitung rentang skor ketercapaian dengan persamaan berikut.

$$KM = \frac{\text{Jumlah Tahapan Pembelajaran yang Teramati}}{\text{Jumlah Seluruh Tahapan Pembelajaran}} \times 100\%$$

Menafsirkan rentang skor keterlaksanaan model menggunakan kriteria berikut.

Tabel 3.4 Kriteria Keterlaksanaan Model Pembelajaran

Rentang Skor	Kriteria
$81 \leq KM \leq 100$	Sangat Baik
$61 \leq KM \leq 80$	Baik
$41 \leq KM \leq 60$	Cukup
$20 \leq KM \leq 40$	Kurang Baik

Model pembelajaran dikatakan praktis apabila mendapatkan persentase keterlaksanaan dalam kategori cukup, baik, atau sangat baik. Apabila keterlaksanaan model pembelajaran masih masuk di bawah kategori cukup, maka model dianggap belum praktis dan harus mengalami perbaikan atau revisi dan dilakukan tahapan uji coba kembali.

2. Angket Respon Guru

Data respon calon guru diperoleh setelah model pembelajaran diterapkan. Instrumen respon berbentuk angket dengan menggunakan skala pemeringkatan Likert. Setiap responden memberikan respon dari setiap pernyataan dengan pilihan lima skala sikap, yaitu sangat tidak setuju, tidak setuju, netral, setuju, hingga sangat setuju. Selanjutnya dianalisis dengan langkah sebagai berikut.

Menghitung jumlah skor respon dari masing-masing indikator menggunakan persamaan berikut.

$$R = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Diperoleh}}{\text{Jumlah Skor Maksimal}} \times X$$

Selanjutnya, menghitung rerata dan menganalisis berdasarkan kriteria sebagai berikut.

Tabel 3.5 Kriteria Respon Guru

Rentang Skor	Kriteria
$81 \leq R \leq 100$	Sangat Baik
$61 \leq R \leq 80$	Baik
$41 \leq R \leq 60$	Cukup Baik
$20 \leq R \leq 40$	Kurang Baik

Model pembelajaran dikatakan praktis apabila mendapatkan respon dari pengguna (guru) dalam kategori cukup, baik, atau sangat baik. Apabila respon yang diperoleh masih masuk di bawah kategori cukup, maka model dianggap belum praktis dan harus mengalami perbaikan atau revisi dan dilakukan tahapan uji coba kembali.

3. Instrumen Tes

Tes kemampuan Maematis menurut standar NCTM di bawah ini berupa tes uraian. Kriteria penilaian soal didasarkan pada karakteristik dari kemampuan matematis menurut NCTM yaitu pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, koneksi, representasi. Tabel 3.6 memuat pedoman penskoran kemampuan matematis.

Tabel 3.6 Penskoran Kemampuan Matematis

Kemampuan Pemecahan Masalah	
Skor	Tingkat Solusi
0	Peserta didik tidak mampu memulai menyelesaikan masalah yang diberikan atau mampu memulai namun hasil pekerjaannya tidak bermakna
1	Pendekatan yang digunakan peserta didik telah bermakna yang menunjukkan bahwa peserta didik tersebut telah mampu memahami masalah yang diberikan, namun masih gagal dalam tahap permulaan.
2	Peserta didik mampu menunjukkan pekerjaan secara detail, namun masih terjadi kesalahan besar atau salah dalam interpretasi sehingga tidak diperoleh solusi yang benar.
3	Peserta didik mampu menunjukkan pekerjaan secara runtut, namun masih terjadi kesalahan kecil yang menyebabkan solusi akhir yang diberikan menjadi tidak tepat.
4	Peserta didik mampu menyelesaikan masalah dengan prosedur yang lengkap dan solusi akhir yang benar.
Kemampuan Penalaran	
Skor	Tingkat Solusi
0	Peserta didik tidak mampu memberikan alasan atau pembuktian matematika.
1	Peserta didik memberikan alasan atau pembuktian yang tidak relevan atau salah.

2	Peserta didik memberikan alasan atau pembuktian dengan banyak kesalahan.
3	Peserta didik memberikan alasan atau pembuktian yang baik namun masih ada kesalahan kecil.
4	Peserta didik memberikan alasan dan pembuktian matematika dengan sangat baik dan benar.
Kemampuan Komunikasi	
Skor	Tingkat Solusi
0	Peserta didik tidak mampu mengorganisir atau mengkomunikasikan pemikiran matematika dengan jelas.
1	Peserta didik menunjukkan upaya mengorganisir dan mengkomunikasikan pemikiran namun tidak efektif.
2	Peserta didik mengorganisir dan mengkomunikasikan pemikiran dengan banyak kesalahan atau ketidakjelasan.
3	Peserta didik mengorganisir dan mengkomunikasikan pemikiran dengan baik namun masih ada kesalahan kecil.
4	Peserta didik mengorganisir dan mengkomunikasikan pemikiran matematika dengan sangat baik dan jelas.
Kemampuan Koneksi	
Skor	Tingkat Solusi
0	Peserta didik tidak mampu menghubungkan ide-ide matematika.
1	Peserta didik menunjukkan upaya menghubungkan ide-ide namun tidak efektif atau salah.
2	Peserta didik menghubungkan ide-ide matematika dengan banyak kesalahan atau ketidakjelasan.
3	Peserta didik menghubungkan ide-ide matematika dengan baik namun masih ada kesalahan kecil.
4	Peserta didik menghubungkan ide-ide matematika dengan sangat baik dan benar.
Kemampuan Representasi	
Skor	Tingkat Solusi
0	Peserta didik tidak mampu menggunakan representasi matematika dengan tepat.
1	Peserta didik menunjukkan upaya menggunakan representasi namun tidak efektif atau salah.
2	Peserta didik menggunakan representasi dengan banyak kesalahan atau ketidakjelasan.
3	Peserta didik menggunakan representasi dengan baik namun masih ada kesalahan kecil.
4	Peserta didik menggunakan representasi matematika dengan sangat baik dan benar.

Pedoman penskoran yang digunakan mempunyai skor maksimal 4 untuk setiap indikator yang digunakan dalam soal. Skor yang didapatkan berdasarkan jawaban 50 peserta didik akan diformulasikan ke dalam bentuk nilai 1-100 dengan ketentuan sebagai berikut:

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Perolehan Skor Siswa}}{\text{Skor Maksimum}} \times 100\%$$

Sebelum digunakan, instrumen tes diuji coba dahulu dan dianalisis untuk memastikan validitas dan reliabilitasnya. Selanjutnya, dilanjutkan dengan menguji tingkat kesukaran dan daya pembeda. Langkah ini diambil untuk memastikan bahwa perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi standar kelayakan dan siap digunakan dalam proses pembelajaran.

1. Uji Validitas

Dalam penelitian ini, uji validitas yang digunakan adalah uji validitas isi dan validitas konstruk. Validitas isi dilakukan dengan meminta para ahli (*expert judgment*) untuk menilai instrumen tes yang digunakan, terutama dari segi materi dan bahasa yang digunakan. Setelah itu, dilanjutkan dengan uji validitas konstruk. Untuk mengetahui validitas konstruk setelah instrumen diuji coba, digunakan rumus korelasi produk momen Pearson sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{N \sum_{i=1}^N X_i Y_i - (\sum_{i=1}^N X_i)(\sum_{i=1}^N Y_i)}{\sqrt{\{N \sum_{i=1}^N X_i^2 - (\sum_{i=1}^N X_i)^2\} \{N \sum_{i=1}^N Y_i^2 - (\sum_{i=1}^N Y_i)^2\}}}$$

Keterangan:

r_{xy} : koefisien korelasi antara variabel X dan variabel Y

N : jumlah subyek

X : skor butir

Y : skor total

(Fraenkel *et al.*, 1993)

Kriteria keputusan atau pengujian dengan berkonsultasi pada tabel harga kritik r product moment, yaitu:

Jika $r_{hitung} > r_{tabel}$, maka butir soal valid

Jika $r_{hitung} \leq r_{tabel}$, maka butir soal tidak valid

2. Uji Reliabilitas

Suatu instrumen penelitian dikatakan mempunyai nilai reliabilitas yang tinggi, apabila tes yang dibuat mempunyai hasil yang konsisten dalam mengukur yang hendak diukur. Hal ini berarti semakin reliabel suatu tes memiliki persyaratan, maka semakin yakin peneliti dapat menyatakan bahwa dalam hasil suatu tes mempunyai hasil yang sama ketika dilakukan

tes kembali (Sukardi, 2011). Untuk menghitung nilai reliabilitas instrumen tes ini digunakan rumus yang sesuai dengan bentuk tes. Dalam penelitian ini tes kemampuan matematis yang digunakan berbentuk uraian (*essay*) sehingga rumus yang sesuai untuk bentuk soal uraian yaitu sebagai berikut:

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{\delta_t^2} \right)$$

Keterangan:

- r_{11} = koefisien reliabilitas yang dicari
 n = banyaknya item
 $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$ = jumlah varians skor tiap-tiap item
 δ_t^2 = varians total

Dengan:

$$\delta_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ji}^2 - \frac{(\sum_{j=1}^n X_{ji})^2}{N}}{N}, \quad i = 1, 2, \dots, 5 \text{ dan } j = 1, 2, \dots, N$$

$$\delta_t^2 = \frac{\sum_{j=1}^n X_j^2 - \frac{(\sum_{j=1}^n X_j)^2}{N}}{N}$$

N = banyaknya subyek/responden (Fraenkel *et al.*, 1993)

Setelah nilai r_{11} diperoleh, kemudian diinterpretasikan derajat reliabilitas menurut Fraenkel *et al.* (1993) yang tersaji pada Tabel 3.7.

