

**PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY
INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) DALAM
PERAMALAN TINGKAT INFLASI DI INDONESIA**

(Skripsi)

Oleh

**TITAH AURA MAULIA
NPM. 2217031076**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026**

ABSTRACT

APPLICATION OF THE AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE (ARFIMA) MODEL IN FORECASTING THE INFLATION RATE IN INDONESIA

By

TITAH AURA MAULIA

The Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) model is an extension of the ARIMA model that is capable of capturing long memory characteristics in time series data. This study aims to model and forecast the inflation rate in Indonesia using the ARFIMA approach based on monthly data. The fractional differencing parameter d is estimated using the Geweke and Porter-Hudak (GPH), Rescaled Range (R/S), and Maximum Likelihood Estimation (MLE) methods, where MLE provides the best estimation and is selected for the final model. The best model obtained is ARFIMA with $\hat{d}_{MLE} = 0,498$, expressed as $(1 - B)^{0,498}z_t = (1 - 0,2524B^{13})\varepsilon_t$. The model satisfies diagnostic tests and is used to forecast inflation for 12 periods in 2026. The forecasting results yield RMSE, MAE, and MAPE values of 1,547503, 1,280483, and 2,381346, respectively, indicating good predictive performance. The results also show that inflation exhibits long memory behavior, implying persistent effects of shocks over time.

Key words: ARFIMA, inflation forecasting, long memory, time series analysis,

ABSTRAK

PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) DALAM PERAMALAN TINGKAT INFLASI DI INDONESIA

Oleh

TITAH AURA MAULIA

Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) merupakan pengembangan dari model ARIMA yang mampu menangkap karakteristik *long memory* pada data deret waktu. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan dan meramalkan tingkat inflasi di Indonesia menggunakan pendekatan ARFIMA berdasarkan data bulanan. Parameter fractional differencing d diestimasi menggunakan metode *Geweke-Porter-Hudak* (GPH), *Rescaled Range* (R/S), dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), di mana metode MLE memberikan hasil estimasi terbaik dan dipilih sebagai model akhir. Model terbaik yang diperoleh adalah ARFIMA dengan $\hat{d}_{MLE} = 0,498$, yang dinyatakan sebagai $(1 - B)^{0,498} z_t = (1 - 0,2524B^{13}) \varepsilon_t$. Model yang dihasilkan telah memenuhi uji diagnostik dan digunakan untuk meramalkan inflasi selama 12 periode pada tahun 2026. Hasil peramalan menunjukkan nilai RMSE sebesar 1,547503, MAE sebesar 1,280483, dan MAPE sebesar 2,381346 yang mengindikasikan kinerja peramalan yang baik. Selain itu, hasil penelitian menunjukkan bahwa inflasi memiliki karakteristik *long memory*, yang berarti *shock* terhadap inflasi bersifat persisten dalam jangka waktu yang panjang.

Kata kunci : ARFIMA, peramalan inflasi, *long memory*, analisis deret waktu.

**PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY
INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) DALAM
PERAMALAN TINGKAT INFLASI DI INDONESIA**

Oleh

TITAH AURA MAULIA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026**

Judul Skripsi

: **PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE
FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING
AVERAGE (ARFIMA)* DALAM
PERAMALAN TINGKAT INFLASI DI
INDONESIA**

Nama Mahasiswa

: **Titah Aura Maulia**

Nomor Pokok Mahasiswa

: **2217031076**

Program Studi

: **Matematika**

Fakultas

: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



MENYETUJUI
1. **Komisi Pembimbing**

Drs. Nusyirwan, M.Si.

NIP. 196610101992031028

Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.

NIP. 199311062019032018

2. **Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama,
FMIPA Universitas Lampung**

Mulyono, S.Si., M.Si., Ph.D.

NIP. 197406112000031002

MENGESAHKAN

I. Tim Penguji

Ketua

: Drs Nusyirwan, M.Si.



Sekretaris

: Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.



Penguji

Bukan Pembimbing

: Widiarti, S.Si., M.Si.



Dean Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.

NIP.197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 25 Mei 2026

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Titah Aura Maulia
Nomor Pokok Mahasiswa : 2217031076
Jurusan : Matematika
Judul Skripsi : **Penerapan *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) Dalam Peramalan Tingkat Inflasi di Indonesia**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 25 Mei 2026

Penulis,



Titah Aura Maulia

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Titah Aura Maulia, lahir di Kota Metro Lampung pada tanggal 6 Juni 2004. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara yang lahir dari pasangan Bapak Dadang Triyono dan Ibu Hera Mardiana. Penulis memiliki seorang adik perempuan bernama Az-Zahra Fisabilillah.

Penulis memulai pendidikan di TK Tuma'ninah-Yasin Kota Metro Lampung pada tahun 2009-2010. Kemudian, penulis melanjutkan sekolah dasar di SDN 5 Metro Pusat pada tahun 2010-2016, sekolah menengah pertama di SMPN 3 Metro Pusat pada tahun 2016-2019, dan sekolah menengah atas di SMAN 1 Metro Timur pada tahun 2019-2022. Pada tahun 2022 penulis diterima sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN (Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri).

Selama menjadi mahasiswa, penulis pernah mengikuti organisasi Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) Universitas Lampung selama 1 periode pada kepengurusan tahun 2023. Pada bulan Desember 2024, penulis melakukan kerja praktik di DPMPTSP Kota Metro Lampung. Sebagai bentuk pengabdian mahasiswa kepada masyarakat dan menjalankan Tri Dharma Perguruan Tinggi, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) periode kedua di Kelurahan Kaliawi Persada, Kecamatan Tanjung Karang Pusat, Kota Bandar Lampung pada bulan Juni-Agustus 2025.

KATA INSPIRASI

*“Kemenangan itu bersama kesabaran”
(HR. Tarmidzi)*

*“Barang siapa menempuh jalan untuk mencari ilmu, maka Allah akan memudahkan baginya jalan menuju surga”
(HR. Muslim)*

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Bismillahirrahmanirrahim, ku persembahkan karya sederhana ini kepada :

Orang Tuaku Tersayang

Terima kasih Ayah dan Ibu tercinta atas segala kasih sayang, doa restu, pengorbanan, perjuangan dan segala hal yang tak dapat diucapkan.

Dosen Pembimbing dan Penguji

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan penguji yang sudah memberikan bimbingan, motivasi, dan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penerapan Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) Dalam Peramalan Tingkat Inflasi di Indonesia”. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri teladan bagi umat manusia.

Penyusunan skripsi ini banyak pihak yang telah membantu, untuk itu penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku pembimbing satu yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, motivasi, dan saran selama proses penyelesaian skripsi.
2. Ibu Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si. selaku pembimbing dua yang telah memberikan bimbingan, motivasi, dan saran selama proses penyelesaian skripsi.
3. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku pembahas yang telah memberikan saran, kritik, serta evaluasi yang membangun guna penyempurnaan skripsi.
4. Bapak Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, *staff*, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

8. Ayah dan Ibu tercinta atas segala kasih sayang, doa, dan pengorbanan yang tidak pernah terputus, serta dukungan yang senantiasa mengiringi penulis.
9. Oma, Opa dan Mbah Ndut yang selalu memberikan doa dan semangat kepada penulis.
10. Keluarga besar atas dukungan moral dan doa yang telah diberikan.
11. Reivaldo Junizar Prayitno atas kebersamaan, dukungan, dan do'a yang diberikan kepada penulis serta selalu menemani setiap proses penyusunan skripsi ini.
12. Sahabat sejawatiku Hanea Arrozza dan Nisrina Khairun Nisa atas kebersamaan dan dukungan yang diberikan kepada penulis.
13. Sahabat seperjuangan Aneska Denadah, Devinta Arianti, Desak Made Aswina Irania atas kebersamaan dan dukungan yang diberikan kepada penulis selama kuliah.
14. Teman seperbimbingan atas kebersamaan, dukungan, serta perjuangan yang dilalui bersama selama proses penyusunan skripsi.
15. Seluruh pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan kepada penulis dalam penyusunan skripsi, yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna dan terdapat banyak kekurangan, baik dalam segi penyajian maupun teknik penulisan. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan saran, masukan, dan kritik yang membangun dari pembaca untuk dapat menyempurnakan laporan ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan informasi yang bermanfaat.