Tabel 3.7 Kriteria Reliabilitas

Nilai r_{11}	Kriteria
$0,80 \leq r \leq 1,00$	Sangat tinggi
$0,60 \leq r \leq 0,81$	Tinggi
$0,40 \leq r \leq 0,61$	Cukup
$0,20 \leq r \leq 0,41$	Rendah
$0,00 \leq r \leq 0,21$	Sangat rendah

(Fraenkel *et al.*, 1993)

Dalam penelitian ini, suatu perangkat pembelajaran dikatakan reliabel jika berada pada kategori tinggi. Selanjutnya instrumen tes kemampuan representasi, koneksi, komunikasi, penalaran dan pemecahan masalah matematika peserta didik yang sudah valid dan reliabel ini diuji tingkat kesukaran dan daya bedanya.

3. Uji Daya Pembeda

Analisis daya pembeda mengkaji butir-butir soal dengan tujuan untuk mengetahui atau membedakan antara peserta didik yang mempunyai kemampuan tinggi dengan peserta didik yang mempunyai kemampuan rendah. Pada penelitian ini, cara yang digunakan untuk mengukur daya pembeda tiap butir soal pada tes kemampuan matematis prestasi belajar adalah dengan menggunakan koefisien korelasi biserial titik. Adapun rumus yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$D = r_{pbis} = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{(n\sum X^2 - (\sum X)^2)(n\sum Y^2 - (\sum Y)^2)}}$$

Keterangan:

D	= daya pembeda	Y	= skor total
X	= skor butir soal	n	= banyaknya peserta didik

(Fraenkel *et al.*, 1993)

Menurut Budiyono (2011), daya pembeda di atas 0,30 merupakan soal yang termasuk dapat membedakan kelompok yang berkemampuan tinggi dengan kelompok yang berkemampuan rendah. Mengacu pada pendapat tersebut, pada penelitian ini, butir soal yang digunakan untuk tes prestasi belajar jika indeks daya pembedanya lebih besar dari 0,30.

4. Uji Tingkat Kesukaran

Tes tingkat kesukaran digunakan untuk menganalisis soal-soal dalam suatu ujian untuk menemukan soal-soal yang mudah, sedang, atau menantang. Tingkat kesulitan soal ditentukan oleh seberapa baik peserta didik menjawab 5 soal tes. Soal dengan koefisien kesukaran sedang idealnya memiliki persentase yang lebih kecil pada masing-masing kategori mudah dan sulit, supaya distribusinya seimbang. Koefisien tingkat kesukaran (TK) dihitung menggunakan rumus berikut:

$$TK = \frac{\bar{S}}{S_{maks}}$$

Keterangan:

\bar{S} = rerata skor butir

S_{maks} = skor maksimum

Adapun klasifikasi indeks kesukaran soal menurut Fraenkel *et al.* (1993) adalah sebagai berikut.

Tabel 3.8 Indeks Tingkat Kesukaran (TK)

Indeks Tingkat Kesukaran (TK)	Koefisien
$0,00 \leq TK \leq 0,30$	Sukar
$0,31 \leq TK \leq 0,70$	Sedang
$0,71 \leq TK \leq 1,00$	Mudah

Berdasarkan pendapat tersebut, dalam penelitian ini, butir soal yang digunakan untuk tes kemampuan matematis menurut NCTM tersebar sebagai berikut: 25% soal sukar, 50% soal sedang, dan 25% soal mudah.

F. Teknik Analisis Data

Aktivitas analisis data dalam penelitian dan pengembangan ini dijelaskan dalam tiga tahap, yaitu tahap studi pendahuluan, tahap pengembangan, dan tahap penilaian.

1. Analisis Data Pendahuluan

Data diperoleh melalui dua kegiatan utama, yaitu studi literatur dan studi lapangan. Studi literatur dilakukan dengan mengumpulkan dan menelaah artikel jurnal ilmiah yang relevan dengan pembelajaran matematika berbasis representasi matematis, kemampuan matematis, serta implementasi standar proses NCTM. Data literatur yang diperoleh berupa kumpulan artikel dari basis data ilmiah yang selanjutnya dipelajari dan dianalisis untuk mengidentifikasi fokus kajian, serta potensi kebaruan penelitian. Hasil studi literatur dianalisis dan dideskripsikan secara kuantitatif untuk memberikan gambaran umum mengenai perkembangan penelitian dan posisi penelitian ini di antara kajian sebelumnya.

Selain studi literatur, studi lapangan dilakukan untuk memperoleh data empiris terkait kebutuhan pembelajaran matematika dari perspektif calon pengguna model pembelajaran. Data lapangan diperoleh melalui survei yang

menggambarkan profil responden serta kebutuhan terhadap pembelajaran matematika alternatif yang menekankan penggunaan representasi matematis dan pengembangan kemampuan matematis siswa sesuai standar NCTM. Data yang diperoleh dari studi lapangan dianalisis dalam bentuk persentase dan diinterpretasikan secara kuantitatif untuk mengidentifikasi kecenderungan kebutuhan pembelajaran di lapangan.

2. Analisis Data Kevalidan Model Pembelajaran

Analisis validasi pada model pembelajaran berbasis representasi matematis meliputi validasi isi dan validasi konstruk. Mengadopsi pendapat (Fraenkel *et al.*, 1993). Interpretasi terhadap hasil tersebut disajikan dalam Tabel 3.9.

Tabel 3.9 Pedoman Konversi Kevalidan

No	Rentang Skor (%)	Kualifikasi
1	$91 \leq \text{Skor} \leq 100$	Sangat Valid
2	$76 \leq \text{Skor} \leq 90$	Valid
3	$66 \leq \text{Skor} \leq 75$	Cukup Valid
4	$55 \leq \text{Skor} \leq 65$	Tidak Valid

Kriteria suatu model dan perangkat pembelajaran memenuhi kriteria layak apabila diperoleh persentase minimal 75% dengan kategori valid. Apabila tidak demikian, maka model yang dikembangkan masih perlu direvisi lagi. Proses revisi ini dilakukan dengan mempertimbangkan berbagai saran dari validator. Hasil revisi kemudian divalidasi ahli lagi sampai model yang dikembangkan benar-benar telah memenuhi kriteria kevalidan.

3. Analisis Data Kepraktisan Model Pembelajaran

Plomp (2013) berpendapat bahwa kepraktisan suatu model pembelajaran dapat dinilai melalui aspek *actual practicality* (kepraktisan aktual). *Actual practicality* dinilai dari bagaimana model tersebut dapat diterapkan dalam konteks pembelajaran sebenarnya oleh pengguna langsung, seperti observer, guru dan siswa (Plomp, 2013). Oleh karena itu, penelitian ini menggunakan lembar observasi dan angket kepraktisan untuk mengukur keterlaksanaan sintaks pembelajaran, sistem sosial, prinsip reaksi, serta sistem pendukung dalam implementasi model pembelajaran berbasis representasi matematis.

Dalam penelitian ini, kepraktisan produk diukur dengan menggunakan kriteria yang telah ditetapkan, sebagaimana dijelaskan oleh Wawan (2023). Untuk lebih jelasnya, kriteria kepraktisan model pembelajaran yang digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 3.10.