Bandar Lampung, 25 Mei 2026

Penulis,

Titah Aura Maulia

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
I. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	4
1.3 Manfaat Penelitian	4
II. TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Analisis Deret Waktu	5
2.2 Stasioneritas	5
2.3 <i>Autocorrelation Function (ACF) dan Partial Autocorrelation Function (PACF)</i>	7
2.3.1 <i>Autocorrelation Function (ACF)</i>	8
2.3.2 <i>Partial Autocorrelation Function (PACF)</i>	9
2.4 <i>Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)</i>	10
2.4.1 Model <i>Autoregressive (AR)</i>	11
2.4.2 Model <i>Moving Average (MA)</i>	11
2.4.3 Model <i>Autoregressive Moving Average (ARMA)</i>	12
2.4.4 Model <i>Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)</i> ...	13
2.5 Pola <i>Long-Memory</i>	13
2.6 <i>Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)</i> ...	16
2.7 Estimasi Parameter Pembeda (d).....	17
2.8 Pemilihan Model Terbaik	21
2.9 Pengujian Diagnostik Model.....	21

2.10 Akurasi Model Peramalan.....	23
2.11 Nilai Inflasi	25
III. METODOLOGI PENELITIAN	26
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	26
3.2 Data Penelitian	26
3.3 Metode Penelitian	27
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	30
4.1 Eksplorasi Data	30
4.2 Uji Stasioneritas Data.....	31
4.3 Identifikasi Pola <i>Long Memory</i>	34
4.4 Pembentukan Model ARFIMA	38
4.4.1 Estimasi Parameter <i>Fractional Differencing</i> (d)	38
4.4.2 Identifikasi Kandidat Model ARFIMA (p, d, q)	45
4.4.3 Uji Signifikansi Parameter Model ARFIMA (p, d, q).....	50
4.5 Uji Diagnostik Residual Model ARFIMA	54
4.6 Penentuan Model ARFIMA Terbaik.....	58
4.7 Peramalan <i>Out of Sample</i>	59
4.8 Peramalan Inflasi Indonesia	62
V. KESIMPULAN.....	65
DAFTAR PUSTAKA	68
LAMPIRAN.....	71

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Deskripsi Data	31
2. Hasil Uji <i>Augmented Dickey-Fuller</i> (ADF)	32
3. Hasil Uji <i>Kwiatkowski Phillips Schmidt Shin</i> (KPSS)	34
4. Nilai <i>Hurst</i>	37
5. Hasil Estimasi Parameter d dengan Metode GPH, R/S, dan MLE	44
6. Uji Signifikansi Model ARFIMA ($\hat{d}_{gph} = 0,37$)	50
7. Uji Signifikansi Model ARFIMA ($\hat{d}_{r/s} = 0,389$)	52
8. Uji Signifikansi Model ARFIMA ($\hat{d}_{MLE} = 0,498$)	53
9. Hasil Uji Diagnostik Residual ($\hat{d}_{gph} = 0,37$)	56
10. Hasil Uji Diagnostik Residual ($\hat{d}_{r/s} = 0,389$)	56
11. Hasil Uji Diagnostik Residual ($\hat{d}_{MLE} = 0,498$)	57
12. Nilai AIC dan BIC Model ARFIMA	58
13. Nilai Akurasi Peramalan Model ARFIMA	61
14. Model ARFIMA ($0, \hat{d}_{MLE} = 0,498, 13$)	63
15. Hasil Peramalan Data Nilai Inflasi 12 Bulan pada Tahun 2026	64

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Diagram Alir Analisis Penelitian	28
2. Data Deret Waktu Bulanan Indonesia	31
3. <i>Plot</i> ACF	35
4. <i>Plot</i> Periodogram Inflasi	37
5. <i>Plot</i> ACF setelah <i>Differencing</i> ($\hat{d}_{gph} = 0,37$)	45
6. <i>Plot</i> PACF setelah <i>Differencing</i> ($\hat{d}_{gph} = 0,37$)	46
7. <i>Plot</i> ACF setelah <i>Differencing</i> ($\hat{d}_{r/s} = 0,389$).....	47
8. <i>Plot</i> PACF setelah <i>Differencing</i> ($\hat{d}_{r/s} = 0,389$).....	48
9. <i>Plot</i> PACF setelah <i>Differencing</i> ($\hat{d}_{MLE} = 0,498$).....	48
10. <i>Plot</i> PACF setelah <i>Differencing</i> ($\hat{d}_{MLE} = 0,498$).....	49
11. <i>Plot</i> Data <i>Fitting</i> ARFIMA (0, d , 13) ($\hat{d}_{gph} = 0,37$).....	59
12. <i>Plot</i> Data <i>Fitting</i> ARFIMA (0, d , 13) ($\hat{d}_{r/s} = 0,389$).....	60
13. <i>Plot</i> Data <i>Fitting</i> ARFIMA (0, d , 13) ($\hat{d}_{MLE} = 0,498$).....	60
14. <i>Plot</i> Data Aktual dan Data Peramalan Model ARFIMA (0, d , 13) ($\hat{d}_{MLE} = 0,498$)	62
15. <i>Plot</i> Peramalan Data Inflasi 2026 ARFIMA (0, d , 13) ($\hat{d}_{MLE} = 0,498$)	65

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Inflasi merupakan indikator makroekonomi yang memiliki peran penting dalam menjaga stabilitas perekonomian suatu negara. Perubahan inflasi yang tidak terkendali dapat menurunkan daya beli masyarakat serta mengganggu stabilitas moneter, oleh karena itu, peramalan inflasi secara rutin dilakukan untuk mendukung perumusan kebijakan ekonomi yang tepat (Bank Indonesia, 2023). Deret inflasi sering menunjukkan pola yang kompleks serta karakteristik *long memory*, oleh karena itu, peramalan inflasi yang akurat menjadi kebutuhan penting bagi pemerintah dan otoritas moneter dalam merumuskan kebijakan yang tepat dan responsif terhadap dinamika ekonomi (Hyndman dan Athanasopoulos, 2021).

Pergerakan inflasi di Indonesia selama periode 2003-2025 menunjukkan fluktuasi yang cukup signifikan. Fluktuasi inflasi yang cukup tinggi serta adanya persistensi dalam pergerakan inflasi menunjukkan bahwa nilai inflasi pada suatu periode masih dipengaruhi oleh nilai pada periode sebelumnya dalam jangka waktu yang panjang. Kondisi ini mengindikasikan kemungkinan adanya karakteristik *long memory* pada data inflasi. Beberapa periode mengalami lonjakan akibat penyesuaian harga, kebijakan, serta krisis global. Pola tersebut mengindikasikan adanya persistensi dalam pergerakan inflasi, di mana dampak suatu *shock* tidak langsung hilang dalam jangka pendek, melainkan memudar secara bertahap. Karakteristik seperti ini sering dikaitkan dengan fenomena *long memory* dalam analisis deret waktu (Brockwell dan Davis, 2016)

Analisis deret waktu merupakan cabang statistika yang mempelajari data yang diamati secara berurutan dari waktu ke waktu untuk mengidentifikasi pola perubahan dan memanfaatkannya dalam peramalan nilai di masa yang akan datang. Fokus analisis ini adalah membangun model yang mampu menggambarkan ketergantungan antarwaktu sehingga pola seperti tren, musiman, dan korelasi dinamis dapat dijelaskan serta digunakan untuk peramalan (Box *et al.*, 2015). Salah satu metode analisis deret waktu yang paling umum digunakan adalah model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Model ini efektif dalam menangani data nonstasioner melalui proses diferensiasi bilangan bulat, namun, pendekatan *differencing* bilangan bulat pada ARIMA dapat menyebabkan hilangnya informasi ketergantungan jangka panjang pada data, akibatnya, model ARIMA kurang mampu merepresentasikan karakteristik *long memory* yang sering ditemukan pada data ekonomi dan keuangan (Box *et al.*, 2015).

Keterbatasan ARIMA yang tidak mampu menangkap pola *long memory* terutama pada data makroekonomi tersebut menjadi salah satu alasan perlunya pendekatan yang lebih fleksibel dalam memodelkan ketergantungan jangka panjang. Pola *long memory* ini mengacu pada kondisi ketika observasi masa lalu yang jauh masih memiliki korelasi yang signifikan dengan observasi saat ini. Karakteristik ini, yang ditandai oleh penurunan fungsi autokorelasi yang sangat lambat, sering ditemukan dalam data keuangan dan ekonomi (Hosking, 1981).

Sebagai pengembangan dari ARIMA, model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) dibangun secara spesifik mengatasi keterbatasan ARIMA dengan menggunakan parameter diferensiasi (d) untuk mengambil nilai bilangan riil sehingga lebih fleksibel dalam memodelkan data dengan karakteristik *long memory*. Proses ARFIMA (p, d, q) pertama kali dikenalkan oleh Hurst (1956) di bidang hidrologi, kemudian dikembangkan lebih lanjut oleh Granger dan Joyeux (1980) serta Hosking (1981). ARFIMA dengan operator *differencing* fraksional $(1 - B)^d$ relevan untuk memodelkan inflasi, karena mampu merepresentasikan tingkat persistensi di antara $I(0)$ dan $I(1)$. Jika nilai $0 < d < 0,5$, maka proses masih bersifat stasioner namun memiliki persistensi

jangka panjang yang tidak dapat dijelaskan oleh model ARIMA konvensional. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini diajukan karena data inflasi juga menunjukkan indikasi awal karakteristik *long-memory* yang tidak dapat dimodelkan secara optimal oleh ARIMA.