Tabel 3.10 Kriteria Kepraktisan Model Pembelajaran

No	Interval Skor	Kategori
1	$Skor \geq \mu_{ideal} + 1,5\sigma_{ideal}$	Sangat Praktis
2	$\mu_{ideal} + 0,5\sigma_{ideal} \leq Skor < \mu_{ideal} + 1,5\sigma_{ideal}$	Praktis
3	$\mu_{ideal} - 0,5\sigma_{ideal} \leq Skor < \mu_{ideal} + 0,5\sigma_{ideal}$	Cukup Praktis
4	$\mu_{ideal} - 1,5\sigma_{ideal} \leq Skor < \mu_{ideal} - 0,5\sigma_{ideal}$	Kurang Praktis
5	$Skor < \mu_{ideal} - 1,5\sigma_{ideal}$	Tidak Praktis

Keterangan:

μ_{ideal} = Rerata ideal = $\frac{1}{2}$ (skor tertinggi ideal + skor terendah ideal)

σ_{ideal} = Simpangan baku ideal = $\frac{1}{6}$ (skor tertinggi ideal – skor terendah ideal)

Skor tertinggi ideal = Jumlah butir instrumen \times skor maksimal

Skor terendah ideal = Jumlah butir instrumen \times skor minimal

Setelah dilakukan perhitungan indeks kepraktisan selanjutnya mengklasifikasikan data dalam bentuk rata-rata hasil uji praktikalitas. Tabel 3.11 digunakan sebagai acuan dalam mengukur kepraktisan dalam konteks penelitian ini.

Tabel 3.11 Kriteria Kepraktisan Model Pembelajaran

No	Interval	Kategori
1	$Skor \geq 91,995$	Sangat Praktis
2	$76,665 \leq Skor < 91,995$	Praktis
3	$61,335 \leq Skor < 76,665$	Cukup Praktis
4	$46,005 \leq Skor < 61,335$	Kurang Praktis
5	$Skor < 46,005$	Tidak Praktis

4. Analisis Data Keefektifan Model Pembelajaran

Menurut Plomp (2013), evaluasi efektivitas dalam penelitian desain pendidikan harus dilakukan setelah model pembelajaran terbukti praktis dan sesuai dengan tujuan pembelajaran. Dalam penelitian ini, evaluasi ini dilakukan melalui pendekatan eksperimen atau kuasi-eksperimen untuk

mengukur dampak intervensi terhadap hasil belajar, di mana pretest-posttest design digunakan untuk melihat peningkatan kompetensi siswa sebelum dan sesudah penerapan intervensi (Plomp, 2013). Untuk menguji data hasil tes, digunakan analisis data kuantitatif dengan statistik uji parametrik. Alat uji yang dipilih adalah analisis MANOVA satu arah dan *normalized-gain score*. Sebelum melakukan uji MANOVA, data yang terkumpul harus memenuhi beberapa syarat penting. Data harus mengikuti distribusi normal secara multivariat, varians dan kovarians antar kelompok harus sama, dan data harus berasal dari observasi yang independen. Selain itu, tidak boleh ada hubungan yang terlalu kuat antar variabel dependen, dan ukuran sampel di tiap kelompok harus cukup besar dan seimbang. Jika semua syarat ini terpenuhi, analisis MANOVA dapat memberikan hasil yang lebih akurat dan terpercaya.

MANOVA dipilih karena dapat menguji perbedaan rata-rata dari beberapa kemampuan matematis (seperti representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah) secara bersamaan, dibandingkan dengan model pembelajaran konvensional. Selain itu, MANOVA juga memungkinkan kita untuk melihat perbedaan hasil di mana variabel terikat yang paling terdampak oleh model pembelajaran berbasis representasi matematis, sehingga kita dapat mengidentifikasi kemampuan mana yang paling ditingkatkan oleh model ini. Kemudian, untuk melihat tingkat efektivitas model pembelajaran digunakan formula *normalized-gain score*. Berikut penjelasan lebih lanjut untuk kedua statistik uji yang digunakan dalam penelitian ini:

a) Manova satu arah (*One Way Manova*)

Untuk uji efektifitas model pembelajaran, digunakan statistik uji manova satu arah. Secara khusus, analisis multivariat pada penelitian ini menggunakan formula *Hotelling's Trace*. Berikut penjelasan lebih lanjut untuk penggunaan statistik uji *Hotelling trace* dalam penelitian ini:

Berikut beberapa uji prasyarat analisis sebelum menggunakan uji *Hotelling trace* untuk menganalisis data penelitian (Fraenkel *et al.*, 1993).

- (1) Independensi data amatan dilakukan secara logis dengan cara melakukan pengawasan yang ketat Ketika dilakukan pengukuran, terutama Ketika dilakukan tes kemampuan matematis.

- (2) Ukuran sampel pada tahap ini berjumlah 124 peserta didik. Hal ini dapat dikatakan bahwa ukuran sampel memadai.
- (3) Tidak terdapat *outlier* univariat atau multivariat. Cara yang digunakan untuk mendeteksi keberadaan *outlier* dalam penelitian ini adalah diagram boxplots. Data *outlier* merupakan data yang berada di atas nilai maksimum dan di bawah nilai minimum.
- (4) Normalitas. Uji normalitas pada penelitian ini dilakukan menggunakan uji Shapiro-Wilk. Jika diperoleh nilai signifikansi amatan lebih dari 0,05, maka dapat disimpulkan berasal dari populasi yang berdistribusi normal.
- (5) Homogenitas. Uji homogenitas dalam penelitian ini menggunakan uji Levene Statistic. Jika nilai signifikansi amatan lebih dari 0,05 maka dapat disimpulkan bahwa variansi dari variabel terikat untuk semua populasi adalah sama.

b) *Normalized-Gain Score*

Untuk melihat tingkat efektivitas model pembelajaran berbasis representasi, digunakan rumus *normalized-gain score*. Berikut rumus yang dimaksud (Hake, 1999):

$$N - gain = \frac{skor\ posttest - skor\ pretest}{skor\ maksimal - skor\ pretest}$$

Nilai *n-gain* yang diperoleh selanjutnya diinterpretasikan berdasarkan 2 kriteria berikut (Hake, 1999):

Tabel 3.12 Interpretasi Peningkatan Nilai *Normalized-Gain*

No	Indeks Gain (g)	Interpretasi
1	$g > 0,70$	Tinggi
2	$0,30 \leq g \leq 0,70$	Sedang
3	$g < 0,30$	Rendah

Tabel 3.13 Interpretasi Efektivitas Nilai *Normalized-Gain*

No	Rata-rata Persentase nilai N-Gain (x)	Interpretasi
1	$x < 40\%$	Tidak Efektif
2	$40\% \leq x \leq 55\%$	Kurang Efektif
3	$55\% < x \leq 75\%$	Cukup Efektif
4	$X > 75\%$	Efektif

Interpretasi sebagaimana dimaksud dalam tabel dikenakan untuk setiap pengukuran variabel terikat pada masing-masing kelompok penelitian. Hal ini dilakukan untuk melihat peningkatan dan efektivitas setiap variabel secara lebih spesifik.

BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan dan Implikasi

1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis terhadap tahapan pengembangan dan pengujian model, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil pengembangan dan pengujian, karakteristik model pembelajaran berbasis representasi matematis yang mampu meningkatkan kemampuan matematis menurut NCTM adalah model yang menempatkan representasi visual, simbolik, dan verbal sebagai inti sintaks pembelajaran untuk mengintegrasikan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah. Model DECADE dirancang dengan menggabungkan teori kognitivisme, konstruktivisme, pemrosesan informasi, *dual coding*, dan beban kognitif sehingga pembelajaran menjadi aktif, kolaboratif, dan efisien secara kognitif. Secara empiris, model ini terbukti valid, praktis, dan lebih efektif dibandingkan pembelajaran konvensional dalam meningkatkan kemampuan matematis siswa.
2. Berdasarkan hasil uji validitas isi dan konstruk, model pembelajaran berbasis representasi matematis yang dikembangkan dalam penelitian ini dinyatakan valid. Model pembelajaran DECADE (*Direction, Exploration, Construction, Articulation, Deep Reflection, dan Extension*) disusun secara sistematis dengan mengacu pada landasan teoretis yang kuat dan relevan, meliputi teori kognitivisme, konstruktivisme, pemrosesan informasi, *dual coding*, dan beban kognitif, serta selaras dengan standar proses *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Sintaks pembelajaran, sistem sosial, prinsip reaksi, sistem pendukung, serta dampak instruksional telah dirancang untuk memfasilitasi pengembangan kemampuan representasi matematis, komunikasi matematis, koneksi matematis, penalaran matematis, dan pemecahan masalah matematis siswa secara terintegrasi dan berkelanjutan.

3. Kepraktisan model pembelajaran DECADE ditunjukkan melalui hasil uji coba terbatas dan uji coba luas memperlihatkan kemudahan penerapan di kelas dalam pembelajaran matematika di SMP. Guru, siswa, dan observer memberikan respons positif terhadap alur pembelajaran, kejelasan sintaks, serta keterpahaman materi yang disajikan melalui berbagai bentuk representasi matematis. Model pembelajaran ini mampu menciptakan pembelajaran yang lebih aktif, interaktif, dan bermakna, serta mendukung keterlibatan siswa secara optimal dalam setiap tahapan pembelajaran.
4. Keefektifan model pembelajaran DECADE diperoleh berdasarkan hasil analisis kuantitatif melalui uji *pretest–posttest*, MANOVA, dan *normalized gain* yang menunjukkan bahwa kemampuan matematis siswa pada kelas eksperimen meningkat dibandingkan dengan kelas kontrol. Penerapan model pembelajaran DECADE terbukti lebih efektif dalam meningkatkan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah matematis siswa. Dengan demikian, model pembelajaran DECADE memberikan kontribusi nyata sebagai alternatif model pembelajaran matematika yang efektif dan selaras dengan tuntutan pembelajaran berbasis pemahaman konseptual dan standar NCTM.

2. Implikasi

Berdasarkan hasil pengembangan, validasi, serta pengujian kepraktisan dan keefektifan model pembelajaran DECADE, penelitian ini tidak hanya menghasilkan kesimpulan empiris, tetapi juga memberikan sejumlah implikasi teoretis dan praktis terhadap pengembangan pembelajaran matematika.

1. Pengembangan model pembelajaran DECADE memberikan implikasi teoretis terhadap integrasi konstruktivisme, kognitivisme, teori pemrosesan informasi, *dual coding*, dan teori beban kognitif dalam satu sintaks pembelajaran berbasis representasi. Model ini menunjukkan bahwa konstruksi pengetahuan dapat difasilitasi melalui transformasi representasi yang terstruktur dari pengalaman konkret menuju simbolisasi abstrak. Sintaks yang bertahap membantu pengorganisasian skema kognitif dan pemindahan informasi secara efisien dari memori kerja ke memori jangka panjang. Integrasi representasi visual dan verbal memperkuat pemahaman

konseptual melalui mekanisme *dual coding*, sementara pengelolaan *extraneous load*, *intrinsic load*, dan *germane load* menunjukkan bahwa desain pembelajaran mempertimbangkan keseimbangan beban kognitif siswa. Dengan demikian, DECADE mensintesiskan berbagai teori pembelajaran dalam satu kerangka operasional yang koheren.

2. Secara praktis, model pembelajaran DECADE berimplikasi pada penguatan desain pembelajaran matematika yang menekankan progresi sistematis dari fenomena kontekstual menuju abstraksi simbolik. Sintaks yang jelas mendorong keterlibatan aktif siswa dalam visualisasi, diskusi, simbolisasi, dan refleksi, sehingga mengembangkan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah secara terintegrasi. Model ini membantu mengurangi beban belajar yang berlebihan, meningkatkan pemahaman konseptual, dan relevan dengan pembelajaran berpusat pada siswa. Implementasi optimal memerlukan dukungan pelatihan guru dan pengembangan perangkat pembelajaran yang selaras agar berdampak berkelanjutan terhadap peningkatan kualitas pembelajaran matematika.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan validasi model pembelajaran DECADE, terdapat beberapa rekomendasi yang dapat diberikan kepada para guru, siswa, sekolah, dan lembaga pendidikan. Saran-saran ini bertujuan untuk memastikan penerapan yang efektif dan berkelanjutan dari model pembelajaran DECADE.

1. Bagi Guru

- Adopsi Model pembelajaran DECADE: Guru disarankan untuk mengadopsi model pembelajaran DECADE dalam pengajaran matematika untuk meningkatkan kemampuan representasi, komunikasi, koneksi, penalaran, dan pemecahan masalah siswa. Model ini terbukti efektif dalam meningkatkan pemahaman konseptual dan aplikasi praktis siswa.
- Pelatihan dan Pengembangan Profesional: Guru harus berpartisipasi dalam pelatihan dan lokakarya untuk memahami dan menerapkan

prinsip-prinsip teori konstruktivisme, kognitif, sosial, dan pemrosesan informasi yang diintegrasikan dalam model pembelajaran DECADE.

2. Bagi Siswa

- **Partisipasi Aktif:** Siswa disarankan untuk berpartisipasi aktif dalam semua tahapan pembelajaran DECADE, mulai dari *Direction* hingga *Extension*, untuk memaksimalkan pemahaman dan keterampilan matematis mereka.
- **Kolaborasi dan Diskusi:** Siswa harus terlibat dalam diskusi dan kolaborasi dengan teman sebaya untuk memperdalam pemahaman mereka dan mengembangkan kemampuan komunikasi matematis.
- **Refleksi Diri:** Siswa perlu melakukan refleksi terhadap proses pembelajaran mereka untuk mengidentifikasi kekuatan dan kelemahan, serta merencanakan strategi perbaikan.

3. Bagi Sekolah

- **Integrasi dalam Kurikulum:** Sekolah disarankan untuk mengintegrasikan model pembelajaran DECADE dalam kurikulum matematika sebagai pendekatan standar untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika.
- **Fasilitasi Pelatihan Guru:** Sekolah harus menyediakan dan memfasilitasi pelatihan dan lokakarya bagi guru untuk mengadopsi dan menerapkan model pembelajaran DECADE secara efektif.
- **Monitoring dan Evaluasi:** Sekolah perlu melakukan monitoring dan evaluasi secara berkala terhadap penerapan model pembelajaran DECADE untuk memastikan keefektifan dan kontinuitasnya dalam proses pembelajaran.

4. Bagi Lembaga Pendidikan

- **Penyusunan Kebijakan:** Lembaga pendidikan di Lampung dan lebih luas di Indonesia disarankan untuk menyusun kebijakan yang mendukung penerapan model pembelajaran DECADE dalam pengajaran matematika di sekolah-sekolah.
- **Penelitian Lanjutan:** Lembaga pendidikan perlu mendorong penelitian lanjutan untuk terus menguji dan mengembangkan model pembelajaran

DECADE dalam konteks yang berbeda dan subjek lain, guna memastikan keberlanjutan dan peningkatan kualitas pendidikan matematika di Indonesia.

Dengan implementasi saran-saran tersebut, diharapkan model pembelajaran DECADE dapat berkontribusi secara signifikan dalam peningkatan kualitas pendidikan matematika, baik di Lampung maupun di seluruh Indonesia.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdurrahman, A. (2010). The role of quantum physics multiple representations to enhance concept matter of generic science skills, and critical thinking disposition for preservice physics teacher students [PhD Thesis]. *Universitas Pendidikan Indonesia: Tidak diterbitkan*.
- Agustyaningrum, N., Hanggara, Y., Husna, A., Abadi, A. M., & Mahmudii, A. (2019). An analysis of students' mathematical reasoning ability on abstract algebra course. *International Journal of Scientific and Technology Research*, 8(12), 2800–2805. Scopus.
- Ambler, S. (2000). *The unified process elaboration phase: Best practices in implementing the UP*. <https://doi.org/10.1201/9781482296730>
- Amelia, A., Amri, Y., & Ali, J. (2022). How to Apply of Design Application as A Medium for Learning Arabic. *Journal International of Lingua and Technology*, 1(1). <https://doi.org/10.55849/jiltech.v1i1.58>
- Arends, R. L. (1997). *Classroom Instruction and management*. McGraw-Hill Book Co.
- Ariawan, R., & Nufus, H. (2017). Hubungan kemampuan pemecahan masalah matematis dengan kemampuan komunikasi matematis siswa. *Jurnal Theorems*, 1(2), 82–91.
- Astuti, E. P. (2017). Representasi matematis mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah matematika. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 10(1), 70–82. <https://doi.org/10.20414/betajtm.v10i1.100>
- Asy'ari, M., Hidayat, S., & Muhali, M. (2019). Prototipe buku ajar fisika dasar reflektif-integratif berbasis problem solving untuk meningkatkan pengetahuan metakognisi. *Jurnal Inovasi Pendidikan IPA*, 5(2). <https://doi.org/10.21831/jipi.v5i2.27089>
- Atkinson, R. C., & Shiffrin, R. M. (1968). Human memory: A proposed system and its control processes. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 2, pp. 89–195). Elsevier. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0079742108604223>
- Aziz, Z. A. (2019). *Pengembangan Media Pembelajaran Modul Pengelolaan Bisnis Konstruksi dan Properti Kelas XI Kompetensi Keahlian Bisnis Konstruksi dan Properti di SMK Negeri 3 Yogyakarta* [Skripsi, Universitas Negeri Yogyakarta]. <https://eprints.uny.ac.id/65818/>
- Babakr, Z. H., Mohamedamin, P., & Kakamad, K. K. (2019). Piaget's Cognitive Developmental Theory: Critical Review. *Education Quarterly Reviews*, 2(3). <https://doi.org/10.31014/aior.1993.02.03.84>