Penelitian mengenai penggunaan ARFIMA dalam analisis deret waktu telah banyak dilakukan dan menunjukkan keunggulan dalam menangkap karakteristik *long memory*. Kartikasari *et al.* (2021) menunjukkan bahwa ARFIMA mampu memberikan akurasi yang baik pada data bulanan, meskipun kajian yang dilakukan terbatas pada horizon peramalan jangka pendek dan belum menguji kestabilan model pada berbagai periode. Penelitian oleh Oktaviani dan Rifai (2024) menemukan bahwa model ARFIMA terbaik pada volume impor migas berdasarkan kriteria AIC atau BIC mengindikasikan adanya persistensi jangka panjang yang signifikan. Penelitian Ayoade (2024) juga melaporkan bahwa model ARFIMA memiliki kinerja yang lebih baik dibandingkan ARIMA dalam pemodelan kurs Naira. Hasil serupa juga ditemukan oleh Usman *et al.* (2025) dalam penelitian mengenai peramalan *Internally Generated Revenue* (IGR) bulanan di Kaduna State periode 2003–2023, di mana ARFIMA menghasilkan nilai RMSE dan MAE yang lebih kecil dibandingkan ARIMA. Selain itu, Rizal (2025) menunjukkan bahwa model berbasis memori panjang seperti ARFIMA mampu meningkatkan akurasi peramalan pada data pariwisata dibandingkan model konvensional.

Temuan dari berbagai penelitian tersebut menunjukkan bahwa ARFIMA efektif dalam menangkap pola dependensi jangka panjang pada data deret waktu serta memberikan hasil peramalan yang lebih akurat dibandingkan model tanpa komponen *long memory*, oleh karena itu, metode ARFIMA diterapkan pada data inflasi di Indonesia untuk memperoleh hasil peramalan yang lebih optimal pada periode 2026 mendatang.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini yaitu diantaranya sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi keberadaan karakteristik *long memory* pada data inflasi Indonesia.
2. Mengestimasi parameter *fractional differencing* (d) menggunakan metode *Geweke-Porter-Hudak* (GPH), *Rescaled Range* (R/S), dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) serta menentukan model ARFIMA terbaik berdasarkan kriteria informasi.
3. Melakukan peramalan dan mengevaluasi kinerja peramalan model ARFIMA menggunakan ukuran RMSE, MAE, dan MAPE pada data *out-sample*.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Dapat menjadi bahan pengetahuan dan wawasan mengenai penerapan metode deret waktu, khususnya model ARFIMA dalam bidang ekonomi makro.
2. Dapat memperoleh model terbaik untuk meramalkan nilai inflasi di Indonesia pada tahun 2026

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

Analisis deret waktu (*time series analysis*) merupakan metode statistik yang digunakan untuk menganalisis data yang dicatat secara berurutan berdasarkan waktu dengan tujuan untuk memahami struktur dan pola yang terjadi agar dapat digunakan dalam peramalan masa depan. Analisis deret waktu berfokus pada pemisahan data menjadi beberapa komponen utama, yaitu tren (*trend*), musiman (*seasonal*), siklis (*cyclical*), dan acak (*irregular*). Komponen-komponen tersebut dapat dinyatakan secara aditif atau multiplikatif, misalnya (Box *et al.*, 2015):

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

atau

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times \varepsilon_t \quad (2.2)$$

dengan Y_t menunjukkan nilai pengamatan pada waktu ke- t , T_t tren jangka panjang, S_t pola musiman, C_t komponen siklis, dan ε_t komponen acak.

2.2 Stasioneritas

Dalam analisis data deret waktu, pengujian stasioneritas merupakan tahap penting sebelum proses pemodelan dilakukan. Suatu data deret waktu dikatakan stasioner apabila karakteristik statistiknya seperti nilai rata-rata dan variansi relatif konstan

sepanjang waktu pengamatan (Montgomery *et al.*, 2008). Pemeriksaan awal terhadap sifat stasioneritas biasanya dilakukan melalui analisis visual. *Plot* deret waktu digunakan untuk melihat adanya kecenderungan tren maupun pola musiman, sedangkan *plot* fungsi autokorelasi digunakan untuk mengamati pola ketergantungan antar observasi. ACF yang menurun sangat lambat atau banyak batang PACF yang menonjol pada beberapa *lag* juga mengindikasikan ketidakstasioneran (Box *et al.*, 2015). Pemeriksaan visual ini bersifat awal, keputusan akhir tetap dikonfirmasi dengan uji akar unit dan uji diagnostik. Pemeriksaan dengan hasil yang tidak stasioner dapat dilakukan transformasi *Box-Cox* agar model lebih stasioner (Box dan Cox, 1964).

Menurut Makridakis & Wheelwright (2008), Selain pemeriksaan visual, pengujian stasioneritas juga dapat dilakukan melalui uji akar unit, salah satunya uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Pada uji ADF, hipotesis nol H_0 menyatakan deret memiliki akar unit atau dikatakan tidak stasioner, sedangkan hipotesis alternatif H_1 menyatakan deret stasioner. Dengan keputusan: tolak H_0 bila *p-value* $< \alpha$ (mis. 0,05) atau statistik uji ADF lebih kecil dari nilai kritis maka data stasioner. Jika *p-value* $< \alpha$ atau statistik uji ADF lebih besar dari nilai kritis, maka data tidak stasioner. Statistik uji ADF adalah sebagai berikut (Wei, 2006):

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (2.3)$$

dengan, $\hat{\delta}$ merupakan estimator *least square* dan $SE(\hat{\delta})$ merupakan bentuk *standart error* dari nilai estimasi $\hat{\delta}$ (koefisien pada *standart error* dari model).

Selain uji ADF, pengujian stasioneritas juga dapat dilakukan menggunakan uji *Kwiatkowski Phillips Schmidt Shin* (KPSS). Berbeda dengan uji ADF, uji KPSS menetapkan hipotesis nol bahwa deret waktu bersifat stasioner. Hipotesis pengujian KPSS adalah H_0 : deret waktu stasioner dan H_1 : deret waktu tidak stasioner. Kriteria pengambilan keputusan KPSS yaitu tolak H_0 apabila nilai statistik KPSS *p-value* $< \alpha$ (mis. 0,05). Statistik uji KPSS adalah sebagai berikut (Kwiatkowski *et al.*, 1992):

$$KPSS = \frac{1}{T^2 \hat{\sigma}^2} \sum_{t=1}^T S_t^2 \quad (2.4)$$

dengan:

- T : jumlah observasi
- t : indeks waktu
- S_t : jumlah kumulatif residual hingga waktu ke- t
- $\hat{\sigma}^2$: penduga varians jangka panjang dari residual

Penggunaan uji ADF dan KPSS secara bersamaan memberikan informasi yang lebih kuat mengenai sifat stasioneritas data. Apabila uji ADF dan KPSS menghasilkan keputusan yang berlawanan, maka hal tersebut mengindikasikan bahwa deret waktu berada pada kondisi *near unit root* atau tidak sepenuhnya mengikuti proses $I(0)$ maupun $I(1)$. Kondisi ini berkaitan dengan adanya pola memori jangka panjang (*long-memory*), dengan pengaruh observasi masa lalu menurun secara lambat dan bersifat persisten (Granger & Joyeux, 1980)

Perlakuan pada data nonstasioner dengan menggunakan model ARFIMA tidak dilakukan proses atau tahap pembedaan (*differencing*) seperti pada data nonstasioner dengan d bulat, melainkan dengan transformasi $(1 - B)^d$ pada model ARFIMA menggunakan nilai d bernilai riil dibuktikan mampu menangani data nonstasioner. Transformasi ini dilakukan dengan menghitung selisih antara nilai observasi pada waktu ke- t dengan nilai observasi pada waktu sebelumnya, sehingga deret waktu baru yang dihasilkan diharapkan menunjukkan fluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan (Box *et al.*, 2015).

2.3 *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF)

Dalam metode deret waktu, fungsi autokorelasi atau *Autocorrelation Function* (ACF) dan fungsi autokorelasi parsial atau *Partial Autocorrelation Function*

(PACF) merupakan alat yang penting untuk mengidentifikasi struktur ketergantungan data serta menentukan orde model *autoregressive* maupun *moving average* (Box *et al.*, 2015).

2.3.1 Autocorrelation Function (ACF)

Dari proses stasioner suatu data deret waktu (y_t) diperoleh $E(y_t) = \mu$ dan variansi $Var(y_t) = E(y_t - \mu)^2 = \sigma^2$ yang konstan, dan kovarian $Cov(y_t, y_s)$, yang merupakan fungsi dari perbedaan waktu $|t - s|$ (Wei, 2006). Kovarian antara y_t dan y_{t+k} didefinisikan sebagai berikut:

$$\gamma_k = Cov(y_t, y_{t+k}) = E(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu) \quad (2.5)$$

sedangkan autokorelasi antara y_t dan y_{t+k} dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(y_t, y_{t+k})}{\sqrt{Var(y_t)}\sqrt{Var(y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.6)$$

dengan notasi $Var(y_t) = Var(y_{t+k}) = \gamma_0$. Sebagai fungsi dari k , γ_k disebut fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi atau *autocorrelation function* (ACF).

Fungsi autokorelasi digunakan untuk mengukur tingkat hubungan antara suatu nilai deret waktu dengan nilai pada periode sebelumnya pada berbagai *lag* tertentu. Nilai autokorelasi dihitung berdasarkan kovarian antara observasi pada waktu ke- t , γ_k dan ρ_k masing-masing menggambarkan kovarian dan korelasi antara y_t dan y_{t+k} . Fungsi autokovariansi γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k ditunjukkan sebagai berikut:

$$\gamma_0 = Var(y_t), \quad \rho_0 = 1, \quad (2.7)$$

$$|\gamma_k| \leq \gamma_0, \quad |\rho_k| \leq 1 \quad (2.8)$$

$$\gamma_k = \gamma_{-k}, \quad \rho_k = \rho_{-k} \quad (2.9)$$

untuk semua nilai k , γ_k dan ρ_k merupakan fungsi yang sama dan simetrik pada $lag\ k = 0$.