- Baedhowi, B. (2016). Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (Ktsp): Kebijakan Dan Harapan. *Jurnal Pendidikan Dan Kebudayaan*, 13(65). <https://doi.org/10.24832/jpnk.v13i65.323>
- Boaler, J., & Staples, M. (2018). Creating mathematical futures through equitable teaching: The case of Railside School. *Teachers College Record*, 120(6), 1–44.
- Budiyono, B. (2011). *Penilaian Hasil Belajar*. UNS Press.
- Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness. *Colorado Springs, Co: BSCS*, 5, 88–98.
- Cabañes, E. G., García, T., Pérez, C. R., Izquierdo, M. C., & Núñez, J. C. (2020). Learning and Emotional Outcomes after the Application of Invention Activities in a Sample of University Students. *Sustainability*, 12(18). <https://doi.org/10.3390/su12187306>
- Cahdriyana, R. A., Sujadi, I., & Riyadi, R. (2014). Representasi matematis siswa kelas VII di SMP N 9 Yogyakarta dalam membangun konsep sistem persamaan linear dua variabel. *Jurnal Pembelajaran Matematika*, 2(6), 632–642.
- Cohen, R. J., Swerdlik, M., & Sturman, E. (2012). *EBOOK: Psychological Testing and Assessment*. McGraw Hill. <https://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=BoZvEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR10&dq=cohen+%26+swerdlik&ots=uz22J4-r3L&sig=UcPAsvw6s98B6gdm8vwazMEdc2E>
- Cai, J., & Leikin, R. (2020). Mathematical problem posing as a measure of mathematical creativity. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1), 1–21. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09922-7>
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., & Knuth, E. (2017). Learning from classroom instruction: The role of reasoning and problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(5), 550–588. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.48.5.0550>
- Cook, J. P. (2018). An investigation of an undergraduate student's reasoning with zero-divisors and the zero-product property. *Journal of Mathematical Behavior*, 49, 95–115. Scopus.
- Dahar, R. W., & Hayati, Y. S. (2011). *Teori-teori belajar dan pembelajaran / Ratna Wilis Dahar* (Jakarta). Erlangga.
- Dalimunthe, S. A. S., Mulyono, M., & Syahputra, E. (2022). Pengembangan Model Pembelajaran Interaktif Berbasis Think Pair Share untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 735–747. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v6i1.1229>
- Damayanti, N., & Kartini, K. (2022). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMA pada Materi Barisan dan Deret Geometri. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(1). <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v11i1.1162>
- Darling-Hammond, L., Flook, L., Cook-Harvey, C., Barron, B., & Osher, D. (2020). Implications for educational practice of the science of learning and development. *Applied Developmental Science*, 24(2), 97–140. <https://doi.org/10.1080/10888691.2018.1537791>

- Egger, P., & Kauchak, D. (1997). *Educational Psychology: Windows on classroom*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Ermiana, I., Affandi, L. H., Rosyidah, A. N. K., Erfan, M., & Hidayati, V. R. (2021). The Relationship between the Use of Macromedia Flash Based Learning Media and the Retention of Class IV Elementary School Students. *Proceedings of the 2nd Annual Conference on Education and Social Science* (ACCESS 2020). <https://doi.org/10.2991/assehr.k.210525.121>
- Ernest, P. (2003). *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics education*. Routledge.
- Fajriah, N., Utami, C., & Mariyam, M. (2020). Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa pada Materi Statistika. *Journal of Educational Review and Research*, 3(1), 14–24. <https://doi.org/10.26737/jerr.v3i1.2024>
- Faradiba, R., Susiswo, S., & As'ari, A. R. (2019). Representasi Visual Dalam Menyelesaikan Masalah Pecahan. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 4(7), 885–891. <https://doi.org/10.17977/jptpp.v4i7.12629>
- Farahhadi, S. D., & Wardono, W. (2019). Representasi matematis dalam pemecahan masalah. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 2, 606–610. <https://journal.unnes.ac.id/sju/prisma/article/download/29071/12801>
- Fiorella, L., & Mayer, R. E. (2018). What works and doesn't work with instructional video. In *Computers in Human Behavior* (Vol. 89, pp. 465–470). Elsevier.
- Fitri, R. (2017). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis Pendekatan Konstruktivisme Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep Pada Materi Persamaan Lingkaran. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 1(2), Article 2. <https://doi.org/10.33603/jnpm.v1i2.562>
- Fitria, M. A., & Utami, R. Y. (2020). Pengaruh Umpan Balik Menggunakan Video terhadap Refleksi Diri Mahasiswa pada Latihan OSCE di Fakultas Kedokteran Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara. *Jurnal Pandu Husada*, 1(2). <https://doi.org/10.30596/jph.v1i2.4549>
- Fraenkel, J., Wallen, N., & Hyun, H. (1993). *How to Design and Evaluate Research in Education*. McGraw-Hill Education. <https://www.mheducation.com/highered/product/how-design-evaluate-research-education-fraenkel-wallen/M9781260837742.html>
- Gagatsis *, A., & Shiakalli, M. (2004). Ability to Translate from One Representation of the Concept of Function to Another and Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology*, 24(5), 645–657. <https://doi.org/10.1080/0144341042000262953>
- Goldstone, R. L., & Son, J. Y. (2005). The transfer of scientific principles using concrete and idealized simulations. *The Journal of the Learning Sciences*, 14(1), 69–110. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1401_4
- Graciella, M., & Suwangsih, E. (2016). Penerapan pendekatan matematika realistik untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. *Metodik Didaktik: Jurnal Pendidikan Ke-SD-an*, 10(2), Article 2. <https://doi.org/10.17509/md.v10i2.3180>

- Hadiat, H. L., & Karyati, K. (2019a). Hubungan kemampuan koneksi matematika, rasa ingin tahu dan self-efficacy dengan kemampuan penalaran matematika. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 6(2). <https://doi.org/10.21831/jrpm.v6i2.26552>
- Hadiat, H. L., & Karyati, K. (2019b). Hubungan kemampuan koneksi matematika, rasa ingin tahu dan self-efficacy dengan kemampuan penalaran matematika. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 6(2), Article 2.
- Hahn, L., & Klein, P. (2023a). The impact of multiple representations on students' understanding of vector field concepts: Implementation of simulations and sketching activities into lecture-based recitations in undergraduate physics. *Frontiers in Psychology*, 13. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.1012787>
- Hahn, L., & Klein, P. (2023b). The impact of multiple representations on students' understanding of vector field concepts: Implementation of simulations and sketching activities into lecture-based recitations in undergraduate physics. *Frontiers in Psychology*, 13, 1012787.
- Hake, R. (1999). Analyzing change/gain scores. AREA-D American education research association's deviation. *D. Measurement and Research Methodology*, 1(4), 48-56.
- Hardoyono, F. (2007). Tinjauan Aspek Budaya pada Pembelajaran IPA: Pentingnya Pengembangan Kurikulum IPA. *INSANIA: Jurnal Pemikiran Alternatif Kependidikan*, 12(2), 143–163.
- Hashemi, N., Kashefi, H., & Abu, M. S. (2020). The Emphasis on Generalization Strategies in Teaching Integral: Calculus Lesson Plans. *Sains Humanika*, 12(3). <https://doi.org/10.11113/sh.v12n3.1687>
- Hatisaru, V. (2020). Exploring Evidence of Mathematical Tasks and Representations in the Drawings of Middle School Students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3). <https://doi.org/10.29333/iejme/8482>
- Heliawati, L., Lidiawati, L., & Pursitasari, I. D. (2022). Articulate Storyline 3 multimedia based on gamification to improve critical thinking skills and self-regulated learning. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 11(3). <https://doi.org/10.11591/ijere.v11i3.22168>
- Hendrowati, T. Y. (2015). Pembentukan pengetahuan lingkaran melalui pembelajaran asimilasi dan akomodasi teori konstruktivisme Piaget. *JURNAL E-DuMath*, 1(1), Article 1. <https://doi.org/10.52657/je.v1i1.78>
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2017). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). Information Age Publishing.
- Hirschfeld-Cotton, K. (2008). *Mathematical communication, conceptual understanding, and students' attitudes toward mathematics*.
- Hong, Y. Y., & Thomas, M. (2002). Representational versatility and linear algebraic equations. *International Conference on Computers in Education, 2002. Proceedings.*, 1002–1006. <https://doi.org/10.1109/CIE.2002.1186134>
- House, P. A., & Coxford, A. F. (1995). *Connecting Mathematics across the Curriculum. 1995 Yearbook. National Council of Teachers of Mathematics*, 1906 Association Drive, Reston, VA 22091-1593.