Sampel ACF didefinisikan dengan persamaan (Wei, 2006):

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (2.10)$$

untuk $k = 0, 1, 2, \dots, n$ dengan $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t$,

dengan:

y_t : nilai aktual variabel pada waktu ke- t

k : lag

$\hat{\rho}_k$: nilai estimasi *autocorrelation function* (ACF) lag ke- k .

2.3.2 Partial Autocorrelation Function (PACF)

Fungsi autokorelasi parsial atau *partial autocorrelation function* (PACF) digunakan untuk mengukur hubungan antara suatu observasi dengan observasi pada lag tertentu setelah pengaruh lag-lag di antaranya dihilangkan. Pada Proses stasioner, fungsi autokorelasi parsial (PACF) lag- k dapat didefinisikan sebagai berikut (Levinson, 1947):

$$\Phi_{kk} = \text{Corr}(y_t, y_{t-k}, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1}) \quad (2.11)$$

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \rho_j} \quad (2.12)$$

Pada $\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j}$, untuk $j = 1, 2, \dots, k-1$

dengan,

y_t : nilai sebuah variabel pada periode ke- t

ϕ_{kk} : koefisien autokorelasi parsial (PACF) pada lag ke- k

- ρ_k : koefisien autokorelasi pada *lag* ke- k pada proses y_t
 $\hat{\rho}_k$: penduga atau *estimator* koefisien autokorelasi ρ_k pada *lag* ke- k
 $\hat{\phi}_{kk}$: penduga pada koefisien autokorelasi parsial ϕ_{kk} pada *lag* ke- k
 k : *lag* atau orde PACF, $k = 1, 2, \dots$
 j : indeks penjumlahan, $j = 1, 2, \dots, k - 1$

2.4 *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) adalah salah satu model deret waktu yang banyak digunakan dalam analisis data yang bersifat nonstasioner. ARIMA digunakan untuk menggambarkan hubungan antara nilai masa kini dengan nilai masa lalu pada suatu variabel, sehingga dapat menangkap pola tren dan fluktuasi yang muncul dari waktu ke waktu (Box *et al.*, 2015).

Pada model ARIMA, nilai sekarang dipengaruhi oleh kombinasi linier dari nilai masa lalu dan kesalahan peramalan sebelumnya. Menurut Lütkepohl (2005), proses pembangunan model ARIMA dilakukan melalui beberapa tahap yang dikenal sebagai *Box-Jenkins methodology*, yaitu: (1) identifikasi bentuk model, (2) estimasi parameter model, (3) pengujian diagnostik, dan (4) peramalan. Identifikasi bentuk model dilakukan dengan mengidentifikasi pola pada fungsi autokorelasi (ACF) dan autokorelasi parsial (PACF) untuk menentukan nilai orde p dan orde q . Setelah parameter diestimasi dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) atau *Least Squares*, dilakukan uji diagnostik seperti *Ljung-Box test* untuk memeriksa bahwa residual bersifat acak atau *white noise* (Ljung dan Box, 1978). Model yang terbaik biasanya dipilih berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) atau *Bayesian Information Criterion* (BIC) yang paling kecil (Akaike, 1973).

2.4.1 Model *Autoregressive* (AR)

Menurut Montgomery, *et.al.* (2008), model *autoregressive* dengan orde p menyatakan bahwa nilai deret waktu saat ini merupakan gabungan linear dari konstanta, beberapa nilai masa lalunya sampai *lag* ke- p , dan ditambah komponen galat acak. Secara umum model AR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$z_t = \mu + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.13)$$

dengan ε_t merupakan *white noise*. Bentuk lain dari AR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\Phi(B)z_t = \delta + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (2.15)$$

dengan,

z_t : nilai variable pada waktu ke- t

δ : *intercept*

B : *backshift operator*

ϕ_p : parameter AR

ε_t : variabel residual pada waktu ke- t

p : orde AR

2.4.2 Model *Moving Average* (MA)

Model *Moving Average* dengan orde q menyatakan bahwa nilai deret waktu saat ini dibentuk oleh *mean* ditambah kombinasi linear dari galat acak saat ini dan beberapa galat acak masa lalu hingga *lag* ke- q . Secara matematis, model *Moving Average* dapat dituliskan sebagai berikut (Montgomery, *et.al.*, 2008):

$$z_t - \mu = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.16)$$

dengan,

z_t : nilai variabel pada waktu ke- t

μ : nilai rata-rata variabel

ε_t : nilai galat atau *error* pada waktu ke- t

θ_q : koefisien regresi pada orde ke- q

dalam operator *Backward* (B), proses *moving average* (MA) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} z_t &= \mu + (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) \varepsilon_t \\ &= \mu + \left(1 + \sum_{i=1}^q \theta_i B^i \right) \varepsilon_t \\ &= \mu + \theta(B) \varepsilon_t \end{aligned} \quad (2.17)$$

dengan,

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q \quad (2.18)$$

karena ε_t merupakan *white noise*, maka didapat nilai harapan MA, yaitu:

$$\begin{aligned} E(z_t) &= E(\mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{(t-1)} + \dots + \theta_q \varepsilon_{(t-q)}) \\ &= \mu \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.4.3 Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) merupakan model campuran antara AR dan MA. Dalam model ini, nilai deret waktu saat ini dinyatakan sebagai gabungan linear dari beberapa nilai masa lalunya serta gabungan linear dari galat periode saat ini dan galat periode masa lalu. Bentuk umum dari model ARMA adalah sebagai berikut (Box *et al.*, 2015):

$$\Phi_p(B)(z_t - \mu) = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2.20)$$

$$\Phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$$

dan

$$\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q \quad (2.21)$$

dengan,

- z_t : nilai variabel pada waktu ke- t
 B : *backshift operator*
 $\Phi_p(B)$: polinomial *autoregressive* pada orde ke- p
 $\theta_q(B)$: polinomial *moving average* pada orde ke- q
 ε_t : variabel residual pada waktu ke- t

2.4.4 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) adalah model deret waktu yang digunakan untuk data nonstasioner. Model ARIMA dinotasikan sebagai ARIMA (p, d, q), dengan orde p menyatakan orde komponen *autoregressive* (AR), d menyatakan banyaknya perbedaan (*differencing*) yang diterapkan supaya data menjadi stasioner, dan orde q menyatakan orde komponen *moving average* (MA). Bentuk umum model ARIMA dapat dituliskan sebagai berikut (Box *et al.*, 2015):

$$\Phi_p(B)(1 - B)^d z_t = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2.22)$$

dengan,

$$\Phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (2.23)$$

$$\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q \quad (2.24)$$

dengan B adalah *backshift operator*, z_t adalah nilai variabel pada waktu ke- t , dan ε_t merupakan komponen galat acak atau sama dengan rata-rata nol dan varians konstan.

2.5 Pola *Long-Memory*

Jika fungsi autokorelasi antara z_t dengan z_{t+k} menurun lambat secara hiperbolik, maka dapat diidentifikasi adanya ketergantungan jangka panjang dalam data yang

sekaligus merupakan ciri dari data memori jangka panjang atau biasa disebut *long-memory*. Pola *long memory* juga dapat dianalisis dengan uji nilai Hurst (H) (Hurst, 1956). Kriteria nilai Hurst (H) yang diharapkan terpenuhi yaitu sebagai berikut:

$H = 0,5$ menunjukkan data deret waktu bersifat acak

$0 < H < 0,5$ menunjukkan data deret waktu jangka pendek (*short-memory*)

$0,5 < H < 1$ menunjukkan data deret waktu jangka panjang (*long-memory*)

Nilai Hurst (H) dapat dihitung dengan mengikuti rumus berikut (Hurst, 1956) :

1. Menghitung nilai rata-rata data (*mean*)

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n z_t \quad (2.25)$$

dengan,

μ : rata-rata dari deret waktu z

z_t : nilai data pada waktu ke- t

n : jumlah total pengamatan

2. Menghitung simpangan dari masing-masing data

$$Z_t^{adj} = z_t - \mu \text{ untuk } t = 1, 2, \dots, n \quad (2.26)$$

dengan,

Z_t^{adj} : nilai tersesuaikan (deviasi dari *mean*) untuk observasi ke- t

3. Menghitung simpangan kumulatif data

$$Z_t^* = \sum_{i=1}^t Z_i^{adj} \quad (2.27)$$

dengan,

Z_t^* : jumlah kumulatif deviasi hingga waktu ke- t

t : banyaknya observasi atau periode kumulatif yang dianalisis

4. Menghitung rentangan data

$$R_t = \max(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*) - \min(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*) \quad (2.28)$$

dengan,

R_t : rentang kumulatif hingga waktu t (selisih nilai maksimum dan minimum dari lintasan Z_t^*)

5. Menghitung standar deviasi dari data

$$S_t = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{i=0}^t (Z_i - \mu)^2} \quad (2.29)$$

dengan,

S_t : standar deviasi kumulatif pada waktu t , digunakan untuk mengukur fluktuasi jangka panjang dari rata-rata kumulatif

6. Menghitung *rescaled range statistics* (R/S)

$$\left(\frac{R}{S}\right)_t = \frac{R_t}{S_t} \quad (2.30)$$

7. Menentukan nilai H melalui statistik R/S dari data deret waktu

$$\begin{aligned} \left(\frac{R}{S}\right)_t &= ct^H \\ \log \left(\frac{R}{S}\right)_t &= \log c + H \log t \end{aligned} \quad (2.31)$$

dengan,

c : suatu konstanta

H : eksponensial *Hurst*

Nilai H dapat diestimasi menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS) sebagai berikut:

$$H = \frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \mu_X) (Y_t - \mu_Y)}{\sum_{t=1}^n (X_t - \mu_X)^2} \quad (2.32)$$

dengan,

$$X_t = \log(t)$$

$$Y_t = \log(R/S)_t$$

μ_X : rata-rata dari seluruh nilai X_t

μ_Y : rata-rata dari seluruh nilai Y_t

n : banyaknya titik pasangan (X_t, Y_t)

2.6 Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)

Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) merupakan proses yang termasuk dalam jenis model *long-memory*, di mana memiliki tujuan untuk menjelaskan secara eksplisit adanya korelasi jangka panjang pada data. ARFIMA memiliki parameter pembeda berbentuk bilangan riil dengan $-0,5 < d < 0,5$, berbeda dengan model ARIMA yang mempunyai parameter pembeda berupa bilangan bulat. Model ARFIMA (p, d, q) yang dikembangkan Granger *and* Joyeux (1980) adalah sebagai berikut:

$$\varphi_p(B)(1 - B)^d z_t = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2.33)$$

dengan,

t	: indeks dari pengamatan
d	: parameter pembeda (bilangan pecahan)
z_t	: nilai variabel pada waktu ke- t
B	: <i>backward shift operator</i>
$\varepsilon_t \sim i. i. d. (0, \sigma^2)$: proses <i>white noise</i> dengan rata-rata nol dan variansi konstan σ^2
$\varphi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$: polinomial AR ke- p
$\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$: polinomial MA ke- q
$(1 - B)^d = \Delta^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k$: operator pembeda fraksional
$\binom{d}{k} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)}$: koefisien binomial fungsi gamma

2.7 Estimasi Parameter Pembeda (d)

Menurut Hosking (1981), jika dalam proses ARIMA, diasumsikan bahwa nilai d adalah bilangan bulat. Dengan kata lain, proses z_t nonstasioner dengan pembedaan nilai d bilangan bulat. Dalam sebuah proses untuk menjadi stasioner, nilai d harus kurang dari 1.

$$\phi(B)(1-B)^d z_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (2.34)$$

dengan $\phi(B)\theta(B) \neq 0$ untuk $|B| \leq 1$ dan ε_t proses *white noise* dengan rata-rata nol dan variansi konstan σ_ε^2 . Jika deret z_t menjadi *white-noise* maka persamaannya:

$$(1-B)^d z_t = \varepsilon_t \quad (2.35)$$

Jika proses pada (2.35) stasioner akan menjadi:

$$z_t = (1-B)^{-d} \varepsilon_t \quad (2.36)$$

Dari serangkaian ekspansi taylor, diperoleh rumus binomial umum sebagai berikut:

$$(1-B)^{-d} = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{-d}{j} (-B)^j = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j \quad (2.37)$$

$$z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j \varepsilon_t \quad (2.38)$$

dengan,

$$\begin{aligned} \psi_j &= (-1)^j \binom{-d}{j} \\ &= (-1)^j \frac{(-d)(-d-1)\cdots(-d-j+1)}{j!} \\ &= \frac{(j+d-1)(j+d-2)\cdots(j+d-j)}{j!} \\ &= \frac{\Gamma(j+d)}{\Gamma(j+1)\Gamma(d)} \end{aligned} \quad (2.39)$$

dan Γ adalah fungsi gamma sebagai berikut:

$$\Gamma(x) \approx \sqrt{2\pi} e^{-x} x^{x-1/2} \quad x \rightarrow \infty$$

diperoleh,

$$\psi_j = \frac{\Gamma(j+d)}{\Gamma(j+1)\Gamma(d)} \approx \frac{1}{\Gamma(d)} \frac{\sqrt{2\pi} e^{-(j+d)} (j+d)^{j+d-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi} e^{-(j+1)} (j+1)^{j+1-\frac{1}{2}}} \approx \frac{1}{\Gamma(d) j^{1-d}} \quad (2.40)$$

Jelas, (ψ_j) adalah *square summable* jika dan hanya jika $2(1-d) > 1$, $d < 0,5$. Dengan cara yang sama, proses *invertible* jika dan hanya jika $-0,5 < d$. Dengan demikian proses pada (2.36) atau lebih umum proses pada (2.35) adalah stasioner dan *invertible* jika dan hanya jika $-0,5 < d < 0,5$. proses pada (2.35) dengan $-0,5 < d < ,5$ disebut model *autoregressive fractionally integrated moving average* (ARFIMA) (p, d, q) . Proses pada (2.36) dengan $-0.5 < d < 0.5$ disebut pembedaan fraksional (Wei, 2006).

Menurut Hosking (1981), karakteristik deret yang *fractionally integrated* untuk berbagai nilai d adalah sebagai berikut:

1. $|d| \geq 0,5$: Menyatakan proses panjang dan tidak stasioner.
2. $0 < d < 0,5$: Menyatakan proses berkorelasi panjang stasioner dengan adanya ketergantungan positif antar pengamatan yang terpisah jauh ditunjukkan dengan autokorelasi positif serta turun lambat serta mempunyai representasi *moving average* orde tak hingga.
3. $-0,5 < d < 0$: Menyatakan proses berkorelasi pendek stasioner dengan memiliki ketergantungan negatif yang ditandai dengan autokorelasi negatif dan turun lambat serta mempunyai representasi *autoregressive* orde tak hingga.
4. $d = 0$: Menyatakan proses berkorelasi pendek.

Metode estimasi parameter d yang akan digunakan adalah metode *Geweke and Porter-Hudak* (GPH), *Rescaled Range Statistics* (R/S), dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Ketiga metode tersebut dipilih untuk memberikan pendekatan estimasi yang lebih menyeluruh, dengan GPH dan R/S merepresentasikan pendekatan semi-parametrik, sedangkan MLE merupakan pendekatan parametrik penuh.

Metode GPH menyatakan parameter *differencing* (d) dapat diestimasi secara konsisten dari regresi kuadrat terkecil yang diperoleh dari penaksiran persamaan logaritma *spectral density*. Estimasi parameter pembeda pada metode GPH dapat dilakukan secara langsung tanpa mengetahui nilai p dan q terlebih dahulu. Tahapan pertama pada metode GPH adalah menentukan nilai frekuensi harmonik ω_j untuk setiap observasi (Geweke dan Porter-Hudak, 1983).

$$\omega_j = 2\pi \cdot \frac{j}{T} \quad (2.41)$$

dengan $j = 1, 2, \dots, m$

Bandwidth optimal m dibatasi sampai $m = g(T) = [T^{0.5}]$. Tahap selanjutnya adalah menentukan nilai periodogram dengan metode GPH, yang bentuk periodogramnya ditentukan melalui persamaan berikut:

$$I_Z(\omega_j) = \frac{1}{2\pi} \left(\gamma_0 + 2 \sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t \cos(t \cdot \omega_j) \right) \quad (2.42)$$

Dengan $\omega_j \in (-\pi, \pi)$ dan γ_t adalah nilai autokovarian dari *lag* ke- t . Kemudian nilai dari logaritma natural periodogramnya dijadikan sebagai variabel respon Y_j untuk regresi spektral dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_j = \ln(I_Z(\omega_j)). \quad (2.43)$$

Selanjutnya, untuk variabel prediktornya ditentukan dari persamaan berikut:

$$X_j = \ln\left(\frac{1}{4 \sin^2(\omega_j/2)}\right). \quad (2.44)$$

Berdasarkan persamaan regresi linear $Y_j = \beta_0 + \beta_1 X_j + a_j$, nilai estimasi parameter ditentukan dengan metode *least square* seperti pada persamaan berikut:

$$\hat{\beta}_1 = \hat{d} = \frac{\sum_{j=1}^m (X_j - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{\sum_{j=1}^m (X_j - \bar{X})^2} \quad (2.45)$$

untuk $j = 1, 2, \dots, m$

Metode estimasi *Rescaled Range Statistics* (R/S) juga sering disebut sebagai uji statistik *Hurst* (H). Penentuan nilai *Hurst* (H) dengan menggunakan estimasi R/S. Selain digunakan untuk melihat indikasi adanya dependensi jangka panjang (*long-memory*) pada data runtun waktu, statistik R/S juga dapat digunakan untuk estimasi parameter d . Setelah nilai *Hurst* (H) diperoleh maka estimasi parameter d menggunakan metode R/S diperoleh dengan persamaan berikut (Beran, 1994):

$$\hat{d} = H - 0.5 \quad (2.46)$$

Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) merupakan metode estimasi parameter yang didasarkan pada prinsip memaksimalkan fungsi likelihood dari suatu model probabilistik. Dalam konteks model ARFIMA, parameter yang diestimasi meliputi parameter *autoregressive* (AR), *moving average* (MA), serta parameter pembeda fraksional (d). Pendekatan ini dilakukan dengan membentuk fungsi likelihood berdasarkan asumsi bahwa residual mengikuti distribusi normal dengan rata-rata nol dan varians konstan. Pendekatan ini bersifat parametrik penuh karena mempertimbangkan keseluruhan struktur model dalam proses estimasi (Hosking, 1981).