- Hung, W. (2011). Theory to reality: A few issues in implementing problem learning. *Educational Technology Research and Development* <https://doi.org/10.1007/s11423-011-9198-1>
- Hutagaol, K. (2013). Pembelajaran kontekstual untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa sekolah menengah pertama. *Infinity Journal*, 2(1), 85–99.
- Ichsan, A. S. (2020). Pandemi Covid-19 dalam Telaah Kritis Sosiologi Pendidikan. *Magistra: Jurnal Keguruan Dan Ilmu Pendidikan*, 7(2), Article 2. <https://doi.org/10.35724/magistra.v7i2.3037>
- Jarvis, M. (2005). *Theoretical approaches in psychology*. Routledge. <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.4324/9780203976241/theoretical-approaches-psychology-matt-jarvis>
- Jupri, A., Usdiyana, D., & Sispiyati, R. (2020). Peran Representasi Matematis dalam Pembelajaran Perkalian Bentuk Aljabar melalui Pendekatan Matematika Realistik. *Jurnal Elemen*, 6(1). <https://doi.org/10.29408/jel.v6i1.1716>
- Karli, H., & Yuliatiningsih, M. S. (2003). *Model-model pembelajaran*. Bandung: Bina Media Informasi.
- Kashefi, H., Alias, N. A., Kahar, M. F., Buhari, O., & Mirzaei, F. (2015). Visualisation in mathematics problem solving meta-analysis research. *E-Proceeding of the International Conference on Social Science Research*, 803–812.
- Kim, N. (2021). The More, the Better? Effects of Multiple Modalities on EFL Listening and Reading Comprehension. *STEM Journal*, 22(3). <https://doi.org/10.16875/stem.2021.22.3.29>
- Kinasih, I. P., & Hardiani, N. (2020). Role Playing and the Changing of Teacher Understanding to Middle School Mathematics Lesson Planning within ELPSA Framework. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(2). <https://doi.org/10.22342/jpm.14.2.6647.183-198>
- Kolloffel, B., Eysink, T. H. S., De Jong, T., & Wilhelm, P. (2009a). The effects of representational format on learning combinatorics from an interactive computer simulation. *Instructional Science*, 37(6), 503–517. <https://doi.org/10.1007/s11251-008-9056-7>
- Kolloffel, B., Eysink, T. H. S., De Jong, T., & Wilhelm, P. (2009b). The effects of representational format on learning combinatorics from an interactive computer simulation. *Instructional Science*, 37(6), 503–517. <https://doi.org/10.1007/s11251-008-9056-7>
- Konita, T. D. A., & Andromeda, A. (2023). The Effect of Lesson Study for Learning Community Based Guided Inquiry Learning Model on Salt Hydrolysis Material on Student Learning Outcomes of SMAN 10 Padang. *Entalpi Pendidikan Kimia*. <https://doi.org/10.24036/epk.v4i2.325>
- Kurniawan, H. D., & Kuswanto, H. (2021). Improving Students' Mathematical Representation of Physics and Critical Thinking Abilities Using the CAKA Mobile Media Based on Local Wisdom. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (IJIM)*, 15(02). <https://doi.org/10.3991/ijim.v15i02.11355>
- Kustantina, V. A., Nuryadi, N., & Marhaeni, N. H. (2022). Efektivitas Komik Matematika untuk Meningkatkan Kemampuan Literasi Numerasi dan

- Motivasi Belajar Siswa pada Materi Phytagoras. *Supermat (Jurnal Pendidikan Matematika)*, 6(1). <https://doi.org/10.33627/sm.v6i1.722>
- La'ia, H. T., & Harefa, D. (2021). Hubungan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis dengan Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa. *Aksara: Jurnal Ilmu Pendidikan Nonformal*, 7(2), 463–474.
- Lengkana, D. (2018). *Pengembangan program pembelajaran anatomi dan fisiologi tubuh manusia berbasis multi representasi untuk meningkatkan kemampuan representasi dan interelasinya dengan keterampilan generik sains calon guru biologi* [PhD Thesis]. Universitas Pendidikan Indonesia.
- Lerman, S. (1989). Constructivism, mathematics and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 211–223. <https://doi.org/10.1007/BF00579463>
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2–3), 157–189.
- Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33–40). Lawrence Erlbaum. <https://experts.umn.edu/en/publications/representations-and-translations-among-representations-in-mathema>
- Lestari, K. E., & Yudhanegara, M., R. (2015). *Penelitian Pendidikan Matematika*. Bandung: Refika Aditama.
- Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5–24. <https://doi.org/10.1007/BF03217299>
- Magfirah, A., Hidayat, A., & Mahanal, S. (2019). Penggunaan Media Audiovisual pada Model Inkuiri Terbimbing terhadap Keterampilan Proses Sains dan Penguasaan Konsep IPA. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 4(1). <https://doi.org/10.17977/jptpp.v4i1.11890>
- Maisyarah, R., & Surya, E. (2017). Kemampuan koneksi matematis (connecting mathematics ability) siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. *ResearchGate*, 1(1), 1–11.
- Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9(1), 1-21.
- Makaraka, A., & Ilyas, M. (2021). Analisis pedagogical content knowledge (PCK) mahasiswa perempuan calon guru dalam pembelajaran matematika ditinjau dari perbedaan prestasi akademik. *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 4(2), 56–63. <https://doi.org/10.30605/proximal.v4i2.1336>
- Marikyan, G. (2023). Teaching Mathematics with Visuals Gohar Marikyan. *Athens Journal of Sciences*, 10(4). <https://doi.org/10.30958/ajs.10-4-3>
- Masjudin, M. (2016). Pembelajaran kooperatif investigatif untuk meningkatkan pemahaman siswa materi barisan dan deret. *JEMS: Jurnal Edukasi Matematika dan Sains*, 4(2), 76-84.
- Mayer, R. E. (2002). Rote versus meaningful learning. *Theory into Practice*, 41(4), 226–232. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_4

- McPhail, G. (2015). The fault lines of recontextualisation: The limits of constructivism in education. *British Educational Research Journal*, 42(2). <https://doi.org/10.1002/berj.3199>
- Meiliati, R., Salido, A., Aswin, A., Husain, D. S., Chairuddin, C., & Martins, A. (2025). Mathematical representation in problem-solving: A comparative study of reflective and impulsive cognitive styles. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 14(4).
- Mirdad, J. (2020). Model-model pembelajaran (empat rumpun model pembelajaran). *Jurnal Sakinah*, 2(1), 14–23.
- Mudlofir, A. (2021). *Desain Pembelajaran Inovatif: Dari Teori ke Praktik - Rajawali Pers*. PT. RajaGrafindo Persada.
- Muhamad, N. (2017). Pengaruh Metode Discovery Learning untuk Meningkatkan Representasi Matematis dan Percaya Diri Siswa. *Jurnal Pendidikan UNIGA*, 10(1), Article 1. <https://doi.org/10.52434/jp.v10i1.83>
- Mustangin, M. (2015). Representasi Konsep dan Peranannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah. *Jurnal Pendidikan Matematika (JPM)*, 1(1), 15–21.
- Nababan, S. A., & Tanjung, H. S. (2020). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis Pendekatan Matematika Realistik Untuk Meningkatkan Kemampuan Disposisi Matematis Siswa Sma Negeri 4 Wira Bangsa Kabupaten Aceh Barat. *Genta Mulia: Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 11(2), 233–243.
- NCTM. (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. NCTM.
- NGA & CCSSO, C. C. S. S. (2010). National governors association center for best practices and council of chief state school officers. Retrieved December, 11, 2012.
- Ningsih, F., Mariatun, I. L., & Arief, Z. (2022). Development of a Kahoot-Based Evaluation Tool to Increase Learning Motivation of X IPS Students of SMAN 1 Blega Bangkalan. *Journal of Educational Sciences*, 6(3). <https://doi.org/10.31258/jes.6.3.p.487-497>
- Nizaruddin, N., Muhtarom, M., & Murtianto, Y. H. (2017). Exploring of Multi Mathematical Representation Capability in Problem Solving on Senior High School Students. *Problems of Education in the 21st Century*, 75(6). <https://doi.org/10.33225/17.75.591>
- Nokes-Malach, T. J., Richey, J. E., & Gadgil, S. (2015). When is it better to learn together? Insights from research on collaborative learning. *Educational Psychology Review*, 27, 645–656. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9312-8>
- Noto, M. S., Hartono, W., & Sundawan, D. (2016). Analysis of students mathematical representation and connection on analytical geometry subject. *Infinity Journal*, 5(2), 99-108.
- Nugraheni, N. K. P. W., Dibia, I. K., & Margunayasa, I. G. (2021). Effect Size Model Pembelajaran Inkuiri Terbimbing terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Siswa SD. *Indonesian Journal of Instruction*, 2(2). <https://doi.org/10.23887/iji.v2i2.44510>