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{t=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma^2}\right), \quad \varepsilon_t = \theta(B)^{-1}\phi(B)(1-B)^d z_t \quad (2.47)$$

dengan,

- $\boldsymbol{\theta}$: vektor parameter model ARFIMA
- n : jumlah observasi
- ε_t : residual pada waktu ke- t
- σ^2 : varians residual
- $\phi(B)$: polinomial *autoregressive* orde q
- $\theta(B)$: polinomial *moving average* orde p
- B : operator *backshift*
- z_t : nilai variabel pada waktu ke- t

2.8 Pemilihan Model Terbaik

Menurut Akaike (1973), model terbaik dapat ditentukan dengan melihat nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) yang diperkenalkan oleh Akaike pada tahun 1973. Sebagai perbandingan BIC, Metode ini menyeimbangkan kecocokan model terhadap data dan kesederhanaan model. Model ini muncul karena menganggap bahwa model yang baik tidak cukup hanya dengan menggunakan nilai MSE terkecil, namun juga harus memenuhi prinsip kesederhanaan. Dituliskan bahwa penghitungan nilai AIC adalah sebagai berikut:

$$AIC = -2 \log L + 2k \quad (2.48)$$

dengan k merupakan banyaknya paramater yang diduga dan L adalah nilai maksimum *likelihood*.

Menurut Schwarz (1978), pemilihan model diawali dengan kriteria informasi dan divalidasi melalui diagnostik residual serta dievaluasi akurasinya pada data uji. Dengan pertimbangan tersebut, *Bayesian Information Criterion* (BIC) ditetapkan sebagai kriteria utama dalam seleksi model terbaik karena bersifat konsisten sehingga cenderung memilih model yang paling mendekati benar ketika ukuran sampel besar. BIC dapat ditulis sebagai berikut:

$$BIC = -2 \log L + k \ln n \quad (2.49)$$

dengan L adalah nilai *likelihood* maksimum (MLE), k merupakan jumlah parameter yang diestimasi, serta n adalah jumlah observasi.

2.9 Pengujian Diagnostik Model

Menurut Box *et al.* (2015), pengujian diagnostik digunakan untuk membuktikan bahwa model yang didapat merupakan model terbaik dalam peramalan. Model

dikatakan baik apabila nilai kesalahannya acak, artinya tidak lagi memiliki pola tertentu. Dengan kata lain, model yang dibuat mampu menangkap pola data yang ada secara akurat. Pengujian dilakukan terhadap nilai koefisien autokorelasi *error*. Uji diagnostik dilakukan dengan menguji apakah data sudah bersifat *white noise* dan berdistribusi normal atau tidak.

Uji asumsi *White-noise* merupakan sebuah model dengan variasi dari residual yang homogen dan tidak terdapat korelasi antar residual. Pengujian *white-noise* nonautokorelasi dan uji *white-noise* homoskedastisitas menggunakan uji *Ljung-Box*, bertujuan memastikan bahwa residual dari model tidak memiliki autokorelasi (residual independen). Uji ini dapat dituliskan sebagai berikut (Ljung dan Box, 1978):

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k} \quad (2.50)$$

dengan,

Q : statistik uji *Ljung-Box*

$\hat{\rho}_k$: autokorelasi residual pada *lag* ke- k

n : jumlah observasi

k : banyak maksimum *lag*

m : $p + q$

Jika taraf signifikan yang digunakan adalah sebesar $\alpha(5\%)$ maka kriteria pengujian yang digunakan adalah tolak H_0 jika, $Q > \chi_{\alpha, K-m}^2$ atau jika nilai $p - value < \alpha$

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (Residual data bersifat *white noise*)

H_1 : minimal terdapat satu $\rho_k \neq 0$ (residual data tidak bersifat *white noise*)
dengan, $k = 1, 2, \dots, K$

$\chi_{\alpha, K-m}^2$: nilai batas (*critical value*) dari tabel *Chi-Square*

Uji *Kolmogorov-Smirnov* digunakan untuk mengetahui apakah residual sudah mengikuti distribusi normal. Uji ini pertama kali diperkenalkan oleh Kolmogorov

(1933) dan dikembangkan lebih lanjut oleh Smirnov (1948). Hipotesis yang digunakan untuk uji *Kolmogoro-Smirnov* adalah.

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal.

Statistik uji *Kolmogorov- Smirnov* adalah sebagai berikut (Wei, 2006):

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \quad (2.51)$$

dengan,

$S(x)$: nilai berdistribusi kumulatif sampel

$F_0(x)$: nilai berdistribusi kumulatif dari distribusi normal

Kriteria pengujian yang digunakan adalah H_0 ditolak jika $D \geq K_{(1-\alpha, n)}$ dengan $K_{(1-\alpha, n)}$ adalah nilai tabel *Kolmogorov- Smirnov* pada kuantil $1 - \alpha$ dan n banyak pengamatan.

2.10 Akurasi Model Peramalan

Evaluasi akurasi diperlukan untuk menilai seberapa baik suatu model peramalan bekerja ketika digunakan pada data yang tidak ikut membentuk model, sehingga kemampuan prediksi yang sebenarnya dapat diketahui secara objektif. Akurasi dinilai melalui besarnya galat peramalan, yaitu selisih antara nilai aktual dan nilai hasil ramalan pada periode pengujian. Semakin kecil galat yang dihasilkan, semakin baik kinerja model, oleh karena itu, pada penelitian ini akurasi peramalan diukur menggunakan beberapa indikator yang umum dipakai, yaitu RMSE dan MAE. (Hyndman dan Athanasopoulos, 2021).

Bagaimana mengetahui seberapa baik kinerja suatu model yang diperoleh digunakan *Root Mean Squared Error* (RMSE) dan *Mean Absolute Error* (MAE). Kedua ukuran tersebut dihitung berdasarkan perbedaan antara nilai hasil peramalan dan nilai aktual yang diamati. Penggunaan RMSE dan MAE memungkinkan penilaian kesalahan peramalan dalam satuan yang sama dengan data aslinya,

sehingga interpretasi hasil menjadi lebih mudah dan relevan, khususnya pada data deret waktu ekonomi seperti inflasi. (Hyndman dan Athanasopoulos, 2021)

RMSE mengukur akar dari rata-rata kuadrat kesalahan peramalan dan memberikan penalti yang lebih besar terhadap kesalahan yang ekstrem. RMSE dirumuskan sebagai berikut (Hyndman dan Athanasopoulos, 2021):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (2.52)$$

MAE mengukur rata-rata nilai absolut kesalahan peramalan dan bersifat lebih robust terhadap keberadaan outlier dibandingkan RMSE. MAE dirumuskan sebagai berikut (Hyndman dan Athanasopoulos, 2021):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (2.53)$$

dengan,

n : jumlah data aktual

t : indeks waktu

y_t : nilai aktual pada periode ke- t

\hat{y}_t : nilai hasil ramalan pada periode ke- t

Kemudian, model terbaik yang didapat akan dilihat juga keakuratannya dari nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). MAPE digunakan untuk mengukur nilai dugaan dalam bentuk persentase dari rata-rata galat (Montgomery, *et.al.*, 2015). Nilai MAPE dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \quad (2.54)$$

Menurut Chang, *et.al.* (2007), kriteria persentase nilai MAPE ialah sebagai berikut:

1. Nilai $MAPE \leq 10\%$ menunjukkan kemampuan model sangat baik,
2. Nilai $10\% \leq MAPE \leq 20\%$ menunjukkan kemampuan model baik,
3. Nilai $20\% \leq MAPE \leq 50\%$ menunjukkan kemampuan model cukup baik,
4. Nilai $MAPE > 50\%$ menunjukkan kemampuan model buruk.

2.11 Nilai Inflasi

Inflasi merupakan suatu proses ekonomi yang fundamental ketika terjadi kenaikan tingkat harga secara umum dan berkelanjutan (*sustained*) dalam suatu jangka waktu tertentu. Dampak paling signifikan dari fenomena ini adalah menurunnya nilai riil atau daya beli (*purchasing power*) dari suatu unit mata uang. Dengan kata lain, jumlah barang dan jasa yang dapat diperoleh masyarakat dengan nominal uang yang sama akan semakin sedikit seiring berjalannya waktu, sehingga inflasi seringkali dijadikan sebagai indikator penurunan nilai internal mata uang suatu negara (Bank Indonesia, 2023).