- Nurfitriyanti, M., Kusumawardani, R., & Lestari, I. (2020). Kemampuan Representasi Matematis Peserta Didik Ditinjau Penalaran Matematis pada Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Gantang*, 5(1), Article 1. <https://doi.org/10.31629/jg.v5i1.1665>
- Nurhadi, N. (2020). Teori Kognitivisme serta Aplikasinya dalam Pembelajaran. *EDISI*, 2(1), 77–95.
- Nurhadida, N., Suratman, D., Yusmin, E., & Hamdani, H. (2025). Kemampuan Representasi Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Berstandar Pisa Konten Uncertainty and Data. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(1), 17-28.
- Oktaria, D., Sari, D. P., Soemantri, D., & Greviana, N. (2022). Memfasilitasi Kemampuan Refleksi Diri Mahasiswa Kedokteran: Apa Dan Bagaimana? *Jurnal Pendidikan Kedokteran Indonesia: The Indonesian Journal of Medical Education*, 11(3). <https://doi.org/10.22146/jpki.65660>
- Pagiling, S. L., & Munfarikhatin, A. (2020). Bagaimana Konsepsi Guru Sekolah Menengah Pertama Tentang Representasi Dalam Pembelajaran Matematika? *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(4). <https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i4.3199>
- Paivio, A. (1991). *Dual coding theory: Retrospect and current status*. *Canadian Journal of Psychology/Revue Canadienne de Psychologie*, 45(3), 255. <https://doi.org/10.1037/h0084295>
- Paivio, A. (2013). *Imagery and verbal processes*. Psychology Press. <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.4324/9781315798868/imagery-verbal-processes-paivio>
- Panadero, E., Andrade, H., & Brookhart, S. (2018). Fusing self-regulated learning and formative assessment: A roadmap of where we are, how we got here, and where we are going. *The Australian Educational Researcher*, 45, 13–31. <https://doi.org/10.1007/s13384-018-0258-y>
- Panduwinata, B., Tuzzahra, R., Berlinda, K., & Widada, W. (2019). Analisis kesulitan representasi matematika siswa kelas VII sekolah menengah pertama pada materi sistem persamaan linier satu variabel. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 4(2), 202–210.
- Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory into Practice*, 40(2), 118–127. Scopus. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002_6
- Pedersen, M. K., Bach, C. C., Gregersen, R. M., Højsted, I. H., & Jankvist, U. T. (2021). Mathematical representation competency in relation to use of digital technology and task design: a literature review. *Mathematics*, 9(4), 444.
- Perkins, D. (1999a). The Many Faces of Constructivism. *Educational Leadership*, 57(3), 6–11.
- Perkins, D. (1999b). The many faces of constructivism. *Educational Leadership*, 57(3), 6–11.
- Phan, H. P., Ngu, B. H., & Yeung, A. S. (2016). Achieving Optimal Best: Instructional Efficiency and the Use of Cognitive Load Theory in Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology Review*, 29(4). <https://doi.org/10.1007/s10648-016-9373-3>

- Plomp, T. (2013). Educational design research: An introduction. *Educational Design Research*, 11–50.
- Poedjiadi, A. (2005). *Sains Teknologi Masyarakat model pembelajaran kontekstual bermuatan nilai*. Remaja Rosdakaya.
- Polikoff, M. S., Hardaway, T., Marsh, J. A., & Plank, D. N. (2020). Aligning curriculum and assessment to standards: Evidence from mathematics classrooms. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 42(2), 189–213. <https://doi.org/10.3102/0162373720910985>
- Price, S., & Rogers, Y. (2004). Let's get physical: The learning benefits of interacting in digitally augmented physical spaces. *Computers & Education*, 43(1–2), 137–151. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2003.12.009>
- Putra, F. G., Sunyono, S., Haenilah, E. Y., Hariri, H., Lengkana, D., & Nurhanurawati, N. (2023a). A Correlational Study on Representational Abilities and Mathematical Connections in Junior High School. *AL-ISHLAH: Jurnal Pendidikan*, 15(2), 1511–1518.
- Putra, F. G., Sunyono, S., Haenilah, E. Y., Hariri, H., Lengkana, D., & Nurhanurawati, N. (2023b). A Correlational Study on Representational Abilities and Mathematical Connections in Junior High School. *AL-ISHLAH: Jurnal Pendidikan*, 15(2). <https://doi.org/10.35445/alishlah.v15i2.2321>
- Putri, H. E., Muqodas, I., Wahyudy, M. A., Abdulloh, A., Sasqia, A. S., & Afita, L. A. N. (2020). *Kemampuan-Kemampuan Matematis dan Pengembangan Instrumennya*. UPI Sumedang Press.
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 110–122. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>
- Rahmawati, D., Purwanto, Subanji, S., Hidayanto, E., & Anwar, R. B. (2017). Process of Mathematical Representation Translation from Verbal into Graphic. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(3). <https://doi.org/10.29333/iejme/618>
- Rangkuti, A. N. (2013). Representasi matematis. *Logaritma: Jurnal Ilmu-Ilmu Pendidikan Dan Sains*, 1(02).
- Rangkuti, A. N. (2014a). Konstruktivisme dan pembelajaran matematika. *Darul Ilmi: Jurnal Ilmu Kependidikan Dan Keislaman*, 2(2), Article 2. <https://doi.org/10.24952/di.v2i2.416>
- Rangkuti, A. N. (2014b). Representasi matematis. *Forum Paedagogik*, 6(01). <https://jurnal.uinsyahada.ac.id/index.php/JP/article/view/168>
- Rohana. (2015). The Enhancement of Student's Teacher Mathematical Reasoning Ability through Reflective Learning. *Journal of Education and Practice*, 6(20), 108.
- Sabirin, M. (2014). Representasi dalam pembelajaran matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 33–44.
- Sanders, S. (2022). Representations and the Foundations of Mathematics. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 63(1), 1–28.
- Santia, I., Darsono, & Wardani, A. K. (2023). Development of an Integrated Statistics E-Module with Flipbook and Augmented Reality. *International*

- Journal of Research and Review*, 10(10).
<https://doi.org/10.52403/ijrr.20231054>
- Santia, I., Purwanto, Sutawidjaja, A., Sudirman, & Subanji. (2019). Exploring mathematical representations in solving ill-structured problems: The case of quadratic function. *Journal on Mathematics Education*, 10(3), 365–378. Scopus. <https://doi.org/10.22342/jme.10.3.7600.365-378>
- Santrock, J. W. (2011). *Educational psychology*. McGraw-Hill. <https://thuvienso.hoasen.edu.vn/handle/123456789/8796>
- Saputri, R. R., Sa'dijah, C., & Chandra, T. D. (2021). Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa Tipe Camper Dalam Pemecahan Masalah Matematika Di Era Pandemi Covid-19. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 10(2). <https://doi.org/10.25273/jipm.v10i2.8694>
- Saputri*, Y. D., Adi, B. S., Hastuti, W. S., & Murti, R. C. (2023). Peningkatan Kemampuan Mahasiswa Pendidikan Guru Dalam Menyusun Perangkat Pembelajaran Melalui Refleksi Diri Pada Mata Kuliah Pendidikan IPA Sekolah Dasar. *Jurnal Pendidikan Sains Indonesia*, 11(1). <https://doi.org/10.24815/jpsi.v11i1.26571>
- Sarangapani, P. M. (2007). Re-evaluating Constructivism and the NCF. *Contemporary Education Dialogue*, 4(2). <https://doi.org/10.1177/0973184913411144>
- Sarnoto, A. Z. (2012). Belajar dalam Perspektif Psikologi dan Islam. *Madani Institute*, 1(2), 41–50.
- Sasmita, R. P. H., & Hariwibowo, I. N. (2021). Pengaruh Kepuasan Pengguna Sistem Terhadap Kinerja Pembelajaran Daring Dengan Biaya Sebagai Moderasi. *Inventory: Jurnal Akuntansi*, 5(1). <https://doi.org/10.25273/inventory.v5i1.7408>
- Saw, K. G. (2017). Cognitive Load Theory and the Use of Worked Examples as an Instructional Strategy in Physics for Distance Learners: A Preliminary Study. *Turkish Online Journal of Distance Education*. <https://doi.org/10.17718/tojde.340405>
- Schoenherr, J., Strohmaier, A. R., & Schukajlow, S. (2024). Learning with visualizations helps: A meta-analysis of visualization interventions in mathematics education. *Educational Research Review*, 45, 100639.
- Schunk, D. H. (2012). *Learning theories an educational perspective*. Pearson Education, Inc.
- Setyaningrum, P. A. (2021). Penalaran Aljabar Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah SPLDV Ditinjau dari Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer. *MATHEdunesa*, 10(1). <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v10n1.p79-94>
- Shofia, N., Rochana, S., & Widodo, S. (2020). Analysis of Mathematic Representation Ability of Informatics Engineering Students in Assignment Problems. *Mathematics Education Journal*, 4(2). <https://doi.org/10.22219/mej.v4i2.12419>
- Sholeh, M., Supriadi, N., & Suherman, S. (2021). Etnomatematika pada Buku Saku Digital Berbasis Android Materi Segitiga dan Segiempat MTs. *JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika)*, 6(2), Article 2. <https://doi.org/10.30998/jkpm.v6i2.9184>