Karakter inflasi Indonesia menunjukkan adanya *price persistence* atau kebertahanan harga, di mana nilai masa lalu memengaruhi inflasi masa depan dalam jangka Panjang. Fenomena ini menandakan adanya pola *long-memory*, sehingga model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) relevan digunakan (Baillie, 1996).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2025/2026 bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari *website* Bank Indonesia mengenai data inflasi bulanan nasional, tertera pada link: <https://www.bi.go.id/id/statistik/indikator/data-inflasi.aspx>

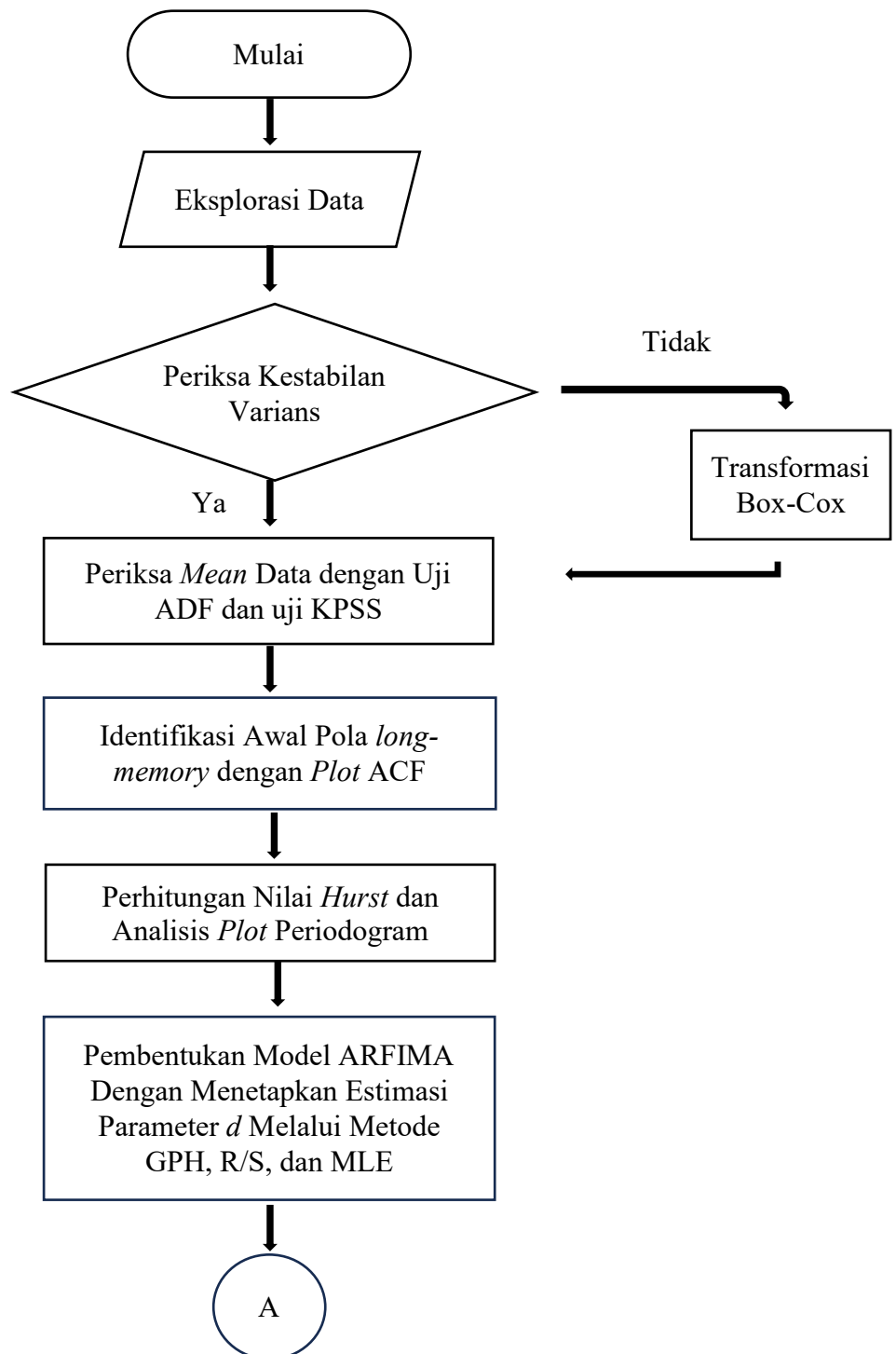
Periode analisis adalah Januari 2003 sampai Desember 2025 terdiri dari 276 observasi. Rentang ini dipilih karena bersumber dari rilis resmi *website* Bank Indonesia serta menyediakan jumlah observasi yang memadai untuk estimasi model deret waktu dan untuk menekan bias pada pengujian sifat *long-memory*. Penelitian terdahulu tentang Penerapan ARFIMA dalam peramalan data ekonomi global pernah dilakukan oleh Ayoade (2024), penelitian ini memberikan landasan awal bahwa ARFIMA dapat menangkap pola *long memory* dibandingkan dengan ARIMA, oleh karena itu, penelitian ini menggunakan rentang waktu yang relatif mirip dan satuan yang sama guna mengevaluasi keberadaan sifat *long-memory* pada data inflasi Indonesia serta kestabilan nilai parameter d setelah dinamika kenaikan dan penurunan inflasi dalam beberapa tahun terakhir.

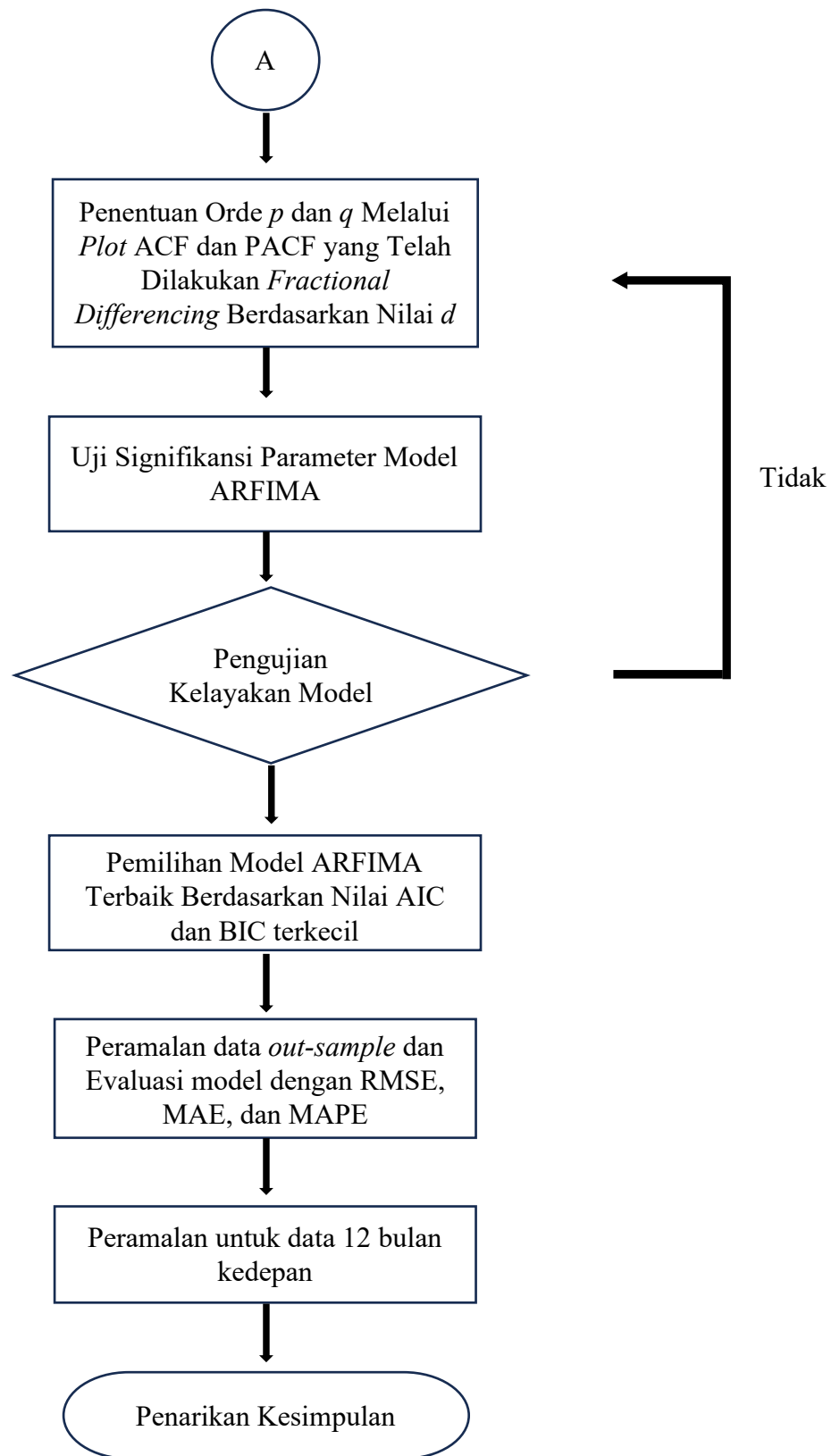
3.3 Metode Penelitian

Tahapan analisis dalam penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Melakukan eksplorasi data dengan membagi data *in-sample* dan *out-sample* serta menampilkan *plot* deret waktu data awal dan menghitung statistik deskriptif.
2. Memeriksa kestasioneran varians data *in-sample* melalui analisis visual dan uji akar unit. Jika data tidak stabil terhadap varians, dilakukan transformasi *Box-Cox*, setelah itu, dilakukan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dan uji *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS) untuk informasi awal kestasioneran mean data
3. Mengidentifikasi indikasi awal *long memory* pada data dengan menganalisis *plot Autocorrelation Function* (ACF). Jika *plot* ACF menurun secara lambat atau hiperbolik, maka terdapat indikasi *long memory*. Indikasi tersebut diperkuat dengan perhitungan nilai *Hurst* (H) serta analisis *plot* periodogram.
4. Pembentukan model ARFIMA dengan menetapkan estimasi parameter d terlebih dahulu dengan menggunakan metode *Geweke and Porter-Hudak* (GPH), *Rescaled Range Statistics* (R/S) dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), selanjutnya, penentuan orde p dan q melalui identifikasi *plot* ACF dan PACF setelah *didifferencing* untuk menentukan kandidat model ARFIMA (p, d, q).
5. Pemilihan model ARFIMA yang digunakan sebagai peramalan berdasarkan nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) dan *Bayessian Information Criterion* (BIC) terkecil untuk mencari model terbaik.
6. Melakukan pengujian diagnostik untuk uji kelayakan model dengan uji asumsi nilai residual *white noise* menggunakan uji *Ljung-Box* dan uji distribusi normal menggunakan *Kolmogorov-Smirnov*.
7. Melakukan peramalan terhadap data *out-sample* dan mengevaluasi model menggunakan *Root Mean Squared Error* (RMSE) dan *Mean Absolute Error* (MAE), serta *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).
8. Melakukan peramalan untuk data 12 bulan yang akan datang dengan model ARFIMA terbaik yang telah dipilih.
9. Penarikan kesimpulan dilakukan berdasarkan hasil peramalan dan evaluasi akurasi model.

Berikut diberikan diagram alir dari penelitian ini:





Gambar 1. Diagram Alir Analisis Penelitian

V. KESIMPULAN

Penelitian ini membahas peramalan data inflasi di Indonesia pada periode data awal bulan Januari 2003 hingga akhir Desember 2025 menggunakan pemodelan ARFIMA. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi karakteristik *long memory*, mengestimasi parameter *fractional differencing* (d), serta melakukan peramalan data inflasi bulanan di Indonesia menggunakan model ARFIMA. Model ARFIMA merupakan perkembangan dari model ARIMA dengan nilai parameter d nya merupakan bilangan riil dan mampu menangkap pola *long memory*. Berdasarkan hasil analisis, dapat disimpulkan bahwa data inflasi bulanan di Indonesia periode Januari 2003 hingga Desember 2025 memiliki karakteristik *long memory*, yang ditunjukkan oleh nilai estimasi parameter d dari ketiga metode yaitu *Geweke and Porter Hudak* (GPH), *Rescaled Range Statistics* (R/S), dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), dengan $\hat{d}_{gph} = 0,37$, $\hat{d}_{r/s} = 0,389$, dan $\hat{d}_{MLE} = 0,498$. Berdasarkan ketiga hasil estimasi tersebut, data inflasi bulanan di Indonesia terdapat ketergantungan jangka Panjang atau pola *long memory* karena nilai estimasinya berada pada $0 < d < 0,5$.

Selanjutnya, hasil estimasi parameter tersebut digunakan untuk membentuk berbagai kandidat model ARFIMA (p, d, q) dan diperoleh bahwa model terbaik berdasarkan kriteria AIC dan BIC adalah ARFIMA($0, d, 13$) untuk masing-masing metode estimasi. Di antara ketiga metode tersebut, metode MLE memberikan hasil estimasi terbaik dengan parameter $\hat{d}_{MLE} = 0,498$, sehingga model ARFIMA ($0, d, 13$) dengan estimasi MLE dipilih sebagai model akhir dalam penelitian ini dan diperoleh persamaan model sebagai berikut:

$$(1 - B)^{0,498} z_t = (1 - 0,2524 B^{13}) \varepsilon_t$$

Berdasarkan model terbaik tersebut, dilakukan peramalan tingkat inflasi Indonesia untuk periode 12 bulan ke depan. Hasil evaluasi menunjukkan bahwa model memiliki tingkat kesalahan peramalan yang relatif rendah dengan nilai RMSE sebesar 1,547503, MAE sebesar 1,280483, dan MAPE sebesar 2,381346. Hal ini menunjukkan bahwa model ARFIMA(0, d , 13) mampu merepresentasikan pola ketergantungan jangka panjang (*long memory*) secara baik dan memberikan hasil peramalan yang cukup akurat. Dengan demikian, model yang dihasilkan dapat digunakan sebagai pendekatan dalam memprediksi pergerakan inflasi Indonesia pada periode mendatang, yang dalam penelitian ini menunjukkan kecenderungan pergerakan yang relatif stabil pada tahun 2026.

DAFTAR PUSTAKA

- Akaike, H. 1973. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. Dalam: Petrov, B. N. dan Csaki, F. *Second International Symposium on Information Theory*. Akademiai Kiado, Budapest.
- Ayoade, A. I. 2024. The performance of ARIMA and ARFIMA in modelling the exchange rate of Nigeria currency to other currencies. *Al-Bāhir: Journal for Engineering and Pure Sciences*. 4(2):71-89.
- Baillie, R. T. 1996. Long memory processes and fractional integration in econometrics. *Journal of Econometrics*. 73(1): 5-59.
- Bank Indonesia. 2026. *Data Inflasi*. Jakarta: Bank Indonesia. <https://www.bi.go.id/id/statistik/indikator/data-inflasi.aspx>. Diakses 31 Januari 2026.
- Bank Indonesia. 2023. *Laporan Perekonomian Indonesia 2023*. Bank Indonesia, Jakarta.
- Beran, J. 1994. *Statistics for long-memory processes*. Chapman & Hall, New York.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., dan Ljung, G. M. 2015. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Edisi ke-5. Wiley, New Jersey.
- Box, G. E. P. dan Cox, D. R. 1964. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 26(2): 211–252.
- Brockwell, P. J. dan Davis, R. A. 2016. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Edisi ke-3. Cham, Springer.

- Chang, Y., Park, J. Y., dan Song, K. 2007. Bootstrapping cointegrating regressions. *Journal of Econometrics*. **140**(1): 1–25.
- Geweke, J. dan Porter-Hudak, S. 1983. The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*. **4**(4): 221–238.
- Granger, C. W. J., dan Joyeux, R. 1980. An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis*. **1**(1): 15-29.
- Hosking, J. R. M. 1981. Fractional differencing. *Biometrika*. **68**(1): 165-176.
- Hyndman, R. J. dan Athanasopoulos, G. 2021. *Forecasting: Principles and Practice* Ed. ke-3. OTexts, Melbourne.
- Hurst, H. E. 1956. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. **116**: 770–799.
- Kartikasari, P., Ispriyanti, D., dan Prahutama, A. 2021. Autoregressive Fractional Integrated Moving Average (ARFIMA) model to predict COVID-19 pandemic cases in Indonesia. *Media Statistika*. **14**(1): 44-55.
- Kolmogorov, A. N. 1933. Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*. **4**: 83–91
- Kwiatkowski, D., *et al.* 1992. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*. **54**(1–3): 159–178.
- Levinson, N. 1947. The Wiener RMS error criterion in filter design and prediction. *Journal of Mathematics and Physics*. **25**: 261–278.
- Ljung, G. M., dan Box, G. E. P. 1978. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*. **65**(2): 297-303.
- Lütkepohl, H. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer, Berlin.

- Makridakis, S. and Wheelwright, S. C. 2008. *Forecasting Methods and Applications*. Wiley, New Jersey.
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L., dan Kulahci, M. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. Wiley, New Jersey.
- Oktaviani, R. dan Rifai, M. 2024. Pemodelan ARFIMA dengan estimasi parameter pembeda menggunakan metode Geweke-Porter-Hudak. *Jurnal Riset Statistika*. **4**(1): 11-20.
- Peter J. Brockwell, & Richard A. Davis. 2016. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Edisi ke-3. Cham, Springer.
- Rizal, A. A. 2025. Comparative evaluation of SARIMA, Prophet, and ARFIMA for tourism forecasting. *COGITO Smart Journal*. **11**(1): 152–166.
- Schwarz, G. 1978. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, **6**(2): 461–464.
- Smirnov, N. V. 1948. Table for estimating the goodness of fit of empirical distributions. *Annals of Mathematical Statistics*. **19**(2): 279–281.
- Usman, M. I., Sani, A., Musa, U. A., dan Abdullahi, S. 2025. Assessing the performance of ARIMA and ARFIMA models in forecasting internally generated revenue of Kaduna State. *FUDMA Journal of Sciences*. **9**(6): 193-201.
- Wei, W. W. S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Edisi ke-2. Pearson/Addison Wesley, Boston, MA