- Siagian, M. D. (2016). Kemampuan koneksi matematik dalam pembelajaran matematika. *MES: Journal of Mathematics Education and Science*, 2(1).
- Siddiqui, N. (2021). Mathematical Intuition: Impact on non-math major undergraduates. *Bolema: Boletim De Educação Matemática*, 35(70). <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a09>
- Smerdon, B., Burkham, D., & Lee, V. (1999). Access to Constructivist and Didactic Teaching: Who Gets It? Where Is It Practiced? *Teachers College Record*, 101(1), 5–34.
- Solaz Portolés, J. J., & Sanjosé López, V. (2008). Representations in problem-solving in science: *Directions for practice. Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching, 2008, Vol. 8, Num. 2, p. Artículo 4.*
- Solso, R. L., MacLin, M. K., & MacLin, O. H. (2005). *Cognitive psychology*. Pearson Education New Zealand. <https://psycnet.apa.org/record/2004-19852-000>
- Somantrie, H. (2021). Evaluasi Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. *Inovasi Kurikulum*, 6(2). <https://doi.org/10.17509/jik.v6i2.35698>
- Statistics, C. for E. & Evaluation. (2018). *Cognitive load theory in practice: Examples for the classroom*. Centre for Education Statistics and Evaluation Sydney, Aust.
- Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2017). based interventions in the area of proof: The past, the present, and the future. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 119–127. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9782-3>
- Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2018). The role of proof in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(1), 30–61. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.49.1.0030>
- Sukardi, A. (2011). *Metodologi Penelitian Pendidikan Jakarta: Bumi Aksara*.
- Sundari, R. D., Angraini, L. M., Herlina, S., & Zetriuslita. (2023). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis Problem Based Learning (PBL) pada Materi Matriks untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Kelas XI IPA SMAN 1 Bukit Batu. *Journal of Research in Science and Mathematics Education (J-Rsme)*, 2(1). <https://doi.org/10.56855/jrsme.v2i1.253>
- Sunyono, S. (2014). *Model Pembelajaran Berbasis Multipel Representasi dalam Membangun Model Mental dan Penguasaan Konsep Kimia Dasar Mahasiswa* [Doctoral]. Universitas Negeri Surabaya.
- Supriadi, N., Sari, A. L., & JL, A. R. (2023). Analisis Hubungan Self-Efficacy Dan Representasi Matematis Terhadap Pemecahan Masalah Matematis. *PYTHAGORAS Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(2), 148–158.
- Suprianto, T., Noer, S. H., & Rosidin, U. (2020). Pengembangan Model Pembelajaran Group Investigation Berbantuan Soal Open Ended untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Reflektif Matematis. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(1), 72–85. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i1.2583>
- Sweller, J. (2010). Element Interactivity and Intrinsic, Extraneous, and Germane Cognitive Load. *Educational Psychology Review*, 22(2), 123–138. <https://doi.org/10.1007/s10648-010-9128-5>

- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). Intrinsic and Extraneous Cognitive Load. In J. Sweller, P. Ayres, & S. Kalyuga, *Cognitive Load Theory* (pp. 57–69). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8126-4_5
- Syafitri, A., Theis, R., & Iriani, D. (2021). Analisis Kesulitan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Ekstrovert Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Materi Aljabar. *Absis: Mathematics Education Journal*, 3(1), Article 1. <https://doi.org/10.32585/absis.v3i1.1382>
- Syarifuddin. (2019). Identifikasi Kesulitan Representasi Matematis Siswa SMP Pada Pemecahan Masalah Pecahan. *Supermat (Jurnal Pendidikan Matematika)*, 3(1). <https://doi.org/10.33627/sm.v3i1.174>
- Tanjung, H. S., & Nababan, S. A. (2018). Pengembangan perangkat pembelajaran matematika berorientasi model pembelajaran berbasis masalah (pbm) untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa SMA Se-Kuala Nagan Raya Aceh. *Genta Mulia: Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 9(2).
- Tolar, T. D., Lederberg, A. R., & Fletcher, J. M. (2009). A structural model of algebra achievement: Computational fluency and spatial visualisation as mediators of the effect of working memory on algebra achievement. *Educational Psychology*, 29(2), 239–266. <https://doi.org/10.1080/01443410802708903>
- Torrejós, R. L. (2024). College Students' Engagement in Mathematics in the Modern World: The Influential Role of Perceived Teaching Performance of Instructors and Critical Thinking Skills in a Blended Learning Environment. *European Journal of Contemporary Education and E-Learning*, 2(3). [https://doi.org/10.59324/ejceel.2024.2\(3\).07](https://doi.org/10.59324/ejceel.2024.2(3).07)
- Trianto, M. P. (2009). *Mendesain model pembelajaran inovatif-progresif*. Kencana.
- Ulfah, M., & Felicia, L. (2019). Pengembangan Pembelajaran Matematika Dalam *National Council of Teachers of Mathematics* (Nctm) Pada Anak. *Equalita: Jurnal Studi Gender Dan Anak*, 1(2). <https://doi.org/10.24235/equalita.v1i2.5642>
- Ulya, I. F., Irawati, R., & Maulana, M. (2016). Peningkatan kemampuan koneksi matematis dan motivasi belajar siswa menggunakan pendekatan kontekstual. *Jurnal Pena Ilmiah*, 1(1), 121–130.
- Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.
- Wahyuddin, W. (2020). Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Melalui Pembelajaran Dengan Pemberian Tugas Terstruktur Disertai Umpan Balik. *Media Pendidikan Matematika*, 8(2). <https://doi.org/10.33394/mpm.v8i2.3142>
- Waldrip, B., Prain, V., & Carolan, J. (2010). Using multi-modal representations to improve learning in junior secondary science. *Research in Science Education*, 40, 65–80. <https://doi.org/10.1007/s11165-009-9157-6>
- Wawan, W. (2023). *Evaluasi Pembelajaran: Suatu Kajian Elementer*. UNY Press.
- Wijaya, T., Wahidmurni, W., & Susilawati, S. (2022). Efektivitas Strategi Inkuiri dalam Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Motivasi Belajar Siswa pada Pembelajaran Tematik. *Jurnal Basicedu*, 6(4). <https://doi.org/10.31004/basicedu.v6i4.3606>

- Wisniewski, B., Zierer, K., & Hattie, J. (2020). The power of feedback revisited: A meta-analysis of educational feedback research. *Frontiers in Psychology, 10*, 3087. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.03087>
- Woolfolk, A. (2016). *Educational psychology*. Pearson. <https://thuvienso.hoasen.edu.vn/handle/123456789/9007>
- Yuliardi, R., Juandi, D., Maizora, S., & Mahpudin, A. (2021). Analysis of Students' Mathematical Representation Skills through Android Application-based Mathematics Learning. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif, 12*(1), 178–189. <https://doi.org/10.15294/kreano.v12i1.28667>
- Zawojewski, J. (2013). Problem solving versus modeling. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA 13*, 237–243. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6271-8_20
- Zawojewski, J. S., & Lesh, R. (2003). A models and modeling perspective on problem solving. *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*, 317–336.
- Zhang, C., Yin, J., & Zhu, X. (2020). Network Representation Learning: A Survey. *IEEE Transactions on Big Data, 6*(1). <https://doi.org/10.1109/tbdata.2018.2850013>